Thermodynamik und Statistik
Prof. Eggert, Sommersemester 2014

Maximilian Kiefer-Emmanouilidis, Philipp Jaeger

15. Juli 2014

Zusammenfassung

Die vorliegende Fragensammlung besteht aus den mit den Übungsblättern verteilten Verständnisfragen zur Vorlesung "Thermodynamik und Statistik"(früher SStatistische Mechanik") aus dem Sommersemester 2014 von Prof. Eggert, TU Kaiserslautern.
Sie wurde als Hilfsmittel zur Klausur- und Prüfungsvorbereitung von Studenten für Studenten geschrieben und keineswegs fehlerfrei, eventuelle inhaaltliche Fehler werden aber gerne korrigiert. Rechschreibfehler dürfen vom Finder behalten werden.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Thermodynamik

1.1 Thermodynamik und Allgemeine Definitionen

Frage 1

Was ist ein Makrozustand und ein Mikrozustand? Was sind Zustandsgrößen?

Makrozustand

- Beschreibt ein System mit vielen Freiheitsgraden durch einige wenige zustandsvariablen (z.B. T,p,V,..) viele Teilchen, gemittelte Parametr besteht aus Mikrozuständen mit Wahrscheinlichkeiten.

Mikrozustand:

- Vollständige mikroskopische Beschreibung eines Systems. Punkt im Phasenraum des Systems, Orb- und Geschwindigkeitsvektor pro Teilchen

Zustandsgrößen:

- Sind thermodynamische Variablen, die einen Zustand eindeutig beschreiben (und Umgekehrt) z.B. T,p,V,E keine Zustandsgrößen sind Q, W. Zustandsgrößen haben vollständige Differentiale für reversible Prozesse

Frage 2

Was ist ein vollständiges Differential? Was ist ein integrierender Faktor? In welchem Zusammenhang werden diese Konzepte in der Thermodynamik benötigt (gebe Beispiele)?

Ein Differential $dA = a(x,y)dx + b(x,y)dy$ ist vollständig, falls eine Funktion $A(x,y)$ existiert, so dass:

(i) $a(x,y) = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y$ und $b(x,y) = \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x$

(ii) $\oint_\gamma dA = 0$

(iii) $\int_a^b dA$ ist wegunabhängig

(iv) $\left(\frac{\partial a}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial b}{\partial x}\right)_y$ Integrierender Faktor zu einem unvollständigem Differential ∂B ist eine Funktion $g(x,y)$ s.d. $dA = g(x,y)\partial B$ vollständig ist.

$dV = \frac{\delta W}{p}$ $\quad dS = \frac{\delta Q}{T}$ vollständig für reversible Prozesse $dE = \delta Q + \delta W$

Frage 3

Was besagen der Nullte und der Erste Hauptsatz der Thermodynamik?

Nullter Hauptsatz:

- 2 Systeme sind im thermischen Gleichgewicht, wenn kein Wärmeübertrag bei kontakt stattfindet d.h. sie haben die gleiche Temperatur. $\rightarrow$ impliziert existenz von Temperatur

Erster Hauptsatz:

- Die Energie ist eine Zustandsgröße, d.h. $dE = \delta Q + \delta W$ ist vollständig. $\delta W = -Fdx = -pdV$.
  Die Energie bleibt also erhalten.

Frage 4

Was ist eine generalisierte Kraft? Gebe ein Beispiel!

Eine generalisierte Kraft F_α , konjugiert zu einer Variablen α, ist definiert durch:

$F_\alpha = -\left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)_{S, andere \alpha}$ Druck $p = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S$ Magnetisierung $m = -\left(\frac{\partial E}{\partial B}\right)_S$

Frage 5

Wie ist die Entropie in der Thermodynamik definiert? Was sind reversible Prozesse?

Die Entropie ist das Integral des vollständigen Differentials $dS = \frac{\delta Q}{T}$
"vollständig für reversible Prozesse"

Reversibler Prozess:

- Ein reversibler Prozess ist eine Zustandsänderung eines Körpers, der jederzeit wieder umgekehrt ablaufen kann.

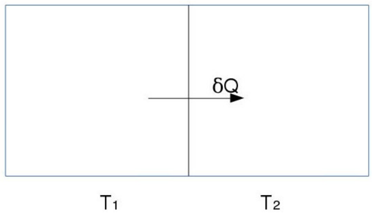
- Zeitlich invariant.
- Zu jedem Zeitpunkt im Gleichgewicht ablaufend. Aneinanderreihung von quasistatischen Zuständen (zeitlich umkehrbar)

Frage 6

Was besagt der Zweite Hauptsatz der Thermodynamik?

Zweiter Hauptsatz (nach Clausius Version 1850):

Wärme δQ geht spontan nur von einer höheren zu einer tieferen Temperatur.
$dS_1 = -\frac{\delta Q}{T_1}$
$dS_2 = \frac{\delta Q}{T_2}$
$\Delta S = dS_1 + dS_2 = \delta Q(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) > 0$
$\rightarrow$ Entropie erhöht sich $\rightarrow$ $\Delta S \geq \int_a^b \frac{\delta Q}{T}$ wobei Gleichgewicht bei reversiblen Prozessen.



Frage 7

Gebe die thermodynamischen Definitionen für die Freie Energie F, die Enthalpie H, die Freie Enthalpie G und das Grosskanonische Potential Φ an. Was sind jeweils die entsprechenden Differentiale? Wie können thermodynamische Größen und generalisierte Kräfte mit den thermodynamischen Potentialen berechnet werden?

Freie Energie : $F(T,V,N) = E - TS \quad dF = -SdT - pdV + \mu dN$
Enthalpie : $H(S;p,N) = E - TS + pV \quad dH = TdS + Vdp + \mu dN$
Freie Enthalpie : $G(T;p;N) = E_T S + pV \quad dG = -SdT + Vdp + \mu dN$
Großkanonisches Potential : $\Phi(T,V,\mu) = F - \mu N \quad d\Phi = -SdT - pdV - Nd\mu$

$$F_\alpha = -\left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)_{S, andere \alpha} \qquad a(x,y) = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y \qquad b(x,y) = \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x$$

Frage 8

Was ist eine Legendre-Transformation?

