06讲递归（下）：分而治之，从归并排序到MapReduce

你好，我是黄申。

上一节，我解释了如何使用递归，来处理迭代法中比较复杂的数值计算。说到这里，你可能会问了，有些迭代法并不是简单的数值计算，而要通过迭代的过程进行一定的操作，过程更加复杂，需要考虑很多中间数据的匹配或者保存。例如我们之前介绍的用二分查找进行数据匹配，或者我们今天将要介绍的归并排序中的数据排序等等。那么，这种情况下，还可以用递归吗？具体又该如何来实现呢？

我们可以先分析一下，这些看似很复杂的问题，是否可以简化为某些更小的、更简单的子问题来解决，这是一般思路。如果可以，那就意味着我们仍然可以使用递归的核心思想，将复杂的问题逐步简化成最基本的情况来求解。因此，今天我会从归并排序开始，延伸到多台机器的并行处理，详细讲讲递归思想在“分而治之”这个领域的应用。

更多课程请加QQ:1046877884，微信:loveu_110获取

归并排序中的分治思想

首先，我们来看，如何使用递归编程解决数字的排序问题。

对一堆杂乱无序的数字，按照从小到大或者从大到小的规则进行排序，这是计算机领域非常经典，也非常流行的问题。小到Excel电子表格，大到搜索引擎，都需要对一堆数字进行排序。因此，计算机领域的前辈们研究排序问题已经很多年了，也提出了许多优秀的算法，比如归并排序、快速排序、堆排序等等。其中，归并排序和快速排序都很好地体现了分治的思想，今天我来说说其中之一的**归并排序**（merge sort）。

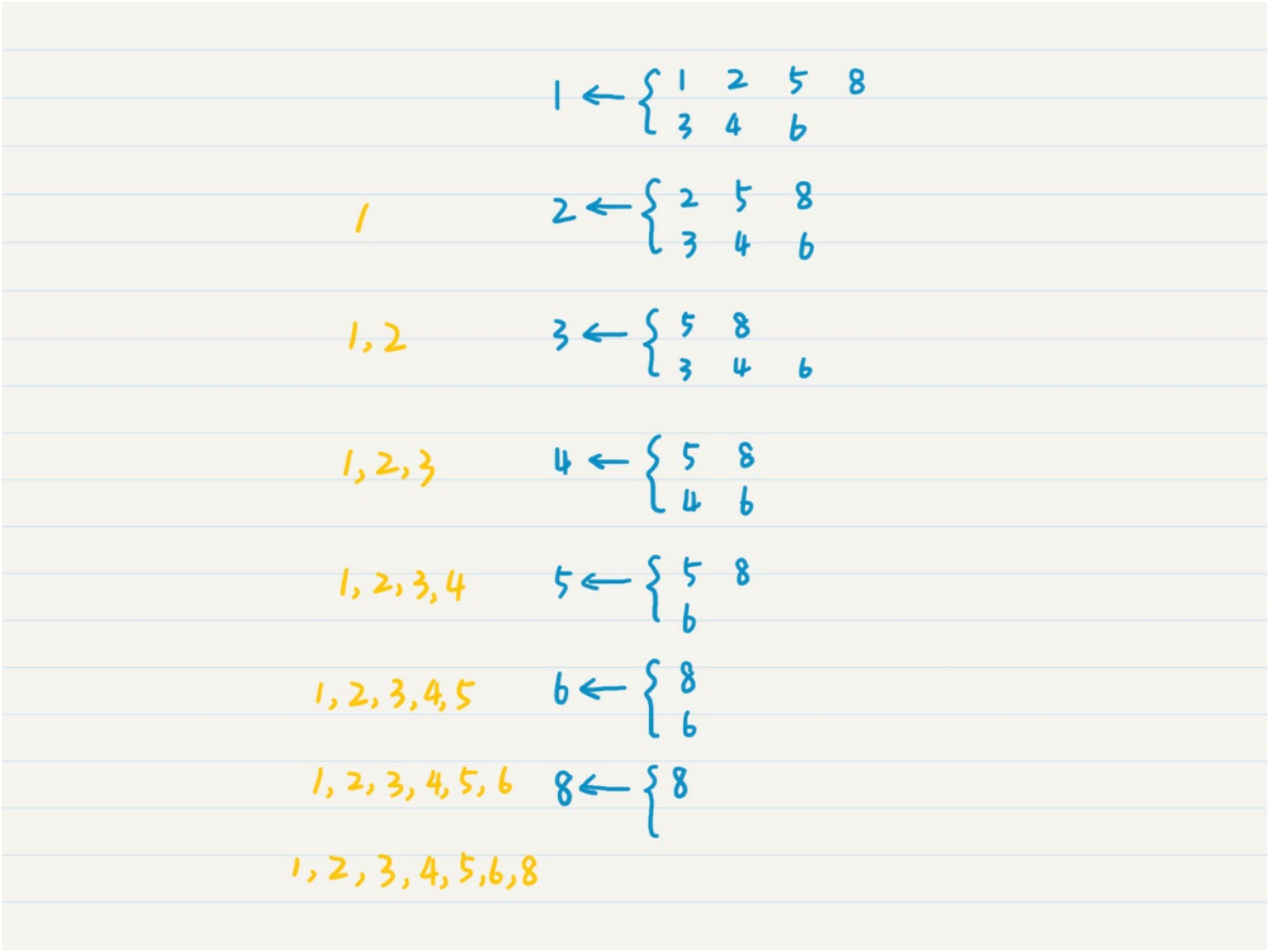
很明显，归并排序算法的核心就是“归并”，也就是把两个有序的数列合并起来，形成一个更大的有序数列。

