

計量政治学方法論Ⅰ (実証分析と方法)

差分の差分法

ソングェヒョン

宋財 滋

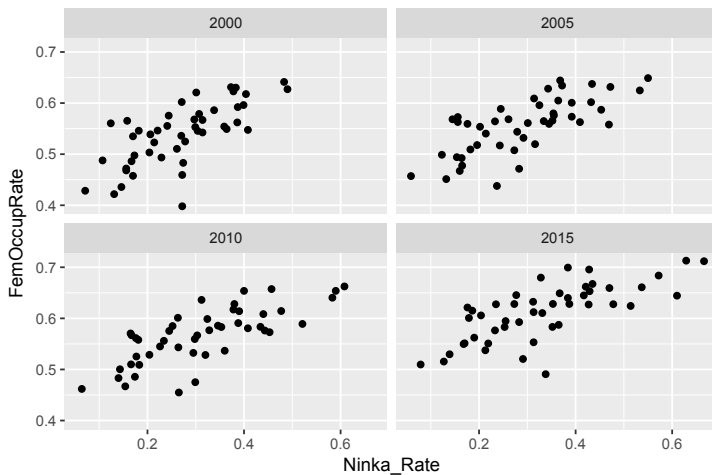
(SONG Jaehyun)

同志社大学文化情報学部 助教

2020 年 9 月 7 日

保育所の整備と母の就労率 (1)

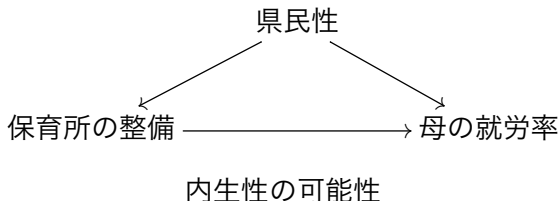
X 軸：認可保育所定員
0-5 歳子供数、Y 軸：母親の就労率



保育所の整備と母の就労率 (2)

保育所が整備されると母は安心して働けるから就労率が上がる

- ロジックとして問題はなさそう
- 内生性は？
 - ▶ 「**県民性**」の存在
 - ▶ 母親の就業意識が高く、地域社会もこの意識に好意的なら ...
 - 就労率が上がる
 - 政治・行政も支持拡大のために保育所整備に力を入れる



Difference in Difference (Diff-in-Diff, DID, DD)

- 「**差分の差分法**」と訳される
- 同一対象に対して複数の観測が前提
 - ▶ 保育所の整備と母の就労率を 47 都道府県に対して 4 回 (2000, 2005, 2010, 2015 年) 調査
 - ▶ 「**パネルデータ**」
- ここの有権者を対象にした場合、パネルデータの収集は高費用
 - ▶ 日本の政治学だと JES が代表的
- 国、自治体、選挙区、団体は集計データが整備され、公表されているため利用しやすい

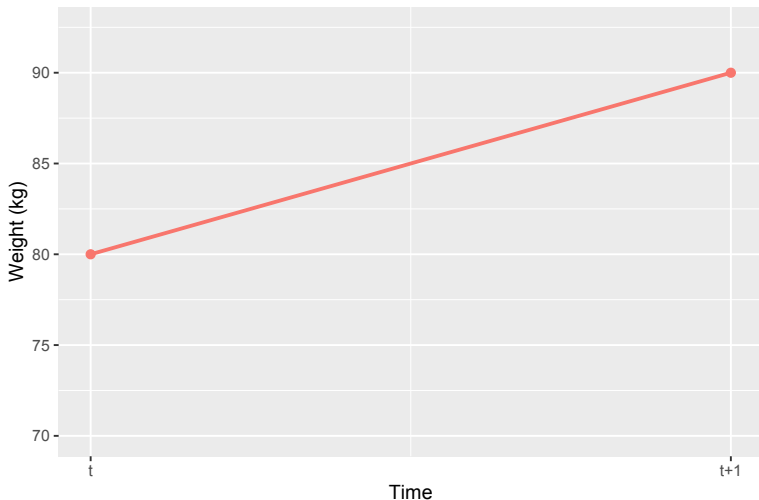
食事と S 助教の体重

某私立大学の S 助教の主食



食事と S 助教の体重

ラーメンを主食にしてから、S 助教の 1 ヶ月間の体重変化



食事と S 助教の体重

ラーメンを食べてから、S 助教は 10kg 増

- S 助教は命を削りながらラーメンを食べている。
- ラーメンだけで 10kg 太るのはやや非現実的かも？
 - ▶ たまたま、S 助教が太りやすい体質なら？
 - ▶ 水を飲むだけでも太る体質なら？ (これはないか)