Legendre Transformation $H = \vec{p}\vec{q} - L(\dot{\vec{q}}, q) = H(p, \vec{q})$
Eine Legendre Transformation bildet aus einer Funktion $A(x,y)$ mit $dA = a(x,y)dx + b(x,y)dy$

eine neue Funktion $B = A - ax$ mit Differential $dB = dA - adx - xda = bdy - xda$ Das Integral ist eine Funktion von $B(a, y)$

Frage 9

Was sind intensive und extensive thermodynamische Variablen? Gebe Beispiele.

Intensive Größen

- Sind unabhängig vom Ausmaß α des Systems (z.B. p,T,B,μ)

Extensive Größen

- sind proportional zum Ausmaß $\alpha(E, F, G, H, \Phi, m, N, V)$

Wie erkennt man den unterschied? Man nehme zwei identische Systeme und Trenne diese mit einer Trennwand. Entfernt man die Wand dann bleiben alle intensive Größen gleich und die extensiven ändern sich.

Frage 10

Was ist die Gibbs-Duhem Relation? Leite sie her! Was besagt die Gibbs- Duhem Relation für die Freie Enthalpie G und das Grosskanonische Potential Φ?

Man betrachte ein System mit der Entropie $S(E, V, N)$. In einem Bruchteil α des Systems ist dann die Entropie $S_\alpha = S(\alpha E, \alpha V, \alpha N)$. Da die Entrope eine intensive Größe ist, gilt

$$S = \frac{\partial}{\partial \alpha}(\alpha S) = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)\left(\frac{\partial \alpha E}{\partial \alpha}\right) + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)\left(\frac{\partial \alpha V}{\partial \alpha}\right) + \left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)\left(\frac{\partial \alpha N}{\partial \alpha}\right) \tag{1.1.1}$$

$$= \frac{1}{T}E + \frac{p}{T}V + \frac{\mu}{T}N \tag{1.1.2}$$

$$\Rightarrow E = TS - pV + \mu N \tag{1.1.3}$$

Dies ist die Gibbs-Duhem-Relation. Für die Gibbs'sche freie Energie bzw. das Großkanonische Potential schreibt damit man $G = E - TS + pV = \mu N$ bzw. $\Phi = E - TS - \mu N = -pV$

1.2 Thermodynamische Größen

Frage 11

Definiere die Wärmekapazitäten C_p und C_V, die Kompressibilität κ_T, den Ausdehnungskoeffizienten α und den Spannungskoeffizienten γ als partielle Ableitungen. Berechne α, γ, C_p und C_V für ein ideales klassisches Gas.

Es gelten die Definitionen

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p, \tag{1.2.1}$$

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V, \tag{1.2.2}$$

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,N} = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} V}{\partial T}\right)_{p,N}, \tag{1.2.3}$$

$$\kappa_T = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} V}{\partial p}\right)_T \text{ und} \tag{1.2.4}$$

$$\gamma = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} p}{\partial T}\right)_V. \tag{1.2.5}$$

Im Idealen Gas gelten die Zustandsgleichungen $pV = Nk_BT$, $E = \frac{3}{2}Nk_BT$ und $S = Nk_B\left(\mathrm{ln}V + \frac{3}{2}\mathrm{ln}T + \text{const.}\right)$. Man errechnet damit

$$C_p = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p = \frac{3}{2}Nk_B, \tag{1.2.6}$$

$$C_V = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial E + pV}{\partial T}\right)_V = \frac{5}{2}Nk_B, \tag{1.2.7}$$

$$\alpha = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} V}{\partial T}\right)_{p,N} = \frac{1}{T}, \tag{1.2.8}$$

$$\kappa_T = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} V}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{p} \text{ und} \tag{1.2.9}$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial \mathrm{ln} p}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T}. \tag{1.2.10}$$

Frage 12

Leite die Umkehrrelation und die zyklische Relation für partielle Ableitungen her.

(a) Die Umkehrrelation ergibt sich direkt aus dem Satz über die Umkehrfuntion, sofern die Funktion $y(x)$ und $x(y)$ sowie ihre Ableitungen existieren.

(b) TODO

Frage 13

Zeige dass der Druck und allgemeine generalisierte Kräfte mit Hilfe einer Ableitung der Entropie berechnet werden können.

Sei die Kraft f zum thermodynamischen Potential α konjugiert. Unter Verwendung der zyklischen Relation gilt

$$f = \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)_S \overset{\text{zykl. Rel.}}{=} \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_\alpha \left(\frac{\partial S}{\partial \alpha}\right)_E = T\left(\frac{\partial S}{\partial \alpha}\right)_E \tag{1.2.11}$$

Frage 14

Leite einen Ausdruck für den Spannungskoeffizienten γ als Funktion des Ausdehnungskoeffizienten α und der Kompressibilität κ_T her.

Nach der zyklischen Relation ist

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V = -\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \tag{1.2.12}$$

$$V\alpha \cdot \frac{1}{p\gamma} = -V\kappa, \tag{1.2.13}$$

$$\Rightarrow \qquad \gamma = -\frac{\alpha}{p\kappa}. \tag{1.2.14}$$

Frage 15

Leite die vier Maxwell Relationen her!

Aus den totalen Differentialen der thermodynamischen Potentiale ergibt sich

$$\mathsf{d}E = T\mathsf{d}S - p\mathsf{d}V \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{S,N} = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_{V,N}, \tag{1.2.15}$$

$$\mathsf{d}F = -S\mathsf{d}T - p\mathsf{d}V \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,N}, \tag{1.2.16}$$

$$\mathsf{d}H = T\mathsf{d}S - V\mathsf{d}p \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p \text{ und} \tag{1.2.17}$$

$$\mathsf{d}E = -S\mathsf{d}T - V\mathsf{d}p \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \tag{1.2.18}$$

Frage 16

Leite einen allgemeinen Ausdruck von physikalischen Parametern für die Differenz zwischen den Wärmekapazitäten C_p und C_V her.

