

Fragenkatalog zu Thermodynamik und Statistik ohne Antworten

Prof. Eggert, Sommersemester 2014

Maximilian Kiefer-Emmanouilidis, Philipp Jaeger

Kapitel 1

Thermodynamik

1.1 Thermodynamik und Allgemeine Definitionen

Frage 1

Was ist ein Makrozustand und ein Mikrozustand? Was sind Zustandsgrößen?

Frage 2

Was ist ein vollständiges Differential? Was ist ein integrierender Faktor? In welchem Zusammenhang werden diese Konzepte in der Thermodynamik benötigt (gebe Beispiele)?

Frage 3

Was besagen der Nullte und der Erste Hauptsatz der Thermodynamik?

Frage 4

Was ist eine generalisierte Kraft? Gebe ein Beispiel!

Frage 5

Wie ist die Entropie in der Thermodynamik definiert? Was sind reversible Prozesse?

Frage 6

Was besagt der Zweite Hauptsatz der Thermodynamik?

Frage 7

Gebe die thermodynamischen Definitionen für die Freie Energie F , die Enthalpie H , die Freie Enthalpie G und das Grosskanonische Potential Φ an. Was sind jeweils die entsprechenden Differentiale? Wie können thermodynamische Größen und generalisierte Kräfte mit den thermodynamischen Potentialen berechnet werden?

Frage 8

Was ist eine Legendre-Transformation?

Frage 9

Was sind intensive und extensive thermodynamische Variablen? Gebe Beispiele

Frage 10

Was ist die Gibbs-Duhem Relation? Leite sie her! Was besagt die Gibbs- Duhem Relation für die Freie Enthalpie G und das Grosskanonische Potential Φ ?

Frage 11

Definiere die Wärmekapazitäten C_p und C_V , die Kompressibilität κ_T , den Ausdehnungskoeffizienten α und den Spannungskoeffizienten γ als partielle Ableitungen. Berechne α , γ , C_p und C_V , für ein ideales klassisches Gas.

Frage 12

Leite die Umkehrrelation und die zyklische Relation für partielle Ableitungen her.

Frage 13

Zeige dass der Druck und allgemeine generalisierte Kräfte mit Hilfe einer Ableitung der Entropie berechnet werden können.

Frage 14

Leite einen Ausdruck für den Spannungskoeffizienten γ als Funktion des Ausdehnungskoeffizienten α und der Kompressibilität κ_T her.

Frage 15

Leite die vier Maxwell Relationen her!

Frage 16

Leite einen allgemeinen Ausdruck von physikalischen Parametern für die Differenz zwischen den Wärmekapazitäten C_p und C_V her.

Frage 17

Betrachte die Druckabhängigkeit $p(V)$ für einen adiabatischen Prozess. Leite mit Hilfe geeigneter Relationen einen allgemeinen Ausdruck für $\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_S$ her. Was ist die Adiabatengleichung unter der Annahme, dass $\sigma = \frac{C_p \gamma}{C_V \alpha}$ konstant bleibt? Was ist $\sigma = \frac{C_p \gamma}{C_V \alpha}$ für ein ideales klassisches Gas?

Frage 18

Was ist mit dem Begriff reversibler Kreisprozess gemeint? Was ist die praktische Bedeutung?

Frage 19

Wie sind die Wirkungsgrade für Motoren, Kühlmaschinen und Wärmepumpen definiert?

Frage 20

Beweise dass alle reversiblen Kreisprozesse den gleichen Wirkungsgrad haben müssen. Wie kann man dies zu einer thermodynamischen Definition der Temperatur nutzen?

Frage 21

Beschreibe den Carnot Kreisprozess und skizziere die dazugehörigen p - V und S - T Diagramme. Berechne den Wirkungsgrad für reversible Kreisprozesse

Frage 22

Beschreibe den Stirling Kreisprozess und skizziere das dazugehörige p - V Diagramm. Wie könnte man einen realistischen Stirling Motor konstruieren? Beschreibe eine geeignete Kolbenanordnung und die einzelnen Schritte des Motors.