⇒ **比較対象が必要**

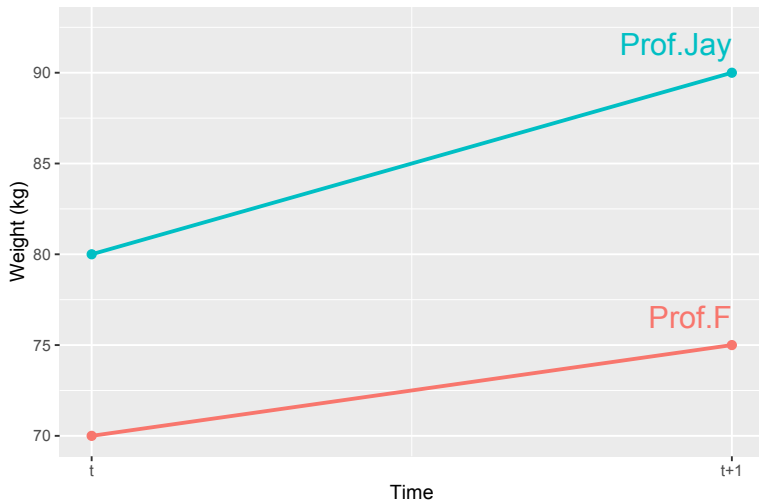
F 教授の登場

某国立大学の F 教授の主食



F 教授の登場

ラーメンを主食にできない F 教授の 1 ヶ月間の体重変化



潜在的結果枠組みから考える

因果推論の枠組みから考えると ...

- 処置変数 (T): ラーメンを主食にしているか否か
- 結果変数 (Y): 体重
- i : 観測単位 (人など)
- t : 観測時期

ID (i)	Time (t)	T_{it}	Y_{it}
1	1	0	80
1	2	1	90
2	1	0	70
2	2	0	75

潜在的結果枠組みから考える

- $t = 2$ において処置を受けた場合、 $Z = 1$
- $Z = 1$ である S 助教の変化量 (ΔY_1): $90 - 80 = 10$
- $Z = 0$ である F 教授の変化量 (ΔY_2): $75 - 70 = 5$

ID (i)	Z_{it}	ΔY_i
1	1	10
2	0	5

潜在的結果枠組みから考える

- S 助教が処置を受けなかった場合の**潜在的結果**として F 教授のデータを用いる
- 因果効果: $\Delta Y(Z = 1) - \Delta Y(Z = 0)$
 - ▶ $10 - 5 = 5$
- ラーメンの効果は 5kg (これでもひどい)

$\Delta Y(Z = 1)$	$\Delta Y(Z = 0)$	Diff.
10	5	5

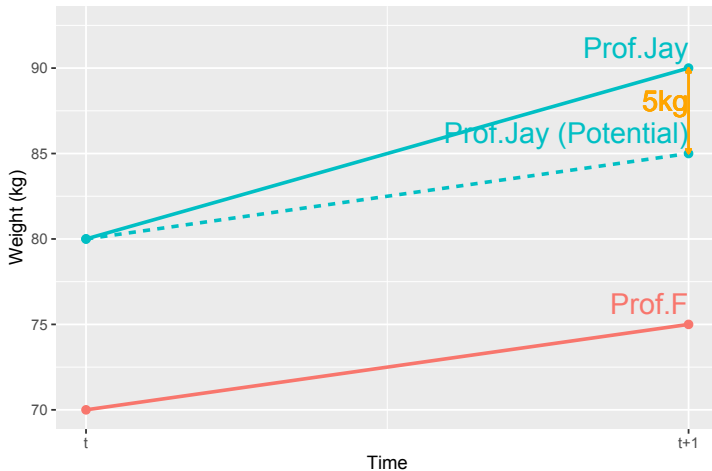
潜在的結果枠組みから考える

数式で表すと ...

$$\Delta = [\mathbb{E}(Y_{t+1}(Z=1)) - \mathbb{E}(Y_t(Z=1))] \\ - [\mathbb{E}(Y_{t+1}(Z=0)) - \mathbb{E}(Y_t(Z=0))]$$

- $t+1$ 期に処置を受けたら $Z=1$ 、受けなかったら $Z=0$
- t 期は誰も処置を受けていない
 - ▶ 初期状態は一緒に、一部のユニットだけ処置を受ける

図なら、もっと分かりやすい



並行トレンドの仮定

差分の差分法から推定された値が因果効果になるための前提

- 結局、S 助教がラーメンを食べなかったら F 教授並に体重を増えただろうというのが前提
 - **並行トレンドの仮定** (Parallel Trend Assumption)
 - ▶ 処置を受けたユニットが、もし処置を受けなかった場合、結果変数の変化は統制群の変化と一致する
 - ▶ 処置群のこうし結果は観測された統制群の動きと並行する
- = S 助教がラーメンを主食にしなかったら、F 教授のように 5kg 増に留まる