Aus $\mathrm{d}S = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V$ folgt durch Ableiten nach T (bei konstantem Druck)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{1.2.19}$$

$$C_p = C_V + T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \tag{1.2.20}$$

$$C_p = C_V + VT\frac{\alpha^2}{\kappa_T} \tag{1.2.21}$$

Frage 17

Betrachte die Druckabhängigkeit p(V) für einen adiabatischen Prozess. Leite mit Hilfe geeigneter Relationen einen allgemeinen Ausdruck für $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S$ her. Was ist die Adiabatengleichung unter der Annahme, dass $\sigma = \dfrac{C_p\gamma}{C_V\alpha}$ konstant bleibt? Was ist $\sigma = \dfrac{C_p\gamma}{C_V\alpha}$ für ein ideales klassisches Gas?

TODO

1.3 Kreisprozesse und Wärmekraftmaschinen

Frage 18

Was ist mit dem Begriff reversibler Kreisprozess gemeint? Was ist die praktische Bedeutung?

Ein reversibler Kreisprozess ist ein Kreisprozess, der nur aus reversiblen Prozessen besteht. Praktische Bedeutung hat der Carnot-Prozess, der den maximal möglichen Wirkungsgrad realisiert. Dies kann mittels des folgenden Gedankenexperiments überprüft werden:

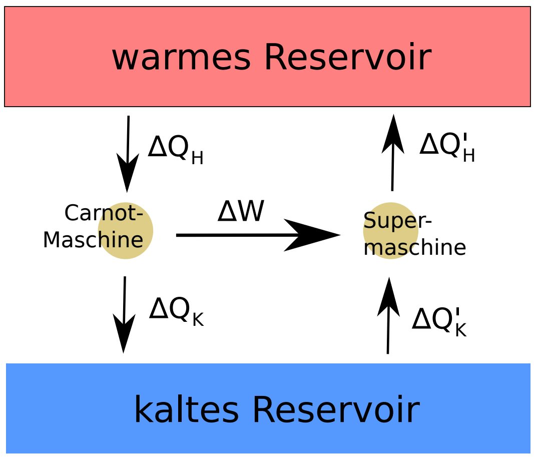


Abbildung 1.1: Aufbau zur Bestätigung des maximalen Wirkungsgrades bei der Carnot-Maschine

Die Carnotmaschine betreibe mit der frei werdenden Arbeit eine weitere Maschine als Wärmepumpe. Wir nehmen nun an, dass die Super-Maschine einen Wirkungsgrad $\eta > \eta_C$, des Wirkungsgrades der Carnot-Maschine habe. Dann müsste die Supermaschine mehr Wärme ins warme Reservoir transporieren, als die Carnot-Maschine verbraucht. Global heißt das, dass Wärme spontan vom kalten zum warmen Reservoir fließt, was dem zweiten Hauptsatz wiederspricht. Damit haben alle anderen reversiblen Kreisprozesse höchstens einen kleineren Wirkungsgrad. Da man dann das Experiment umdrehen und die Supermaschine zum Treiben des Stirlingmotors nutzen kann, müssen die Wirkungsgrade gleich sin.

Frage 19

Wie sind die Wirkungsgrade für Motoren, Kühlmaschinen und Wärmepumpen definiert?

Es gilt

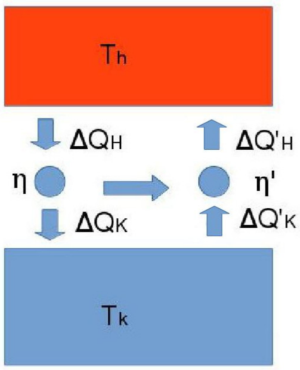
$$\eta = -\frac{\Delta W}{\Delta Q_H} \text{ für Motoren,} \tag{1.3.1}$$

$$\eta_K = -\frac{\Delta W}{\Delta Q_K} \text{ für Kältemaschinen,} \tag{1.3.2}$$

$$\eta_W = -\frac{\Delta W}{\Delta Q_W} \text{ für Wärmemaschinen.} \tag{1.3.3}$$

Frage 20

Beweise dass alle reversiblen Kreisprozesse den gleichen Wirkun… Wie kann man dies zu einer thermodynamischen Definition der Tempe…



Behauptung: Alle reversiblen Kreisprozesse haben den gleichen Wirkungsgrad.

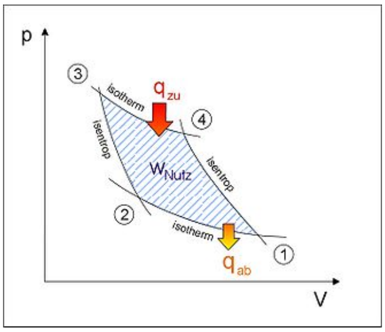
Annahme: $\eta' < \eta$

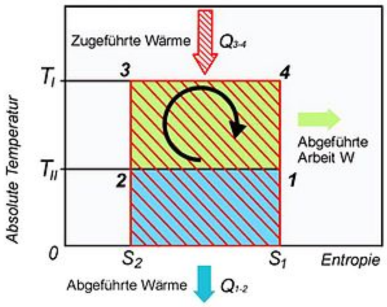
$\eta = \frac{|\Delta W|}{|\Delta Q_H|} \quad \eta' = \frac{|\Delta W|}{|\Delta Q'_H|}$
$\eta' < \eta \Rightarrow \frac{|\Delta W|}{|\Delta Q'_H|} < \frac{|\Delta W|}{|\Delta Q_H|}$
$\Rightarrow |\Delta Q'_H| > |\Delta Q_H|$
$\Rightarrow$ Wärme wird spontan von kalten zum heißen Reservoir überführt $\not\Rightarrow$ Zweiter Hauptsatz.

Wirkungsgrad reversibler Kreisprozesse:
$\eta = 1 - \frac{T_K}{T_H} \qquad \frac{|\Delta Q_H|}{|\Delta Q_K|}$

Frage 21

Beschreibe den Carnot Kreisprozess und skizziere die dazugehörigen p-V und S-T Diagramme. Berechne den Wirkungsgrad für reversible Kreisprozesse





Carnot

1. isotherme Expansion
2. adiabatische Expansion
3. isotherme Kompression
4. adiabatische Kompression

Nach einem Durchgang gilt $\Delta E = \Delta W + \Delta Q = 0$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta Q_H = \int_1 TdS = T_H(S_b - S_a) > 0 \\ \Delta Q_K = \int_1 TdS = T_K(S_a - S_b) > 0\end{array}\right\} \Delta W + \Delta Q_H + \Delta Q_K = 0 \Rightarrow \Delta W = -\Delta Q_H - \Delta Q_K$$

$\Rightarrow$

Arbeit wird Produziert

$$\eta = -\frac{\Delta W}{\Delta Q_H} = \frac{\Delta Q_H + \Delta Q_K}{\Delta Q_H} = \frac{T_H(S_b - S_a) + T_K(S_a - S_b)}{T_H(S_b - S_a)} = \frac{T_H - T_K)(S_b - S_a)}{T_H(S_b - S_a)} = 1 - \frac{T_K}{T_H}$$

Frage 22

Beschreibe den Stirling Kreisprozess und skizziere das dazugehörige p-V Diagramm. Wie könnte man einen realistischen Stirling Motor konstruieren? Beschreibe eine geeignete Kolbenanordnung und die einzelnen Schritte des Motors.