Frage 23

Was sind wichtige Gründe, dass reale Maschinen einen geringeren Wirkungsgrad haben? Wie kann die Entropieproduktion errechnet werden?

Frage 24

Argumentiere, dass für effiziente Prozesse die Temperaturunterschiede beim Überführen von Wärme möglichst klein sein sollten.

Kapitel 2

Statistische Mechanik

Frage 25

Frage 26

Frage 27

Frage 28

Was ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung? Wie werden Erwartungswerte allgemein berechnet?

Frage 29

Was besagt der zentrale Grenzwertsatz?

Frage 30

Was ist die Definition der Entropie von einer allgemeinen Wahrscheinlichkeitsverteilung?

Frage 31

Beschreibe das Konzept des Mikrokanonischen Ensembles. Was ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung im Mikrokanonischen Ensemble?

Frage 32

Mit welchem Ausdruck kann die Gesamtzahl der Zustände Ω im Mikrokanonischen Ensemble berechnet werden? Was ist die Entropie?

Frage 33

Wann sind zwei Systeme im energetischen Gleichgewicht im Mikrokanonischen Ensemble? Was bedeutet das für die Entropie?

Frage 34

Definiere Temperatur im Mikrokanonischen Ensemble. Wie werden generalisierte Kräfte berechnet?

Frage 35

Was besagen die Stabilitätsbedingungen?

Frage 36

Leite das Ideale Gasgesetz mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles her. Zeige, dass die durchschnittliche Energie pro Teilchen $E=3kT/2$ ist.

Frage 37

Betrachte ein vereinfachtes quantisiertes Modell für ein „Polymer“, wobei die einzelnen Polymerglieder der Länge d nur nach links oder rechts zeigen können. Berechne die generalisierte Kraft konjugiert zur Länge L mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles.

Frage 38

Was versteht man unter dem Loschmidt Paradoxon und dem Zermelo Paradoxon? Beschreibe einen Maxwellschen Dämon.

Frage 39

Beschreibe das Konzept des Kanonischen Ensembles und leite es mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles her. Was ist die Boltzmann Verteilung?

Frage 40

Was ist die kanonische Zustandssumme? Leite den Erwartungswert der Energie als Ausdruck der Zustandssumme her.

Frage 41

Wie ist die Freie Energie definiert? Wie können Energie, Entropie sowie generalisierte Kräfte (Druck, etc.) als Funktion der Freien Energie berechnet werden?

Frage 42

Vergleiche die Konzepte des Kanonischen und des Mikrokanonischen Ensembles in einer Liste: Was ist die jeweilige physikalische Situation? Was ist jeweils die Zustandssumme und das zentrale thermodynamische Potential? Wie werden thermodynamische Größen (gen. Kräfte, Druck, Temperatur, Energie und Entropie) bestimmt? Was sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten?

Frage 43

Wende die Methoden des Kanonischen Ensembles auf das Ideale Klassische Gas an. Rechne die Erwartungswerte für den Druck, die Energie und die Entropie aus.

Frage 44

Betrachte ein vereinfachtes quantisiertes Modell für ein „Polymer“, wobei die einzelnen Polymerglieder der Länge d nur nach links oder rechts zeigen können. Berechne den Erwartungswert der Länge L mit Hilfe des Kanonischen Ensembles als Funktion der Kraft (siehe auch Frage 37.).

Frage 45

Berechne die Mischentropie für zwei ideale Gase. Erläutere ausführlich das Gibbssche Paradoxon und dessen Lösung.

Frage 46

Wann sind zwei Teilsysteme unabhängig? Was passiert mit der Zustandssumme, den Wahrscheinlichkeiten und den Erwartungswerten in diesem Fall? Was versteht man unter einer Einteilchenzustandssumme?

Frage 47

Argumentiere, dass die Änderung des statistischen Erwartungswertes der Energie in Erwartungswerte für die Änderung von Wärme und Arbeit aufgeteilt werden kann. Leite einen Zusammenhang mit Änderungen der Entropie und der generalisierten Kräfte her.