並行トレンドの仮定：どう確認するか

一般的に 2 つの方法

- ① 他の処置群や統制群を見つけて追加する
 - 某国立大学の S 教授を追加
- ② 3 期以上のデータを用意する
 - $t-1$ 期のデータも投入する
 - むろん、 $t-1$ 期の S 助教はラーメンを食べていない
- ③ 上記 2 つの方法を組み合わせる
 - 実質的にはこれがメイン

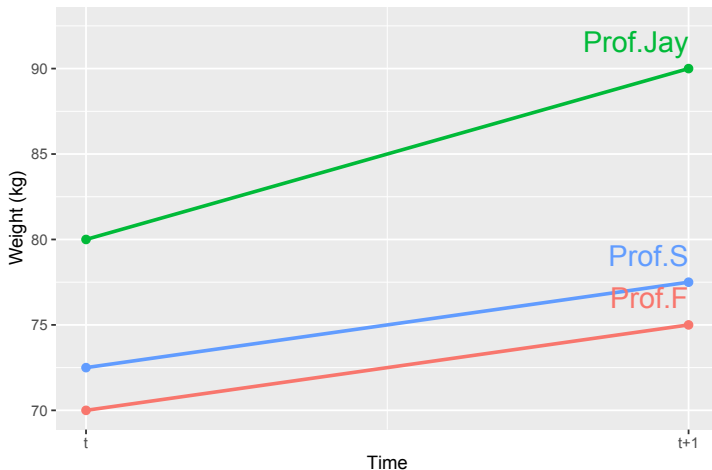
統制群を増やしてみた

某国立大学 S 教授の主食



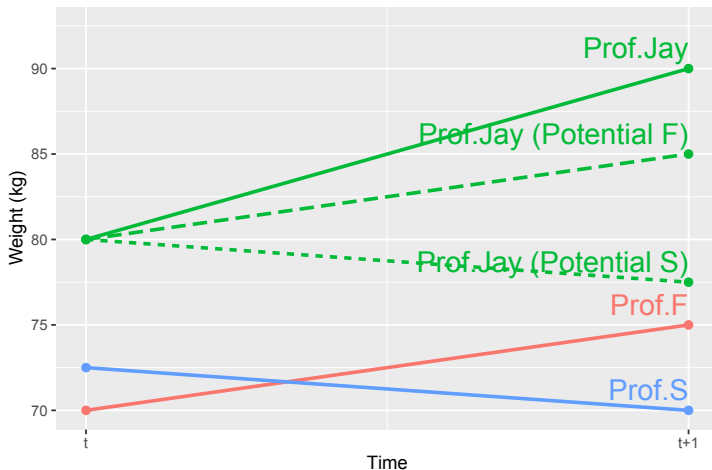
統制群を増やしてみた

並行トレンドの仮定が満たされている場合



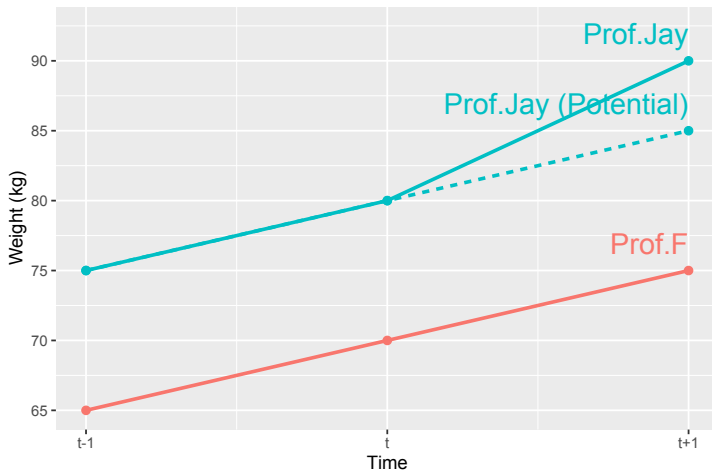
統制群を増やしてみた

並行トレンドの仮定が満たされていない場合



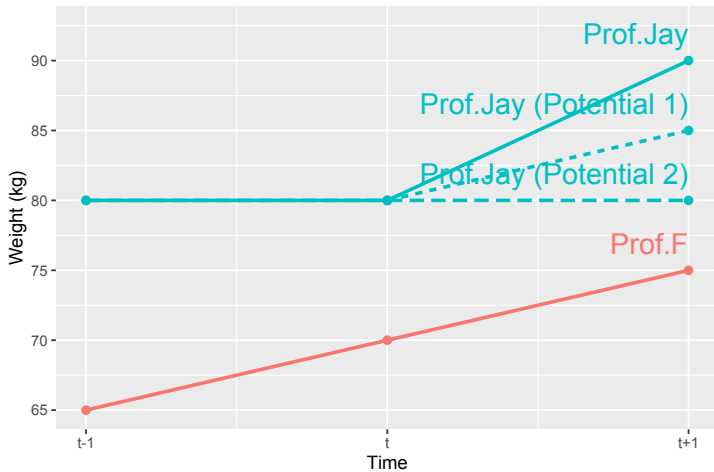
$t-1$ のデータを入れてみた

並行トレンドの仮定が満たされている場合



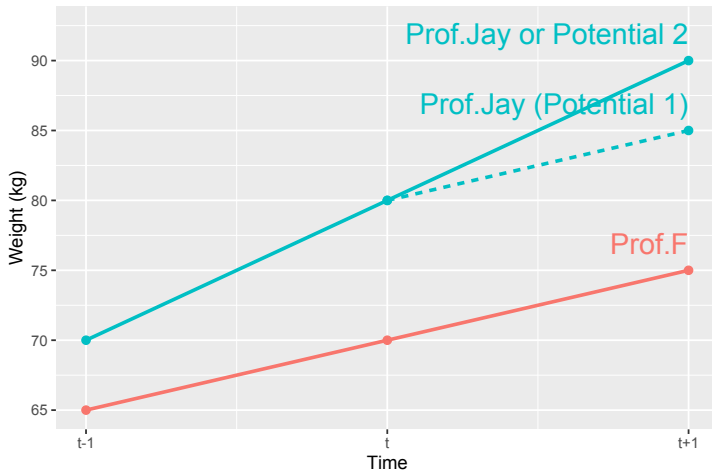
$t-1$ のデータを入れてみた

並行トレンドの仮定が満たされていない場合 (1)



$t-1$ のデータを入れてみた

並行トレンドの仮定が満たされていない場合 (2)



回帰分析を用いた差分の差分法

回帰分析 de 差分の差分法

データが 2 期のみ ($t \in \{0, 1\}$) の場合

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 POST + \delta T \cdot POST$$

- T : 処置の有無
- $POST$: 処置前後
- Y : 結果変数

ID	ID2	$POST$	T	Y
1	Prof.S	0	1	80
2	Prof.S	1	1	90
3	Prof.F	0	0	70
4	Prof.F	1	0	75

回帰分析 de 差分の差分法

データが 2 期のみ ($t \in \{0, 1\}$) の場合

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 POST + \delta T \cdot POST$$