Frage 23

Was sind wichtige Gründe, dass reale Maschinen einen geringeren Wirkungsgrad haben? Wie kann die Entropieproduktion errechnet werden?

Frage 24

Argumentiere, dass für effiziente Prozesse die Temperaturunterschiede beim Überführen von Wärme möglichst klein sein sollten.

Kapitel 2

Statistische Mechanik

2.1 Kombinatorik

Frage 25

Frage 26

Frage 27

Frage 28

Was ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung? Wie werden Erwartungswerte allgemein berechnet?

Jeder Mikrozustand hat eine Wahrscheinlichkeit P_r bzw. $P(\{\vec{r}, \vec{p_i}\})$
Eine Dichtematrix $\rho = \sum_r P_r \left|r\right\rangle \left\langle r\right|$ ist ein Operator , der die Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibt. $\exists$ Basis $\left|r\right\rangle$ die ρ diagonalsiert, i.A. nicht diagonale Erwartungswerte einer Größe Ω ist durch

$< \Omega >= \int \Omega(\{\vec{r_i}, \vec{p_i}\}) P_i(\{\vec{r_i}, \vec{p_i}\}) d\Gamma$

$< \Omega >= tr(\rho\Omega) = \sum_r P_r \left\langle r\right| \Omega \left|r\right\rangle$
Fluktuationen:

$\Delta\Omega = \sqrt{\Delta\Omega^2} = \sqrt{\langle(\Omega - \langle\Omega\rangle)^2\rangle} = \sqrt{\langle\Omega^2\rangle - 2\Omega\left\langle\Omega\right\rangle + \left\langle\Omega\right\rangle^2} = \sqrt{\langle\Omega^2\rangle - \left\langle\Omega\right\rangle^2}$
$\Rightarrow\ \langle\Omega^2\rangle \geqslant \left\langle\Omega\right\rangle^2$

Frage 29

Was besagt der zentrale Grenzwertsatz?

Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass für $\Omega = \sum_{i=1}^{n} y_i$ d.h. eine Summe von sehr vielen Zufallsvariablen y_i mit beliebiger identischer Verteilung $P_y(y_i)$ gilt (im Grenzwert $n \to \infty$)

$$P(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta\Omega} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\Omega - \langle\Omega\rangle^2}{\Delta\Omega}\right)\right) \qquad \langle\Omega\rangle = \sum_{i=0}^{n} \langle y_i\rangle = n\,\langle y\rangle$$

Frage 30

Was ist die Definition der Entropie von einer allgemeinen Wahrscheinlichkeitsverteilung?

$$S = P(n)\ln P(n) \tag{2.1.1}$$

Frage 31

Beschreibe das Konzept des Mikrokanonischen Ensembles. Was ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung im Mikrokanonischen Ensemble?

Im Mikrokanonischen Ensemble wird angenommen, dass die Gesamtenergie und die Teilchenzahl erhalten sind, d.h. das System ist vollständig isoliert. Für die Verteilung von n Energiequanten auf N Oszillatoren oder ein vergleichbares Problem gilt

$$Z_m = \Omega = \begin{pmatrix} N+n-1 \\ n \end{pmatrix} = \frac{(N+n-1)!}{(N-1)!n!} \tag{2.1.2}$$

Frage 32

Mit welchem Ausdruck kann die Gesamtzahl der Zustände Ω im Mikrokanonischen Ensemble berechnet werden? Was ist die Entropie?

Siehe Frage 31

Frage 33

Wann sind zwei Systeme im energetischen Gleichgewicht im Mikrokanonischen Ensemble? Was bedeutet das für die Entropie?

Die Systeme müssen die gleiche Energie haben. Die Entropie bleibt gleich.

Frage 34

Definiere Temperatur im Mikrokanonischen Ensemble. Wie werden generalisierte Kräfte berechnet?

Frage 35

Was besagen die Stabilitätsbedingungen?

Frage 36

Leite das Ideale Gasgesetz mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles her. Zeige, dass die durchschnittliche Energie pro Teilchen E=3kT/2 ist.

Frage 37

Betrachte ein vereinfachtes quantisiertes Modell für ein „Polymer“, wobei die einzelnen Polymerglieder der Länge d nur nach links oder rechts zeigen können. Berechne die generalisierte Kraft konjugiert zur Länge L mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles.

Frage 38

Was versteht man unter dem Loschmidt Paradoxon und dem Zermelo Paradoxon? Beschreibe einen Maxwellschen Dämon.

Frage 39

Beschreibe das Konzept des Kanonischen Ensembles und leite es mit Hilfe des Mikrokanonischen Ensembles her. Was ist die Boltzmann Verteilung?

Frage 40

Was ist die kanonische Zustandssumme? Leite den Erwartungswert der Energie als Ausdruck der Zustandssumme her.

Kanonische Zustandssumme:
$Z = \sum\limits_r \exp^{-\beta\epsilon_r}$
Zustandsintegral $Z = \int d\Gamma \exp^{-\beta H}$
Erwartungswert:$\langle A_r \rangle = \dfrac{\sum_r \exp^{-\beta\epsilon_r}}{Z}$

$$\Rightarrow \langle E \rangle = \frac{\sum_r \epsilon_r \exp^{-\beta\epsilon_r}}{Z} = \frac{\sum_r \frac{\partial}{\partial\beta} \exp^{-\beta\epsilon_r}}{Z} = -\frac{\frac{\partial Z}{\partial\beta}}{Z} = -\frac{\partial lnZ}{\partial\beta}$$

Frage 41

Wie ist die Freie Energie definiert? Wie können Energie, Entropie sowie generalisierte Kräfte (Druck, etc.) als Funktion der Freien Energie berechnet werden?