Frage 48

Zeige allgemein, dass Energieschwankungen im kanonischen Ensemble von der spezifischen Wärme und der Temperatur bestimmt werden können. Wie verhalten sich die absoluten und relativen Energiefluktuationen als Funktion von N in einem idealen Gas?

Frage 49

Was ist der Virialsatz? Leite ihn her!

Frage 50

Was ist das Äquipartitionstheorem? Leite es her!

Frage 51

Leite die Verteilung der Geschwindigkeiten in eine Richtung v_x und die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung für $|\mathbf{v}|$ her.

Frage 52

Berechne die Erwartungswerte $\langle v_x \rangle$, $\langle |\mathbf{v}| \rangle$, $\langle v^2 \rangle$ und die wahrscheinlichste Geschwindigkeit $\max v_{\max}$ für die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung. Wie groß ist die Fluktuation der Geschwindigkeiten?

Frage 53

Welche zwei Bedingungen müssen gegeben sein, damit eine klassische Näherung von Quantenfreiheitsgraden sinnvoll ist?

Frage 54

Wie ist die thermische Wellenlänge definiert? Vergleiche mit der De-Broglie Wellenlänge typischer Geschwindigkeiten aus der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung. Welche Bedingung muss für die Dichte gelten, damit Quanteninterferenzeffekte vernachlässigbar sind?

Frage 55

Berechne die Zustandssumme, den Energieerwartungswert und die spezifische Wärme für einen harmonischen Quantenoszillator.

Frage 56

Wie ist die Einteilchenzustandsdichte $g(\omega)$ definiert? Leite die Einteilchenzustandsdichte für den Fall von drei-dimensionalen Wellenvektoren mit linearer Dispersionsrelation her.

Frage 57

Was ist das Plancksche Strahlungsgesetz? Leite es her. Was ist das Rayleigh-Jeans Gesetz für kleine Frequenzen?

Frage 58

Beschreibe das Einstein Modell für die spezifische Wärme von Festkörpern. Leite den entsprechenden Ausdruck für die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur her. Was ist der Dulong-Petit Grenzwert für die spezifische Wärme?

Frage 58

Erkläre im Detail das Debye Modell für die spezifische Wärme von Festkörpern. Was sind die wichtigen Näherungen? Definiere die Debye Wellenvektor, Frequenz und Temperatur. Was ist das Tief- bzw. Hochtemperaturverhalten für die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur?

Frage 59

Welche Eigenschaften haben Materialien mit hoher bzw. niedriger Debye Temperatur. Warum?

Frage 60

Schreibe einen Ausdruck für die Einteilchen-Zustandssumme über die quantisierten kinetischen Freiheitsgrade eines Gases. Was ist die Hochtemperaturentwicklung der Energie und der spezifischen Wärme? Welche Bedingung muss für die Längenskalen gelten, damit die Hochtemperaturentwicklung gerechtfertigt ist?

Frage 61

Was ist das Verhalten der spezifischen Wärme für die Vibrationsfreiheitsgrade eines Molekül-gases?

Frage 62

Was ist die Zustandssumme über die quantisierten Rotationsfreiheitsgrade eines Moleküls aus zwei verschiedenen Atomen? Berechne die Tieftemperatur-Entwicklungen der Zustandssumme, der Energie und der spezifischen Wärme.

Frage 63

Erkläre wie eine Hochtemperatur-Entwicklung der Rotationszustandssumme gemacht werden kann (die MacLaurin Summen Formel sei gegeben). Erkläre, warum $c_v(T)$ ein Maximum als Funktion der Temperatur durchläuft.

Frage 64

Erkläre allgemein wie sich die Eigenschaften eines diskreten Spektrums (Entartung, Energieabstände) im Temperaturverlauf von $c_v(T)$ widerspiegeln (mit Beispiel).