- 処置群の差分: $\hat{Y}(T=1, POST=1) - \hat{Y}(T=1, POST=0)$
 - ▶ $\beta_2 + \delta = \underbrace{(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \delta)}_{\hat{Y}(T=1, POST=1)} - \underbrace{(\beta_0 + \beta_1)}_{\hat{Y}(T=0, POST=0)}$
- 統制群の差分: $\hat{Y}(T=0, POST=1) - \hat{Y}(T=0, POST=0)$
 - ▶ $\beta_2 = \underbrace{(\beta_0 + \beta_2)}_{\hat{Y}(T=0, POST=1)} - \underbrace{(\beta_0)}_{\hat{Y}(T=0, POST=0)}$
- 差分の差分: $\delta = (\beta_2 + \delta) - (\beta_2)$
 - ▶ δ : 処置効果

一般化された回帰モデル

先ほどのモデルの限界

- ① 期間が 2 期のみ
 - ▶ 実際にはもっとデータがあるはず
- ② 観察されたユニットが 2 個 (S 助教と F 教授) のみ
 - ▶ 実際にはもっとデータがあるはず
- ③ 処置変数が $\{0, 1\}$ のバイナリー変数
 - ▶ 保育所の整備の例の場合、処置変数は 0 以上の連続変数

一般化された回帰モデル

より一般化されたモデル

$$\hat{Y}_{pt} = \beta + \delta \text{Treat}_{pt} + \sum_{k=\text{Aomori}}^{\text{Okinawa}} \gamma_k \text{Pref}_{kp} + \sum_{j=2005}^{2015} \psi_j \text{Year}_{jt}$$

- Treat_{pt} : t 期における p 県の保育所の整備率 ($= [0, 1]$)
- Pref_p : 各都道府県ダミー変数 ($= \{0, 1\}$)
- Year_t : 年ダミー変数 ($= \{0, 1\}$)
- Y_{pt} : t 期における p 県の母の就労率 ($= [0, 1]$)