假设我们需要按照从小到大的顺序，合并两个有序数列A和B。这里我们需要开辟一个新的存储空间C，用于保存合并后的结果。

我们首先比较两个数列的第一个数，如果A数列的第一个数小于B数列的第一个数，那么就先取出A数列的第一个数放入C，并把这个数从A数列里删除。如果是B的第一个数更小，那么就先取出B数列的第一个数放入C，并把它从B数列里删除。

以此类推，直到A和B里所有的数都被取出来并放入C。如果到某一步，A或B数列为空，那直接将另一个数列的数据依次取出放入C就可以了。这种操作，可以保证两个有序的数列A和B合并到C之后，C数列仍然是有序的。

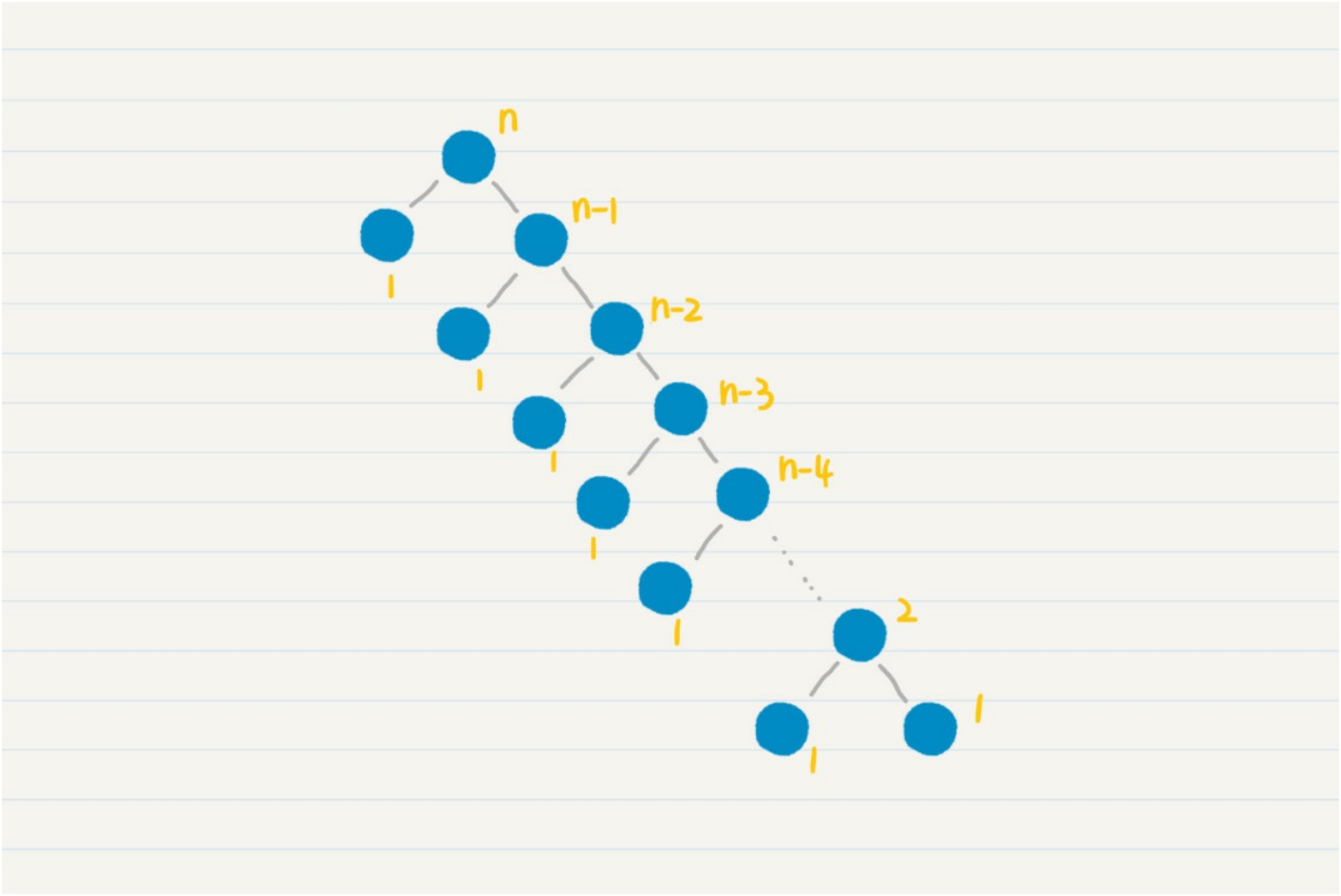
为了你能更好地理解，我举个例子说明一下，这是合并有序数组{1, 2, 5, 8}和{3, 4, 6}的过程。