Frage 65

Was muss bei der Zustandssumme über die quantisierten Rotationsfreiheitsgrade eines zweiatomigen Moleküls beachtet werden, wenn das Molekül aus identischen Atomen besteht? Wie sieht dann die Zustandssumme für die Fälle aus, dass der Kernspin s ganz- oder halbzahlig ist?

Frage 66

Was versteht man unter Ortho- und Para-Wasserstoff? Wie kann das Verhältnis von Ortho und Para-Wasserstoff im Gleichgewicht berechnet werden? Gegen welche Werte strebt das Verhältnis für sehr große und für sehr kleine Temperaturen?

Frage 67

Erkläre die Darstellung von fermionischen und bosonischen Wellenfunktionen mit Hilfe von Besetzungszahlen. Was versteht man unter statistischer Abstoßung bzw. Anziehung?

Frage 68

Mache eine vereinfachte Herleitung für die Bose-Einstein und die Fermi-Dirac Verteilungen als Summe über Besetzungszahlen eines Zustandes für den Fall dass es kein chemisches Potential gibt.

Frage 69

Beschreibe das Konzept des Großkanonischen Ensembles. Definiere die großkanonische Zustandssumme, das großkanonische Potential Φ , die Fugazität z und das chemische Potential μ .

Frage 70

Wie können p , N , E und S mit Hilfe des großkanonischen Potentials Φ berechnet werden?

Frage 71

Wende das Konzept des Großkanonischen Ensembles auf ein ideales klassisches Gas an. Was ist z ? Berechne E und p als Funktion von T , V und N .

Frage 72

Leite allgemeine Ausdrücke für die nichtwechselwirkenden bosonischen und fermionischen großkanonischen Zustandssummen als Produkt über Einteilchenzustände her. Zeige, dass die Energie und die Teilchenzahl als Summe über Einteilchenzustände ausgedrückt werden können. Was versteht man dementsprechend unter der Bose-Einstein und der Fermi-Dirac Verteilung?

Frage 73

Was ist die Entwicklung in z für die Bose-Einstein und die Fermi-Dirac Verteilung?

Frage 74

Leite die Einteilchen-Zustandsdichte $g(\omega)$ für ein ideales Quantengas in drei Dimensionen her.

Frage 75

Finde Integraalausdrücke für N und E als Funktion von z und T in einem dreidimensionalen bosonischen Quantengas. Drücke die Integrale mit Hilfe der polylogarithmischen Funktion $g_\nu(z)$ aus. Wie kann mit Hilfe dieser Ausdrücke E als Funktion von N , V und T bestimmt werden (Eine Skizze ist hilfreich hier).

Frage 76

Zeige für ein dreidimensionales Quantengas, wie der Druck mit dem Energieerwartungswert zusammenhängt.

Frage 77

Erkläre das Konzept der Virialentwicklung am Beispiel eines idealen Bosonen Gases. Berechne den ersten Koeffizienten.

Frage 78

Argumentiere dass in der Berechnung der Teilchenzahl der Grundzustand eines Bosonen Gases ab einer kritischen Temperatur gesondert behandelt werden muss. Was ist die kritische Temperatur T_C ?

Frage 79

Berechne den Kondensatsanteil x in einem dreidimensionalen Bosonengas als Funktion der Temperatur und der Kondensationstemperatur T_C .

Frage 80

Berechne die Energie und die spezifische Wärme in einem idealen Bose-Gas als Funktion der Temperatur bei gegebener Dichte (d.h. gegebener kritische Temperatur T_C). Zeichne den ungefähren Verlauf der spezifischen Wärme CV als Funktion von T eines bosonischen Gases.

Frage 81

Argumentiere, dass in einem Bosegas für $T \downarrow T_C$ der Druck proportional zu $T^{\frac{5}{2}}$ ist.

Frage 82

Wie ändert sich das großkanonische Ensemble falls innere Freiheitsgrade (z.B. Spin) berücksichtigt werden müssen? Was ist der Effekt für die Quantenstatistik und Virialentwicklung falls es entartete innere Freiheitsgrade gibt?