一般化された回帰モデル

単回帰分析と差分の差分法推定量の比較

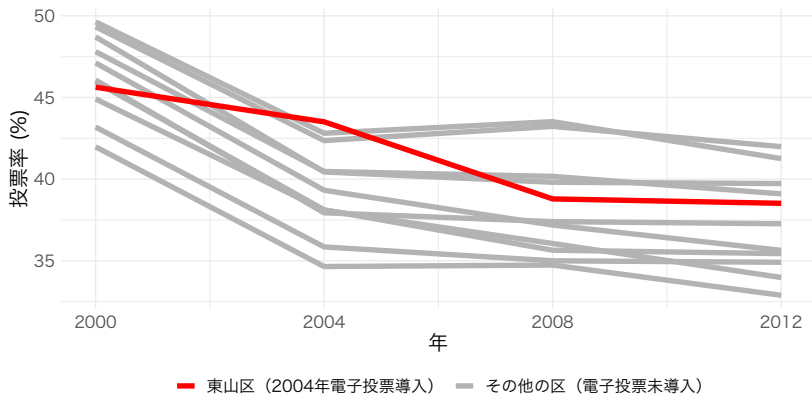
- 保育所の整備率と母の就労率の間に統計的に有意な関係が見られない

係数	モデル 1	モデル 2
切片	0.460 (0.008)	0.540 (0.006)
保育所の整備率	0.358 (0.026)	-0.003 (0.023)
都道府県ダミー	×	○
年ダミー	×	○
N	188	188
Adj. R^2	0.508	0.982
注: カッコ内は標準誤差		

平行トレンドは？

回帰モデルでも平行トレンドの仮定は必要

- 処置変数がバイナリー変数なら平行トレンドの仮定が満たされているか否かを可視化可能
 - ▶ 例) 電子投票の導入と投票率 (京都市)



平行トレンドは？

回帰モデルでも平行トレンドの仮定は必要

- 処置変数が連続変数の場合、平行トレンドの仮定を視覚的に確認することは困難
- 都道府県ダミーと年ダミー変数を投入したということは ...
 - ▶ 都道府県ごとに切片のみが異なる
 - ▶ 各年の就労率の変動は全都道府県で共通= 平行トレンド
- 都道府県ごとに切片だけでなく、異なる傾きまで許容するモデル
 - ① **トレンド変数**の投入
 - ★ 簡単だが、都道府県ごとのトレンドが線形という仮定
 - ② **都道府県レベルの共変量**の投入
 - ★ 柔軟だが、適切な共変量の発見が重要

トレンド変数

処置を受けていない場合も、傾きが都道府県ごとに異なる場合

- 都道府県ダミーとトレンド変数 (連続変数としての年など) の**交差項**を投入
- 仮定：都道府県間は平行でなくても、**都道府県のトレンドは線形**

$$\hat{Y}_{pt} = \beta + \delta \text{Treat}_{pt} + \sum_{k=\text{Aomori}}^{\text{Okinawa}} \gamma_k \text{Pref}_{kp} + \sum_{j=2005}^{2015} \psi_j \text{Year}_{jt} + \sum_{k=\text{Aomori}}^{\text{Okinawa}} \theta_k (\text{Pref}_{kp} \cdot t)$$

- t : トレンド変数 (2000 年: $t = 1$ 、2005 年: $t = 2$ 、...)
 - ▶ Year_t はダミー変数であるが、トレンド変数は連続変数

トレンド変数

結果の比較

係数	モデル 1	モデル 2	モデル 3
切片	0.460 (0.008)	0.540 (0.006)	-0.638 (0.801)
保育所の整備率	0.358 (0.026)	-0.003 (0.023)	-0.009 (0.027)
都道府県ダミー	×	○	○
年ダミー	×	○	○
トレンド変数	×	×	○
N	188	188	188
$\text{Adj.}R^2$	0.508	0.982	0.995
注: カッコ内は標準誤差			

共変量の投入

- 既存のモデルは年度ごとに就労率の伸びは変化するものの、その変化の度合いは全都道府県において共通していると仮定
 - 景気が良いと母の就労率が上がる
 - ▶ しかし、都道府県ごとに景気変動の度合いは異なることが一般的
- ⇒ 都道府県の失業率など、各都道府県の景気状況を表す変数を投入

$$\hat{Y}_{pt} = \beta + \delta \text{Treat}_{pt} + \sum_{k=\text{Aomori}}^{\text{Okinawa}} \gamma_k \text{Pref}_{kp} + \sum_{j=2005}^{2015} \psi_j \text{Year}_{jt} + \theta \text{Unemp}_{pt}$$