为了保证得到有序的C数列，我们必须保证参与合并的A和B也是有序的。可是，等待排序的数组一开始都是乱序的，如果无法保证这点，那归并又有什么意义呢?

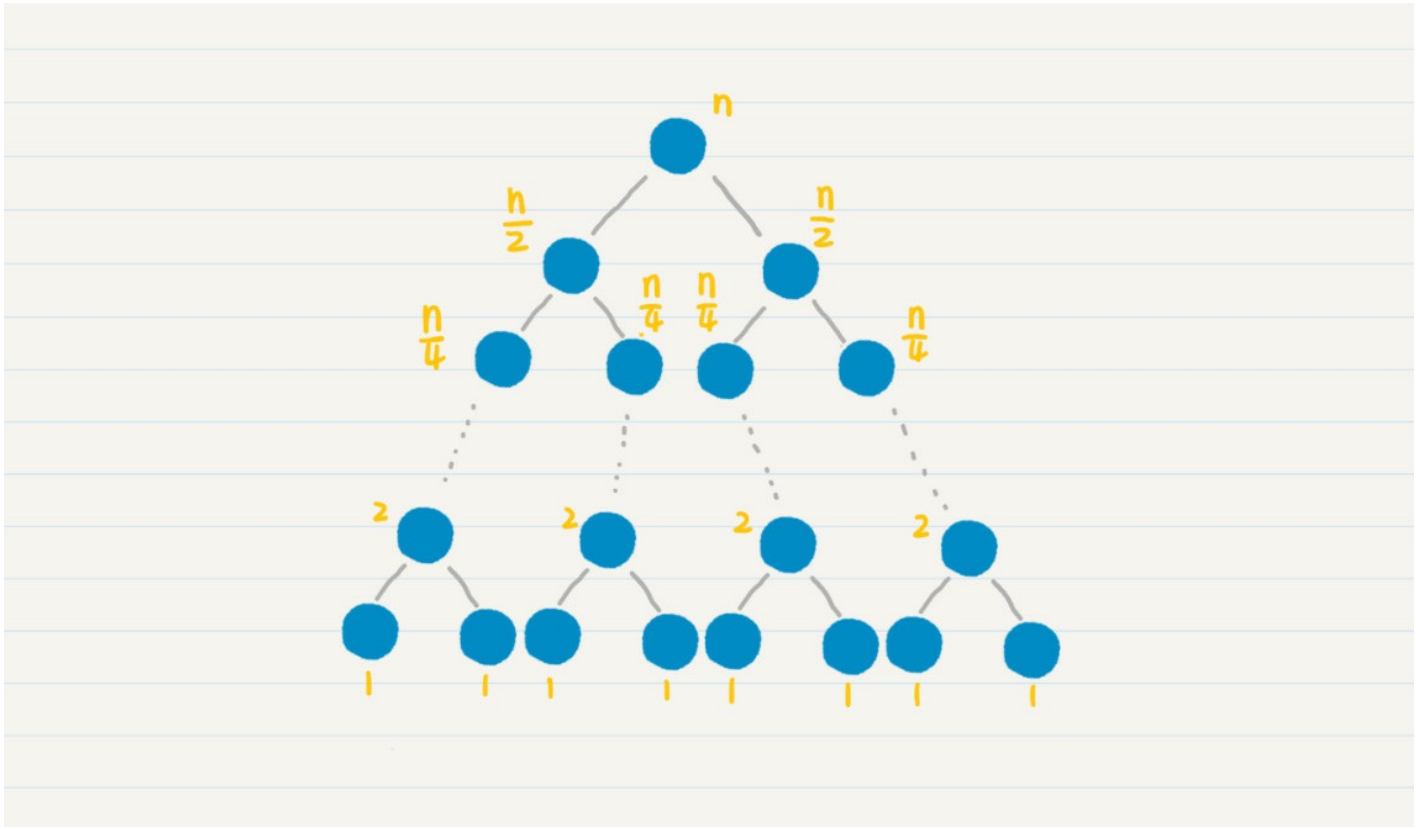
还记得上一篇说的递归吗？这里我们就可以利用递归的思想，把问题不断简化，也就是把数列不断简化，一直简化到只剩1个数。1个数本身就是有序的，对吧?