Freie Energie : $F = -k_B T ln Z$

$$E = \frac{\partial(\beta F)}{\partial \beta} = -\frac{\partial ln Z}{\partial \beta}$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_\alpha = k_B ln Z + \frac{E}{T}$$

$$F_\alpha = -\left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)_S = -\left(\frac{\partial F}{\partial \alpha}\right)_T \qquad p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \qquad m = -\left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_T$$

Frage 42

Vergleiche die Konzepte des Kanonischen und des Mikrokanonischen Ensembles in einer Liste: Was ist die jeweilige physikalische Situation? Was ist jeweils die Zustandssumme und das zentrale thermodynamische Potential? Wie werden thermodynamische Größen (gen. Kräfte, Druck, Temperatur, Energie und Entropie) bestimmt? Was sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten?

Mikrokan. Ensemble	Kanonisches Ensemble
Annahme: isoliert, E = const	in thermischen Kontakt, T = const
Zustandsintegral $\Omega = \int d\Gamma \delta(E - H(\{\vec{r}_i, \vec{p}_i\}))$	Zustandsintegral $Z = \int d\Gamma \exp^{-\beta H(\{\vec{r}_i, \vec{p}_i\})}$
zentrales Thermodyn. Potential $S = k : B ln \Omega$	$F = -k_B T ln Z$
$P_r = \frac{1}{\Omega}$	$P_r = \frac{\exp^{-\beta \epsilon_r}}{Z}$
$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,N}$	$E = -\frac{\partial ln Z}{\partial \beta} = \frac{\partial(\beta F)}{\partial \beta}$
$F_\alpha = T \left(\frac{\partial S}{\partial \alpha}\right)_E$	$F_\alpha = -\left(\frac{\partial S}{\partial \alpha}\right)_T$

Frage 43

Wende die Methoden des Kanonischen Ensembles auf das Ideale Klassische Gas an. Rechne die Erwartungswerte für den Druck, die Energie und die Entropie aus.

klassisches ideales Gas:

$$Z = \int \prod_{i=1}^{N} d^3\vec{r}_i \prod_{i=1}^{N} d^3\vec{p}_i \exp^{-\beta \sum_i \frac{p_i^2}{2m}} \qquad \text{NR: } \int dp_x dp_y dp_y \exp^{-\beta \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}} = \left(\int dy \exp^{\alpha y^2}\right)^3$$

$$= V^N \left(\sqrt{\frac{2m\pi}{\beta}}\right)^{3N} = V^N (2m\pi k_B T)^{\frac{3N}{2}} \qquad = \left(\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\right)^2$$

$$F = -k_B T lnZ = -k_B T N (lnV + \frac{2}{3} lnT + const)$$

$$E = -\frac{\partial lnZ}{\partial \beta} = \frac{\partial N(lnV - \frac{2}{3} lnT + const}{\partial \beta} = \frac{3N}{2\beta} = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = k_B T N \frac{\partial lnV}{\partial V} = \frac{k_B T N}{V} \quad \Rightarrow \quad pV = N k_B T$$

$$S = \frac{E_F}{T} = k_B lnZ + \frac{E}{T} = k_B N (lnV + \frac{3}{2} lnT + const) + \frac{3}{2} N k_B$$

Frage 44

Betrachte ein vereinfachtes quantisiertes Modell für ein „Polymer“, wobei die einzelnen Polymerglieder der Länge d nur nach links oder rechts zeigen können. Berechne den Erwartungswert der Länge L mit Hilfe des Kanonischen Ensembles als Funktion der Kraft (siehe auch Frage 37.).

$$Z = \sum_{Zustaende} \exp^{-\beta H} = \sum_{r_j = \pm} \exp^{-\beta \sum_j H_j} \qquad j = 1, ..., N \quad r_j = \pm \text{ Zustand des Segments j}$$

$$H = \sum_j H_j \qquad H_j = r_j F d = \pm F d$$

$$Z = \sum_{r_j = \pm} \exp^{-\beta \sum_j H_j} = \prod_{j=1}^{N} \sum_{r = \pm} \exp^{-\beta r F d}$$

$$Z_1 = \sum_{r = \pm} \exp^{-\beta r F d} = \exp^{-\beta F d} = \exp^{-\beta F d} + \exp^{\beta F d} = 2cosh(\beta F d)$$

$$L = N \langle l \rangle \qquad l = rd = \pm d \qquad \langle l \rangle = \frac{\sum_{r=\pm} \exp^{-\beta r F d} rd}{Z_1}$$

$$P_r = \frac{\exp^{-\beta H_1(r)}}{Z_1} \qquad \langle A \rangle = \sum_r P_r A_r = \frac{\sum_r A_r \exp^{-\beta H(r)}}{Z}$$

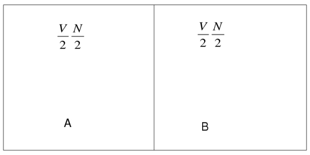
$$\langle l \rangle = \frac{d \exp^{-\beta F d} - d \exp^{\beta F d}}{cosh(\beta F d)} = -d \frac{sinh(\beta F d)}{cosh(\beta F d)} \qquad L = \langle l \rangle = N d tanh(\beta F d)$$

Umkehrung : $F = \frac{k_B T}{2d} ln \left(\frac{Nd - L}{Nd + L}\right)$ im Mikrokanonischen Ensemble.

Frage 45

Berechne die Mischentropie für zwei ideale Gase. Erläutere ausführlich das Gibbssche Parado-

xon und dessen Lösung.