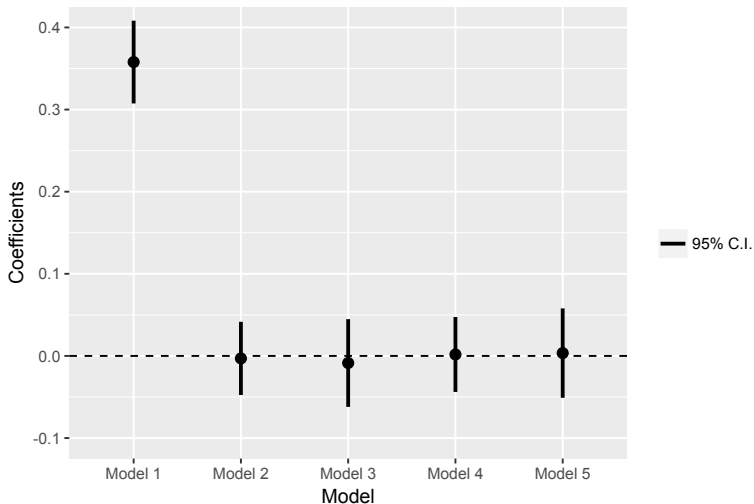
- Unemp_{pt} : t 期における p 県の完全失業率
- トレンド変数は、「同じ都道府県なら、傾きは変わらない」と仮定しているが、共変量を統制する場合、このような仮定は必要としない
 - ▶ 適切な共変量の選択はトレンド変数よりも有効
 - ▶ 共変量は母の就労率、保育所の整備率、両方と関係のあるもの

共変量の投入

結果の比較

係数	モデル 1	モデル 2	モデル 3	モデル 4	モデル 5
切片	0.460 (0.008)	0.540 (0.006)	-0.638 (0.801)	0.546 (0.009)	-1.478 (0.930)
保育所の整備率	0.358 (0.026)	-0.003 (0.023)	-0.009 (0.027)	0.002 (0.023)	0.003 (0.028)
都道府県ダミー	×	○	○	○	○
年ダミー	×	○	○	○	○
トレンド変数	×	×	○	×	○
失業率	×	×	×	○	○
N	188	188	188	188	188
Adj. R^2	0.508	0.982	0.995	0.982	0.995
注: カッコ内は標準誤差					

結果の比較



並行トレンドのチェック

並行トレンドをどう確認するか

- ① より多くの時点のデータを収集し、プロット

⇒ Test ではなく、diagnostics

- ② プラセボ・テスト

方法 1 t_3 が処置を受けた時期なら、 t_3 をデータから除外し、 t_2 を処置とコーディングして DID を実行 (3 期以上のデータが必要)

方法 2 統制群の一部を処置群とコーディング&処置群をデータから除外して DID を実行 (3 つ以上の対象が必要)

- ▶ 検定の結果、DID 推定量が統計的有意であったら平行トレンドが満たされていないと判断する

Diff-in-Diff の応用

Synthetic Control Method: 概要

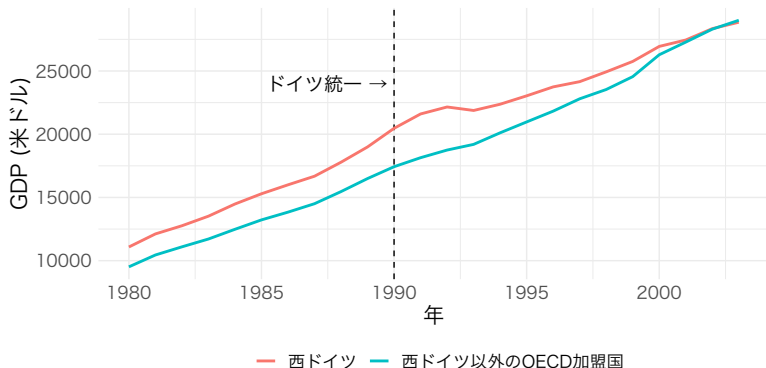
並行トレンドを満たすケースを仮想的に作り上げる手法

- 処置群以外のケースを重み付け&合成
 - ▶ 合成に使われるケース：ドナー (Donor)
 - 一つ一つの観察対象が処置群と並行トレンドを満たさない場合でも使用可能
 - ▶ 精度を上げるには共変量が必要
 - Synth パッケージで実装可能
 - ▶ ただし、使い方がやや難しい
-
- Abadie, Alberto, Alexis Diamond, and Jens Hainmueller. 2015. "Comparative Politics and the Synthetic Control Method." *American Journal of Political Science*, 59 (2): 495–510.