好了，现在剩下的疑惑就是，每一次如何简化问题呢？最简单的想法是，我们把将长度为n的数列，每次简化为长度为n-1的数列，直至长度为1。不过，这样的处理没有并行性，要进行n-1次的归并操作，效率就会很低。



所以，我们可以在归并排序中引入了**分而治之**（Divide and Conquer）的思想。**分而治之，我们通常简称为分治。它的思想就是，将一个复杂的问题，分解成两个甚至多个规模相同或类似的子问题，然后对这些子问题再进一步细分，直到最后的子问题变得很简单，很容易就能被求解出来，这样这个复杂的问题就求解出来了。**

归并排序通过分治的思想，把长度为n的数列，每次简化为两个长度为n/2的数列。这更有利于计算机的并行处理，只需要$\log_2 n$次归并。

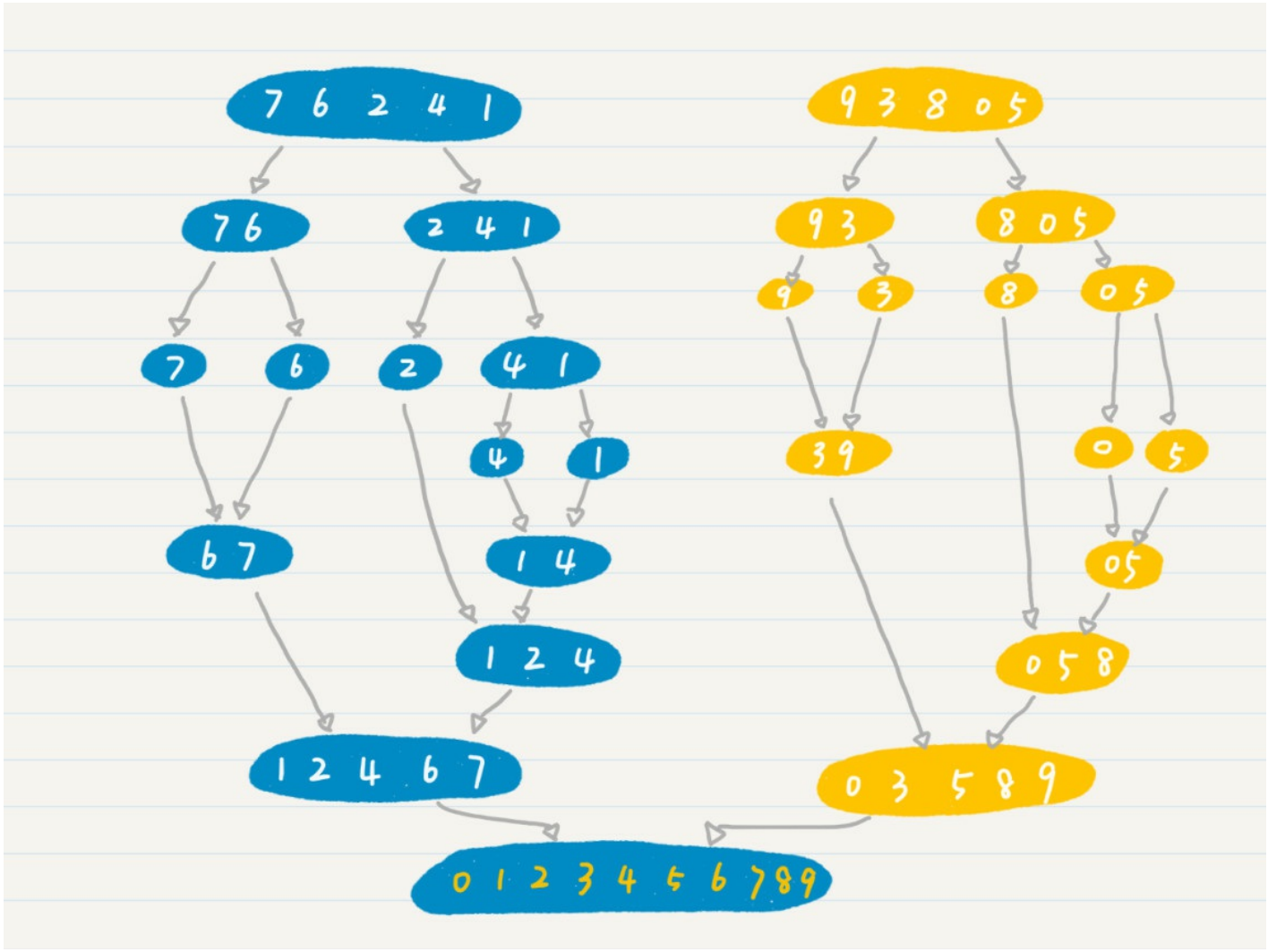


我们把归并和分治的思想结合起来，这其实就是归并排序算法。这种算法每次把数列进行二等分，直到唯一的数字，也就是最基本的有序数列。然后从这些最基本的有序数列开始，两两合并有序的数列，直到所有的数字都参与了归并排序。