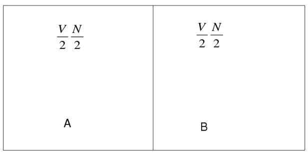


$$\begin{aligned}S_{vorher} &= S_1 + S_2\\ &= k_B\frac{N}{2}(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const) + k_B\frac{N}{2}(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const)\\ &= k_BN(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{nachher} &= S_1 + S_2\\ &= k_B\frac{N}{2}(lnV + \frac{3}{2}lnT + const) + k_B\frac{N}{2}(lnV + \frac{3}{2}lnT + const)\\ &= k_BN(lnV + \frac{3}{2}lnT + const)\\ &= S_{vor} + k_BNln2\end{aligned}$$

Gibbsches Paradoxon: Für ununterscheidbare Gase gilt die gleiche Rechnung, aber der Prozess ist reversibel.

$$S_{vorher} = k_BN(lnV + \frac{3}{2}lnT + const)$$



$$\begin{aligned}S_{nachher} &= S_1 + S_2\\ &= k_B\frac{N}{2}(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const) + k_B\frac{N}{2}(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const)\\ &= k_BN(ln\frac{V}{2} + \frac{3}{2}lnT + const)\\ &= S_{vor} - k_Bln2 < S_{vor}\end{aligned}$$

Großer Unterschied ob Teilchen unterscheidbar oder nicht sollte reversibel sein, doch zählt Z zu viele Zustände. Also Zustandsumme für ununterscheidbarer Teilchen falsch berechnet

$Z = \frac{1}{N!}\int d\Gamma \exp^{-\beta H(\{\vec{r}_i,\vec{p}_i\})}$

Für unterscheidbaren Teilchensatz

$Z = \frac{1}{N_a!}\frac{1}{N_b!}\frac{1}{N_c!}...\int d\Gamma \exp^{-\beta H}$

Frage 46

Wann sind zwei Teilsysteme unabhängig? Was passiert mit der Zustandssumme, den Wahrscheinlichkeiten und den Erwartungswerten in diesem Fall? Was versteht man unter einer Einteilchenzustandssumme?

Falls Energien von Freiheitsgraden einfach addiert werden können, so sind diese „unabhängig"

$H(\{\vec{r}_i, \vec{p}_i\}) = H_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1) + H_1(\vec{r}_2, \vec{p}_2) + ... = \sum_{j=1}^{N} H_1(\vec{r}_j, \vec{p}_j)$

Z.B ideales Gas $H_1 = \frac{p^2}{2m}$ „Einteilchen Hamilton Operator" d.h. $V(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = 0$ (keine Wechselwirkung)

$\Rightarrow Z_1 = \sum_r \exp^{-\beta H_1(r)}$ heißt Einteilchenzustandssumme (hängt nur von der Quantenzahl bzw. koordinaten eines Teilchens ab)

$$Z = \sum_{\{r_j\}} \exp^{-\beta \sum_j H(r_j)} = \begin{cases} Z_1^N & \text{bei unterscheidbaren Teilchen} \\ \frac{Z_1^N}{N!} & \text{bei unterscheidbaren Teilchen} \end{cases}$$

Wahrscheinlichkeiten:

$H = H_A(r_A) + H_B(r_B)$

$$P(r_A, r_B) = \frac{\exp^{-\beta(H_A(r_A)+H_B(r_B))}}{\sum_{r_A, r_B} \exp^{-\beta(H_A(r_A)+H_B(r_B))}} = \frac{\exp^{-\beta H_A(r_A)}}{\sum_{r_A} \exp^{-\beta H_A(r_A)}} \frac{\exp^{-\beta H_B(r_B)}}{\sum_{r_B} \exp^{-\beta H_B(r_B)}} = P_A(r_A) P_B(r_B)$$

unabhängige Wahrscheinlichkeit

Frage 47

Argumentiere, dass die Änderung des statistischen Erwartungswertes der Energie in Erwartungswerte für die Änderung von Wärme und Arbeit aufgeteilt werden kann. Leite einen Zusammenhang mit Änderungen der Entropie und der generalisierten Kräfte her.

$\langle E \rangle = \sum_r P_r \epsilon_r$

$dE = \sum_r \epsilon_r dP_r + \sum_r d\epsilon_r$

Änderung der Wahrscheinlichkeit + Energieniveaus wurden geändert bei gleichem Zustand r.
Änderung der Energieniveaus passiert durch externe Parameter α

$$d\epsilon_r = \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \alpha_1}\right) d\alpha_1 + \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \alpha_2}\right) d\alpha_2 + ...$$

$$\sum_r P_r d\epsilon_r = \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\sum_r P_r \epsilon_r\right)\right) d\alpha_1 + ...$$

$$= \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \alpha_1}\right)_S d\alpha_1 + \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \alpha_2}_S\right) d\alpha_2 + ...$$

$F_\alpha = -\left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)_S$

$\Rightarrow \sum_r \epsilon_r dP_r = \delta Q = TdS$ muss als Wärme interpretiert werden.

Für kanonisches Ensemble:

$$S = -k_B \sum_r P_r ln P_r$$

$$P_r = \frac{\exp^{-\beta\epsilon_r}}{Z}$$

$dS = -k_B \left(\sum_r dP_r ln P_r + \sum_r P_r \frac{\cancelto{0}{dP_r}}{\cancel{P_r}} \right)$

$= -k_B \sum_r dP_r(-\beta\epsilon_r - lnZ)$

$= \frac{1}{T} \sum_r dP_r\epsilon_r + k_B lnZ \sum_r \cancelto{0}{P_r}$

$\Rightarrow \sum_r dP_r\epsilon_r = TdS$

Frage 48

Zeige allgemein, dass Energieschwankungen im kanonischen Ensemble von der spezifischen Wärme und der Temperatur bestimmt werden können. Wie verhalten sich die absoluten und relativen Energiefluktuationen als Funktion von N in einem idealen Gas?

Energie im kanonischen Ensemble ist ein Erwartungswert und hat Fluktuationen.

$\langle H \rangle = E = \sum_r P_r\epsilon_r \qquad \epsilon_r = H(r)$

$\Delta E^2 = \langle (H - \langle H \rangle)^2 \rangle = \langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2$

$\langle H \rangle = E = -\frac{\partial lnZ}{\partial \beta} = \frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta}$

$\langle H^2 \rangle = \frac{\sum_r \exp^{-\beta H(r)} H^2}{Z} = -\frac{\partial}{\partial \beta}\frac{1}{Z}\sum_r \exp^{-\beta H(r)} H = \frac{1}{Z}\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \overbrace{\sum_r \exp^{-\beta H(r)}}^{Z} = \frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2}$

$\Delta E^2 = \frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} = \left(\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{\partial}{\partial \beta} == \frac{\partial}{\partial \beta}E = k_B T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T}E\right) = k_B T^2 C_V$

$\beta = \frac{1}{k_B T}$

$\partial\beta = -\frac{1}{k_B T^2}\partial T \qquad \Rightarrow \Delta E \propto \sqrt{C_V}T$

Je größer die Fluktuationen, desto größer die Änderung durch externe Parameter.