Synthetic Control Method の例: 事例

ドイツ統一がもたらした経済効果は？

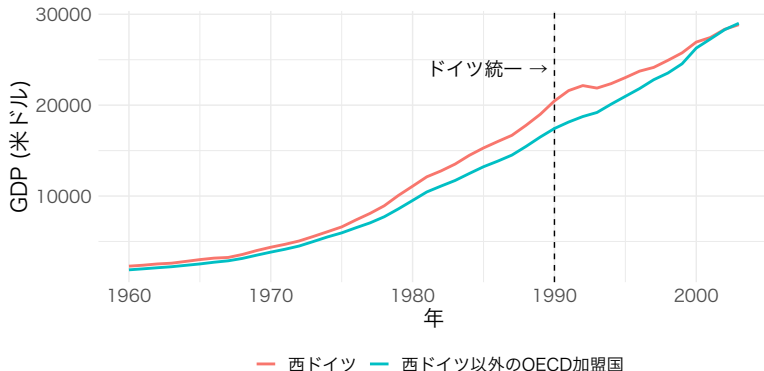
- 1990 年のドイツ統一
- 長期間の場合、並行トレンドが確認されない



Synthetic Control Method の例: 事例

ドイツ統一がもたらした経済効果は？

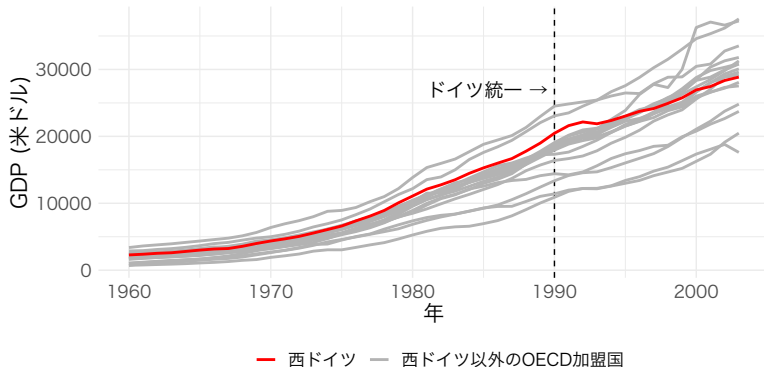
- 1990 年のドイツ統一
- 長期間の場合、並行トレンドが確認されない



Synthetic Control Method の例: 事例

OECD に加盟している 16 カ国のトレンドから架空の西ドイツ（潜在的結果）を生成

- どうしても使えなさそうな国は合成に使わない or 重み↓
- 西ドイツのトレンドと類似している国は重み↑



Synthetic Control Method の例) 結果

5 カ国のトレンドを合成し、架空の西ドイツのトレンドを生成

ドナー国	重み	ドナー国	重み
アメリカ	0.216	ノルウェー	0.000
イギリス	0.000	スイス	0.113
オーストリア	0.402	日本	0.161
ベルギー	0.000	ギリシャ	0.000
デンマーク	0.000	ポルトガル	0.000
フランス	0.000	スペイン	0.000
イタリア	0.000	オーストラリア	0.000
オランダ	0.107	ニュージーランド	0.000

Synthetic Control Method の例) 結果

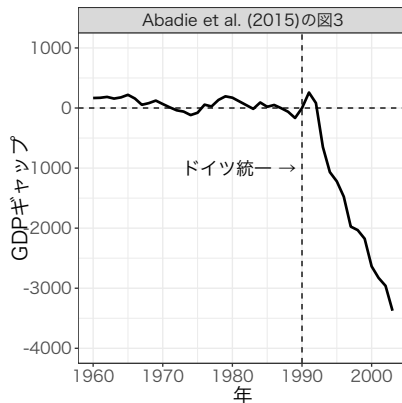
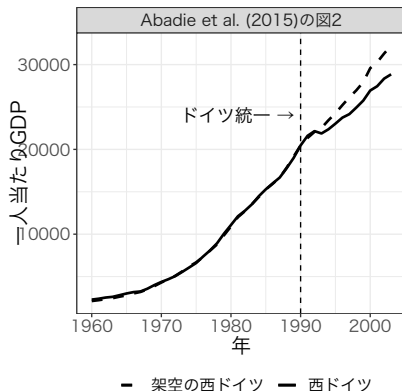
バランスチェックの例

- 実際の西ドイツと非常に似た架空のケースが生成

	西ドイツ	仮想西ドイツ	ドナー国
一人当たり GDP	15808.9	15801.4	13669.4
貿易依存度	56.8	57.3	59.8
インフレーション率	2.6	3.4	7.6
付加価値産業	34.5	34.4	33.8
教育水準	55.5	54.9	38.7
国内総投資	27.0	27.0	25.9