我用一个包含0～9这10个数字的数组，给你详细讲解一下归并排序的过程。

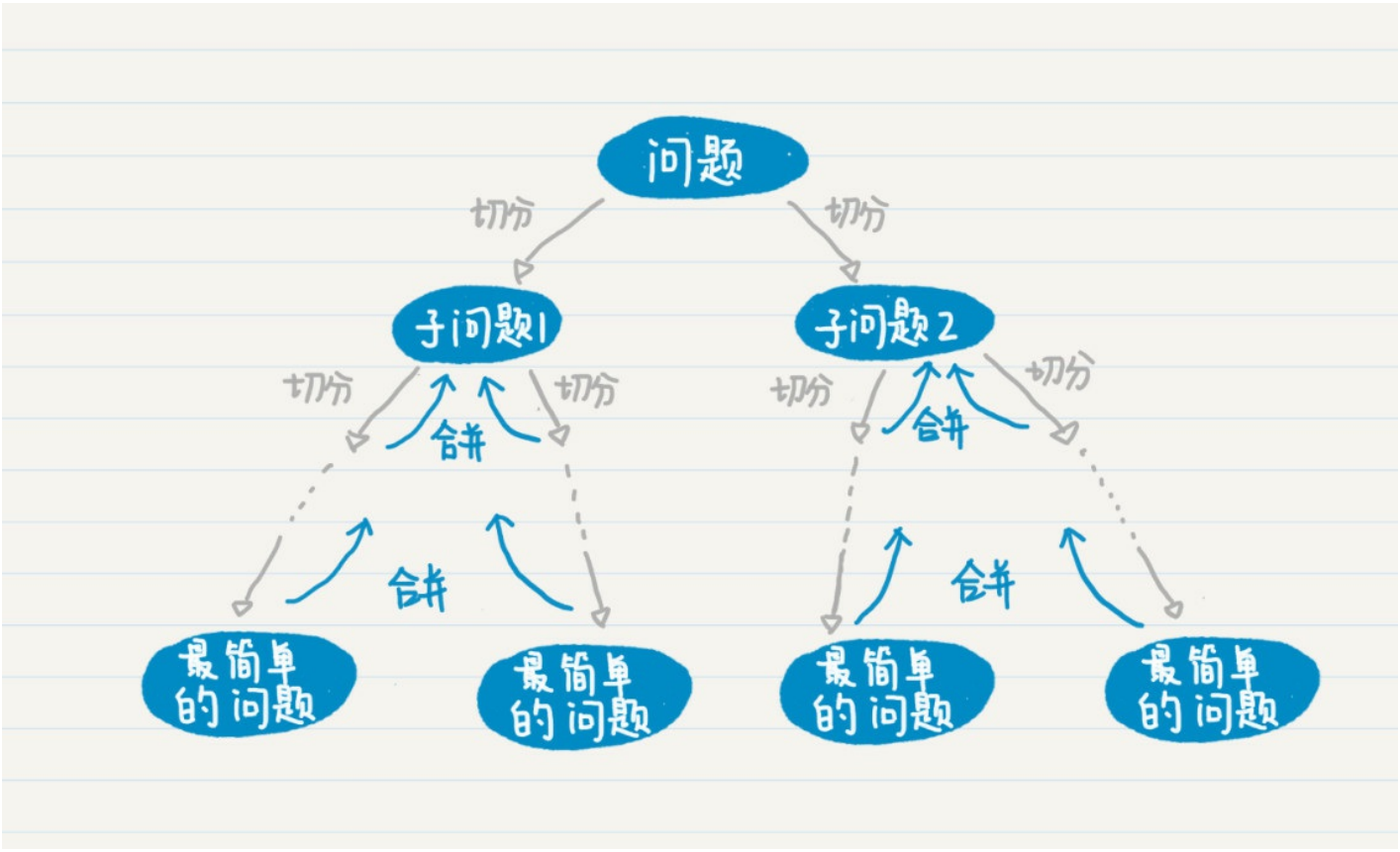
- 假设初始的数组为{7, 6, 2, 4, 1, 9, 3, 8, 0, 5}，我们要对它进行从小到大的排序。
- 第一次分解后，变成两个数组{7, 6, 2, 4, 1}和{9, 3, 8, 0, 5}。
- 然后，我们将{7, 6, 2, 4, 1}分解为{7, 6}和{2, 4, 1}，将{9, 3, 8, 0, 5}分解为{9, 3}和{8, 0, 5}。
- 如果细分后的组仍然多于一个数字，我们就重复上述分解的步骤，直到每个组只包含一个数字。到这里，这些其实都是递归的嵌套调用过程。
- 然后，我们要开始进行合并了。我们可以将{4, 1}分解为{4}和{1}。现在无法再细分了，我们开始合并。在合并的过程中进行排序，所以合并的结果为{1,4}。合并后的结果将返回当前函数的调用者，这就是函数返回的过程。
- 重复上述合并的过程，直到完成整个数组的排序，得到{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}。