$E = \frac{3}{2}N k_B T$

$C_V = \frac{3}{2}N k_B$

$$\Delta E = \sqrt{k_B C_V}T = \sqrt{k_B \frac{3}{2} N k_B}T = k_B T\sqrt{\frac{3}{2}N} \left(= \frac{\frac{3}{2}k_B T N}{\sqrt{\frac{3}{2}N}} = \frac{E}{\sqrt{\frac{3}{2}N}} \right)$$

$\Rightarrow \Delta E \propto \sqrt{N}$

$\frac{\Delta E}{E} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$

Schwankungen nehmen mit größe des Systems zu.

Frage 49

Was ist der Virialsatz? Leite ihn her!

$i = 1, ..., N \qquad$ allgemeine Eigenschaften klass. Modelle

$H(\{\vec{r}_i, \vec{p}_i\}) = H(\vec{q})$

$\vec{q} = (r_1^x, r_1^y, r_1^z, p_1^x, p_1^y, p_1^z, ...) = (q, ..., q_{6N})$ Funktion von 6N Parametern $d\Gamma d^{6N}\vec{q}$

Betrachte Erwartungswert:

$$\left\langle q_j \frac{\partial H}{\partial q_k} \right\rangle = \frac{\int d^{6N}\vec{q} \exp^{-\beta H} q_j \frac{\partial H}{\partial q_k}}{Z} \qquad \text{Kettenregel: } \frac{\partial H}{\partial q_k}\exp^{-\beta H} = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial \exp^{-\beta H}}{\partial q_k}$$

$$= \frac{-\int d^{6N}\vec{q} q_j \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\exp^{-\beta H}\right)}{\beta Z} = \frac{1}{\beta Z}\int d^{6N}\vec{q}\frac{\partial q_j}{\partial q_k}\exp^{-\beta H} = \cancelto{0}{\frac{1}{\beta Z} q_j \exp^{-\beta H}}\Big|_{Rand}$$

Annahme: $H \to \infty$ falls $r \to \infty; p \to \infty$

$\frac{\partial q_j}{\partial q_k} = \delta_{jk}$ für kanonische Koordinaten.

Fazit:

$$\left\langle q_j \frac{\partial H}{\partial q_k} \right\rangle = \delta_{jk}\frac{1}{\beta Z}Z = k_B T \delta_{jk}$$

Der Virialsatz für ein klassisches System mit kanonischen Freiheitsgraden besagt:

$$\left\langle q_j \frac{\partial H}{\partial q_k} \right\rangle = k_B T \delta_{jk}$$

Frage 50

Was ist das Äquipartitionstheorem? Leite es her!

Frage 51

Leite die Verteilung der Geschwindigkeiten in eine Richtung vx und die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung für —v— her.

Frage 52

Berechne die Erwartungswerte $\langle v_x \rangle, \langle |v| \rangle, \langle v^2 \rangle$ *und die wahrscheinlichste Geschwindigkeit max* v_{max} *für die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung. Wie groß ist die Fluktuation der Geschwindigkeiten?*

Frage 53

Welche zwei Bedingungen müssen gegeben sein, damit eine klassische Näherung von Quantenfreiheitsgraden sinnvoll ist?

Frage 54

Wie ist die thermische Wellenlänge definiert? Vergleiche mit der De-Broglie Wellenlänge typischer Geschwindigkeiten aus der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung. Welche Bedingung muss für die Dichte gelten, damit Quanteninterferenzeffekte vernachlässigbar sind?

Frage 55

Berechne die Zustandssumme, den Energieerwartungswert und die spezifische Wärme für einen harmonischen Quantenoszillator.

Frage 56

Wie ist die Einteilchenzustandsdichte $g(\omega)$ *definiert? Leite die Einteilchenzustandsdichte für den Fall von drei-dimensionalen Wellenvektoren mit linearer Dispersionsrelation her.*

Frage 57

Was ist das Plancksche Strahlungsgesetz? Leite es her. Was ist das Rayleigh-Jeans Gesetz für kleine Frequenzen?

Frage 58

Beschreibe das Einstein Modell für die spezifische Wärme von Festkörpern. Leite den entsprechenden Ausdruck für die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur her. Was ist der Dulong-Petit Grenzwert für die spezifische Wärme?

Frage 58

Erkläre im Detail das Debye Modell für die spezifische Wärme von Festkörpern. Was sind die wichtigen Näherungen? Definiere die Debye Wellenvektor, Frequenz und Temperatur. Was ist das Tief- bzw. Hochtemperaturverhalten für die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur?

Frage 59

Welche Eigenschaften haben Materialen mit hoher bzw. niedriger Debye Temperatur. Warum?

Frage 60

Schreibe einen Ausdruck für die Einteilchen-Zustandssumme über die quantisierten kinetischen Freiheitsgrade eines Gases. Was ist die Hochtemperaturentwicklung der Energie und der spezifischen Wärme? Welche Bedingung muss für die Längenskalen gelten, damit die Hochtemperaturentwicklung gerechtfertigt ist?

Frage 61

Was ist das Verhalten der spezifischen Wärme für die Vibrationsfreiheitsgrade eines Molekülgases?

Frage 62

Was ist die Zustandssumme über die quantisierten Rotationsfreiheitsgrade eines Moleküls aus zwei verschiedenen Atomen? Berechne die Tieftemperatur-Entwicklungen der Zustandssumme, der Energie und der spezifischen Wärme.

Frage 63

Erkläre wie eine Hochtemperatur-Entwicklung der Rotationszustandssumme gemacht werden kann (die MacLaurin Summen Formel sei gegeben). Erkläre, warum cv(T) ein Maximum als Funktion der Temperatur durchläuft.

Frage 64

Erkläre allgemein wie sich die Eigenschaften eines diskreten Spektrums (Entartung, Energieabstände) im Temperaturverlauf von cv(T) widerspiegeln (mit Beispiel).