Synthetic Control Method の例) 結果

- 左側の図: 西ドイツと架空の西ドイツの GDP トレンド
- 右側の図: トレンドの差分



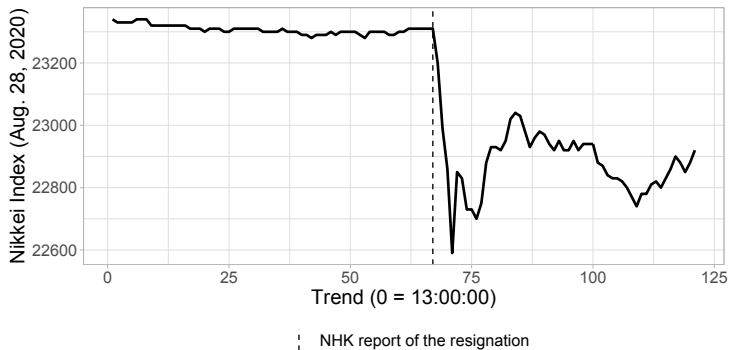
データの制約が非常に少ない差分の差分法の応用

- 状態空間モデルにより、処置後の結果変数を予測
 - ▶ 他の観察対象の結果変数でなく、自分自身のデータから予測される結果を潜在的結果として使用
- 予測値と観測値の差から因果効果を推定
- データの制約が非常に小さい
 - ▶ 共変量なしでも OK (あった方が良い)
 - ▶ 観察対象が 1 つ (1 カ国、1 自治体など)
 - ▶ ただし、時間単位の観察数を確保する必要がある
- CausalImpact パッケージで簡単に実装可能
- Kay H. Brodersen, Fabian Gallusser, Jim Koehler, Nicolas Remy, Steven L. Scott. 2015. "Inferring Causal Impact using Bayesian Structural Time-series Models." *Annals of Applied Statistics*, vol. 9 (2015), pp. 247-274.

CausalImpact の例

2020 年 8 月 28 日における NHK 報道が株価に与えた影響

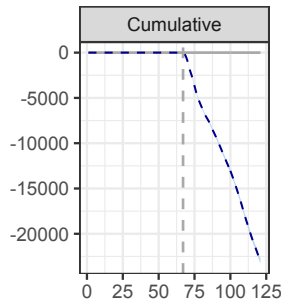
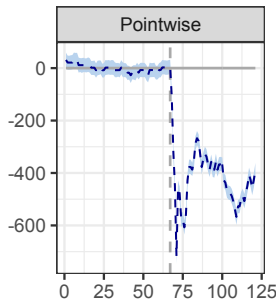
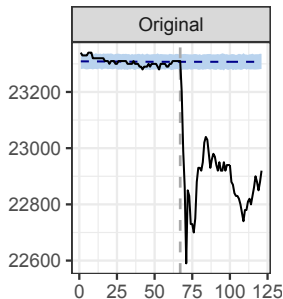
- 安倍総理の辞任に関する報道
- 日本の株価のみ
- 13 時 ~ 15 時の 1 分単位の株価 (1~121)



CausalImpact の例

CausalImpact の可視化

- Original: 予測値 (+信用区間) と観測値
- Pointwise: 予測値と観測値の差分 (+信用区間)
- Cumulative: Pointwise の累積 (+信用区間)



CausalImpact の例

NHK 報道の因果効果

- 日経指数を「平均」426 ポイント下げた効果
- 「累積」が大事な場合もあり

	Average	Cumulative
Actual	22881	1235580
Prediction (s.d.)	23307 (2.7)	1258595 (143.8)
95% CI	[23302, 23312]	[1258309, 1258848]
Absolute effect (s.d.)	-426 (2.7)	-23015 (143.8)
95% CI	[-431, -421]	[-23268, -22729]
Relative effect (s.d.)	-1.8% (0.011%)	-1.8% (0.011%)
95% CI	[-1.8%, -1.8%]	[-1.8%, -1.8%]

実習

スライドで使ったデータ

- `Hoiku.csv`: 保育所の整備と母の就労率
- `eVoteKyoto.csv`: 電子投票の導入と投票率
- `Synth_Data.csv`: OECD 諸国の経済指標データ
- `Stock_20200828.csv`: 2020 年 8 月 28 日の株価

実習用データ

- `EnglishBacon.csv`: 地方議会の党派性と補助金
 - ▶ Fourinaies, Alexander, and Hande Mutlu-Eren. 2015. “English Bacon: Copartisan Bias in Intergovernmental Grant Allocation in England.” *Journal of Politics*, 77 (3) pp. 805–817.

データの説明

- Treat: 地方議会の多数派と政府与党の一致有無
- Year: 年
- Assembly: 地方議会
- y_p1: $t+1$ 期の補助金額
- y_p2: $t+2$ 期の補助金額
- y_p3: $t+3$ 期の補助金額
- y_p4: $t+4$ 期の補助金額
- y_p5: $t+5$ 期の補助金額

- 1 回帰分析による差分の差分法
- 2 頑健な標準誤差
- 3 複数モデルの可視化