为了方便你的理解，我画了张图，给你解释整个归并排序的过程。



说到这里，我想问你，这个归并排序、分治和递归到底是什么关系呢？用一句话简单地说就是，**归并排序使用了分治的思想，而这个过程需要使用递归来实现。**

归并排序算法用分治的思想把数列不断地简化，直到每个数列仅剩下一个单独的数，然后再使用归并逐步合并有序的数列，从而达到将整个数列进行排序的目的。而这个归并排序，正好可以使用递归的方式来实现。为什么这么说？首先，我们来看看这张图，分治的过程是不是和递归的过程一致呢？

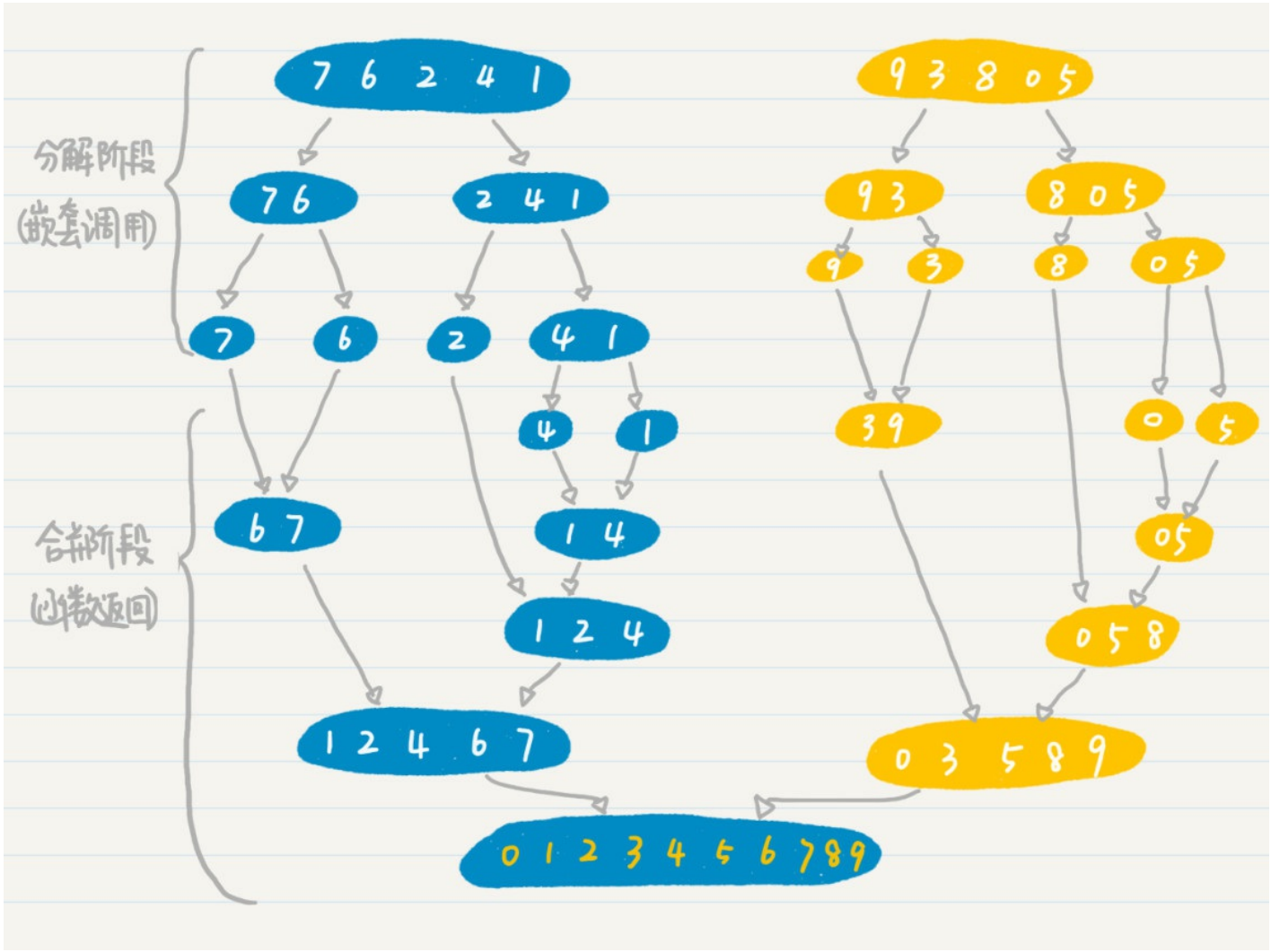


分治的过程可以通过递归来表达，因此，归并排序最直观的实现方式就是递归。所以，我们从递归的步骤出发，来看归并排序如何实现。

我们假设n=k-1的时候，我们已经对较小的两组数进行了排序。那我们只要在n=k的时候，将这两组数合并起来，并且保证合并后的数组仍然是有序的就行了。

所以，在递归的每次嵌套调用中，代码都将一组数分解成更小的两组，然后将这两个小组的排序交给下一次的嵌套调用。而本次调用只需要关心，如何将排好序的两个小组进行合并。

在初始状态，也就是n=1的时候，对于排序的案例而言，只包含单个数字的分组。由于分组里只有一个数字，所以它已经是排好序的了，之后就可以开始递归调用的返回阶段。我这里画了张图，便于你的理解。



你现在应该已经明白了归并排序的基本过程，最难的已经过去了，编写代码实现就不难了。我这里给出示范性代码，你可以参考看看。

```
import java.util.Arrays;

public class Lesson6_1 {

 /**
    * @Description: 使用函数的递归（嵌套）调用，实现归并排序（从小到大）
    * @param to_sort-等待排序的数组
    * @return int[]-排序后的数组
    */

 public static int[] merge_sort(int[] to_sort) {

  if (to_sort == null) return new int[0];

  // 如果分解到只剩一个数，返回该数
  if (to_sort.length == 1) return to_sort;

  // 将数组分解成左右两半
  int mid = to_sort.length / 2;
  int[] left = Arrays.copyOfRange(to_sort, 0, mid);