Frage 65

Was muss bei der Zustandssumme über die quantisierten Rotationsfreiheitsgrade eines zweiatomigen Moleküls beachtet werden, wenn das Molkül aus identischen Atomen besteht? Wie sieht dann die Zustandssumme für die Fälle aus, dass der Kernspin s ganz- oder halbzahlig ist?

Frage 66

Was versteht man unter Ortho- und Para-Wasserstoff? Wie kann das Verhältnis von Ortho und Para-Wasserstoff im Gleichgewicht berechnet werden? Gegen welche Werte strebt das Verhältnis für sehr große und für sehr kleine Temperaturen?

Frage 67

Erkläre die Darstellung von fermionischen und bosonischen Wellenfunktionen mit Hilfe von Besetzungszahlen. Was versteht man unter statistischer Abstoßung bzw. Anziehung?

Frage 68

Mache eine vereinfachte Herleitung für die Bose-Einstein und die Fermi- Dirac Verteilungen als Summe über Besetzungszahlen eines Zustandes für den Fall dass es kein chemisches Potential gibt.

Frage 69

Beschreibe das Konzept des Großkanonischen Ensembles. Definiere die großkanonische Zustandssumme, das großkanonische Potential Φ, die Fugazität z und das chemische Potential μ.

Frage 70

Wie können p, N, E und S mit Hilfe des großkanonischen Potentials Φ berechnet werden?

Frage 71

Wende das Konzept des Großkanonischen Ensembles auf ein ideales klassisches Gas an. Was ist z? Berechne E und p als Funktion von T, V und N.

Frage 72

Leite allgemeine Ausdrücke für die nichtwechselwirkenden bosonischen und fermionischen großkanonischen Zustandssummen als Produkt über Einteilchenzustände her. Zeige, dass die Energie und die Teilchenzahl als Summe über Einteilchenzustände ausgedrückt werden können. Was versteht man dementsprechend unter der Bose-Einstein und der Fermi-Dirac Verteilung?

Frage 73

Was ist die Entwicklung in z für die Bose-Einstein und die Fermi-Dirac Verteilung?

Frage 74

Leite die Einteilchen-Zustandsdichte $g(\omega)$ für ein ideales Quantengas in drei Dimensionen her.

Frage 75

Finde Integralausdrücke für N und E als Funktion von z und T in einem dreidimensionalen bosonischen Quantengas. Drücke die Integrale mit Hilfe der polylogarithmischen Funktion $g_\nu(z)$ aus. Wie kann mit Hilfe dieser Ausdrücke E als Funktion von N, V und T bestimmt werden (Eine Skizze ist hilfreich hier).

Frage 76

Zeige für ein dreidimensionales Quantengas, wie der Druck mit dem Energieerwartungswert zusammenhängt.

Frage 77

Erkläre das Konzept der Virialentwicklung am Beispiel eines idealen Bosonen Gases. Berechne den ersten Koeffizienten.

Frage 78

Argumentiere dass in der Berechnung der Teilchenzahl der Grundzustand eines Bosonen Gases ab einer kritischen Temperatur gesondert behandelt werden muss. Was ist die kritische Temperatur T_C ?

Frage 79

Berechne den Kondensatsanteil x in einem dreidimensionalen Bosonengas als Funktion der Temperatur und der Kondensationstemperatur T_C.

Frage 80

Berechne die Energie und die spezifische Wärme in einem idealen Bose-Gas als Funktion der Temperatur bei gegebener Dichte (d.h. gegebener kritische Temperatur Tc). Zeichne den ungefähren Verlauf der spezifischen Wärme CV als Funktion von T eines bosonischen Gases.

Frage 81

Argumentiere, dass in einem Bosegas für T¡Tc der Druck proportional zu $T^{\frac{5}{2}}$ ist.

Frage 82

Wie ändert sich das großkanonische Ensemble falls innere Freiheitsgrade (z.B. Spin) berücksichtigt werden müssen? Was ist der Effekt für die Quantenstatistik und Virialentwicklung falls es entartete innere Freiheitsgrade gibt?

Frage 83

Wie kann man bei einem bosonischen Gas Wechselwirkungseffekte durch einen Molekularfeldansatz (MFT) berücksichtigen?

Frage 84

Wende das großkanonische Ensemble auf ein bosonisches Photonengas mit Entartung g=2 und $Ek = \hbar kc$ an. Berechne die Erwartungswerte der Energie, der Teilchenzahl und des Druckes (mit Hilfe einer Integraltabelle). Warum gibt es keine Bose-Einstein Kondensation in diesem Fall?

Frage 85

Was sind die Ausdrücke für die Teilchenzahl und die Energie eines dreidimensionalen fermionischen Gases als Funktion der Fugazität?

Frage 86

Was ist die Virialentwicklung für ein ideales Fermionengas bis zur 1. Ordnung?

Frage 87

Wie ist die Fermi Energie ϵ_F definiert? Berechne den Druck und die Energie für ein ideales dreidimensionales Fermigas bei T=0 als Funktion von N, V und ϵ_F.

Frage 88

Was ist die Sommerfeld Entwicklung? Leite sie her. Stelle die Koeffizienten als dimensionslose Integrale dar.

Frage 89

Wende die Sommerfeld Entwicklung auf ein ideales Fermionen Gas in drei Dimensionen an, um die Korrekturen für kleine Temperaturen zum chemischen Potential und zur spezifischen Wärme zu bestimmen.

Frage 90

Wie hängt der Entwicklungsparameter k_BT/ϵ_F in der Sommerfeld Entwicklung mit dem Parameter $\lambda^3 N/gV$ 3 N/gV zusammen (für ein ideales Fermigas)?

Frage 91

Was besagt die Boltzmann Transport Gleichung und der Stoßzahlansatz? Erläutere die Herleitung.

Frage 92

Erläutere wie man einen Phasenübergang zwischen einer geordneten und einer ungeordneten Phase quantitativ verstehen kann indem man die Freie Energie minimiert. Was bedeutet dies für die Energie und Entropie bei hohen bzw. tiefen Temperaturen?

Frage 93

Was ist die Ehrenfest Klassifikation? Was zeichnet einen Phasenübergang von 1. Ordnung aus? Was versteht man unter einem Ordnungsparameter?

Frage 94

Was besagt die Gibbssche Phasenregel für die Koexistenz verschiedener Phasen?