Frage 83

Wie kann man bei einem bosonischen Gas Wechselwirkungseffekte durch einen Molekularfeldansatz (MFT) berücksichtigen?

Frage 84

Wende das großkanonische Ensemble auf ein bosonisches Photonengas mit Entartung $g=2$ und $E_k = \hbar kc$ an. Berechne die Erwartungswerte der Energie, der Teilchenzahl und des Druckes (mit Hilfe einer Integraltabelle). Warum gibt es keine Bose-Einstein Kondensation in diesem Fall?

Frage 85

Was sind die Ausdrücke für die Teilchenzahl und die Energie eines dreidimensionalen fermionischen Gases als Funktion der Fugazität?

Frage 86

Was ist die Virialentwicklung für ein ideales Fermionengas bis zur 1. Ordnung?

Frage 87

Wie ist die Fermi Energie ϵ_F definiert? Berechne den Druck und die Energie für ein ideales dreidimensionales Fermigas bei $T=0$ als Funktion von N , V und ϵ_F .

Frage 88

Frage 89

Wende die Sommerfeld Entwicklung auf ein ideales Fermionen Gas in drei Dimensionen an, um die Korrekturen für kleine Temperaturen zum chemischen Potential und zur spezifischen Wärme zu bestimmen.

Frage 90

Wie hängt der Entwicklungsparameter $k_B T / \epsilon_F$ in der Sommerfeld Entwicklung mit dem Parameter $\lambda^3 N / gV \approx 3 N / gV$ zusammen (für ein ideales Fermigas)?

Frage 91

Was besagt die Boltzmann Transport Gleichung und der Stoßzahlansatz? Erläutere die Herleitung.

Frage 92

Erläutere wie man einen Phasenübergang zwischen einer geordneten und einer ungeordneten Phase quantitativ verstehen kann indem man die Freie Energie minimiert. Was bedeutet dies für die Energie und Entropie bei hohen bzw. tiefen Temperaturen?

Frage 93

Was ist die Ehrenfest Klassifikation? Was zeichnet einen Phasenübergang von 1. Ordnung aus? Was versteht man unter einem Ordnungsparameter?

Frage 94

Was besagt die Gibbssche Phasenregel für die Koexistenz verschiedener Phasen?

Frage 95

Was ist die Clausius Clapeyron Gleichung? Leite sie her.

Frage 96

Skizziere das Phasendiagramm von Wasser. Leite Gleichungen für den ungefähren Verlauf der Phasengrenzkurven zwischen Wasser/Eis, und Wasser/Dampf her. Was ist ein Tripelpunkt? Welche Beziehung zwischen den Steigungen der Phasengrenzkurven gibt es dort?

Frage 97

Wie lautet die Van-der-Waals Zustandsgleichung? Leite sie aus dem Zustandsintegral her unter der Annahme, dass das Gas ungeordnet ist und dass das Wechselwirkungspotential einen geeignet vereinfachten anziehenden und abstoßenden Teil hat.

Frage 98

Was passiert quantitativ an einem kritischen Punkt? Wie sind die kritischen Exponenten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ definiert?

Frage 99

Was passiert wenn es einen Bereich gibt, in dem die berechnete Freie Energie als Funktion von V konkav wird?

Frage 100

Beschreibe das Gittergasmodell. Was ist der Zusammenhang mit dem Ising Modell?

Frage 101

Schätze die Freie Energie einer Domänenwand im Ising Modell in ein und zwei Dimensionen ab und diskutiere die Möglichkeit eines Phasenüberganges. Was versteht man unter spontaner Magnetisierung und spontaner Symmetriebrechung?

Frage 102

Leite die exakte Zustandssumme des Ising Modells ohne Magnetfeld in einer Dimension her. Beschreiben Sie wie man die Zustandssumme mit Magnetfeld bestimmen kann. Wie heisst die Methode?

Frage 103

Beschreibe Sie das Konzept der Renormierungsgruppe allgemein. Veranschauliche dieses Konzept an Hand des Ising Modells durch explizite Rechnungen.