  int[] right = Arrays.copyOfRange(to_sort, mid, to_sort.length);

  // 嵌套调用，对两半分别进行排序
  left = merge_sort(left);
  right = merge_sort(right);

  // 合并排序后的两半
  int[] merged = merge(left, right);

  return merged;

 }


}
```

这里要注意一下，在归并的步骤中，由于递归的调用确保了被合并的两个较小的数组是有序的，所以我们无需比较组内的数字，只需要比较组间的数字就行了。

这个合并过程具体的实现代码是这样的：

```
/**
    * @Description: 合并两个已经排序完毕的数组（从小到大）
```

```
* @param a-第一个数组，b-第二个数组
* @return int[]-合并后的数组
*/

public static int[] merge(int[] a, int[] b) {

 if (a == null)  a = new int[0];
 if (b == null) b = new int[0];

 int[] merged_one = new int[a.length + b.length];

 int mi = 0, ai = 0, bi = 0;

 // 轮流从两个数组中取出较小的值，放入合并后的数组中
 while (ai < a.length && bi < b.length) {

  if (a[ai] <= b[bi]) {
   merged_one[mi] = a[ai];
   ai ++;
  } else {
   merged_one[mi] = b[bi];
   bi ++;
  }

  mi ++;

 }

 // 将某个数组内剩余的数字放入合并后的数组中
 if (ai < a.length) {
  for (int i = ai; i < a.length; i++) {
   merged_one[mi] = a[i];
   mi ++;
  }
 } else {
  for (int i = bi; i < b.length; i++) {
   merged_one[mi] = b[i];
   mi ++;
  }
 }

 return merged_one;

}
```

上述两段代码的结合，就是归并排序的递归实现。你可以用这段代码进行测试：

```
public static void main(String[] args) {

  int[] to_sort = {3434, 3356, 67, 12334, 878667, 387};
  int[] sorted = Lesson6_1.merge_sort(to_sort);

  for (int i = 0; i < sorted.length; i++) {
   System.out.println(sorted[i]);
  }
 }
```

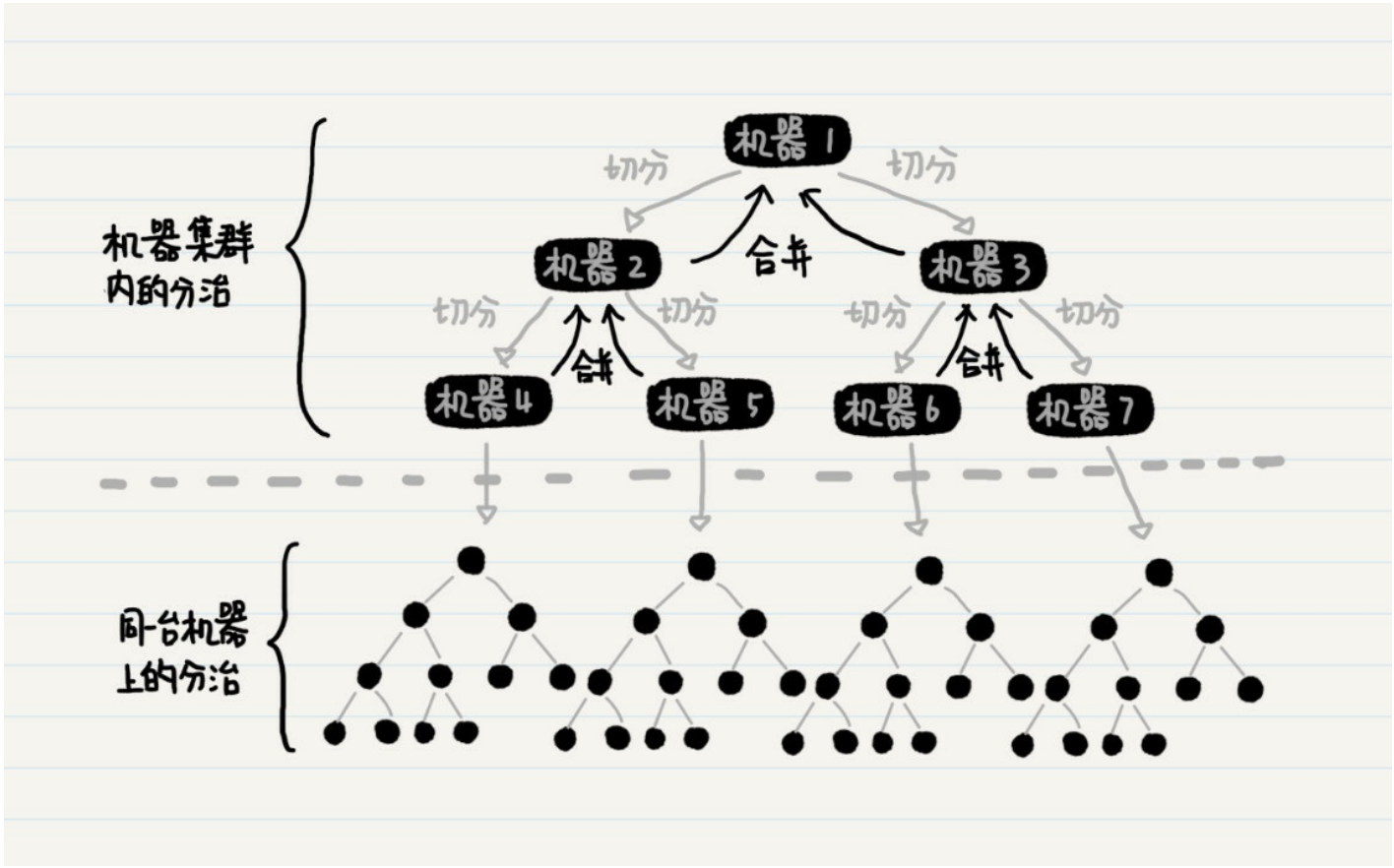
分布式系统中的分治思想

聊到这里，你应该已经了解归并排序算法是如何运作的了，也对分而治之的思想有了认识。不过，分而治之更有趣的应用其实是在分布式系统中。

例如，当需要排序的数组很大（比如达到1024GB的时候），我们没法把这些数据都塞入一台普通机器的内存里。该怎么办呢？有一个办法，我们可以把这个超级大的数据集，分解为多个更小的数据集（比如16GB或者更小），然后分配到多台机器，让它们并行地处理。

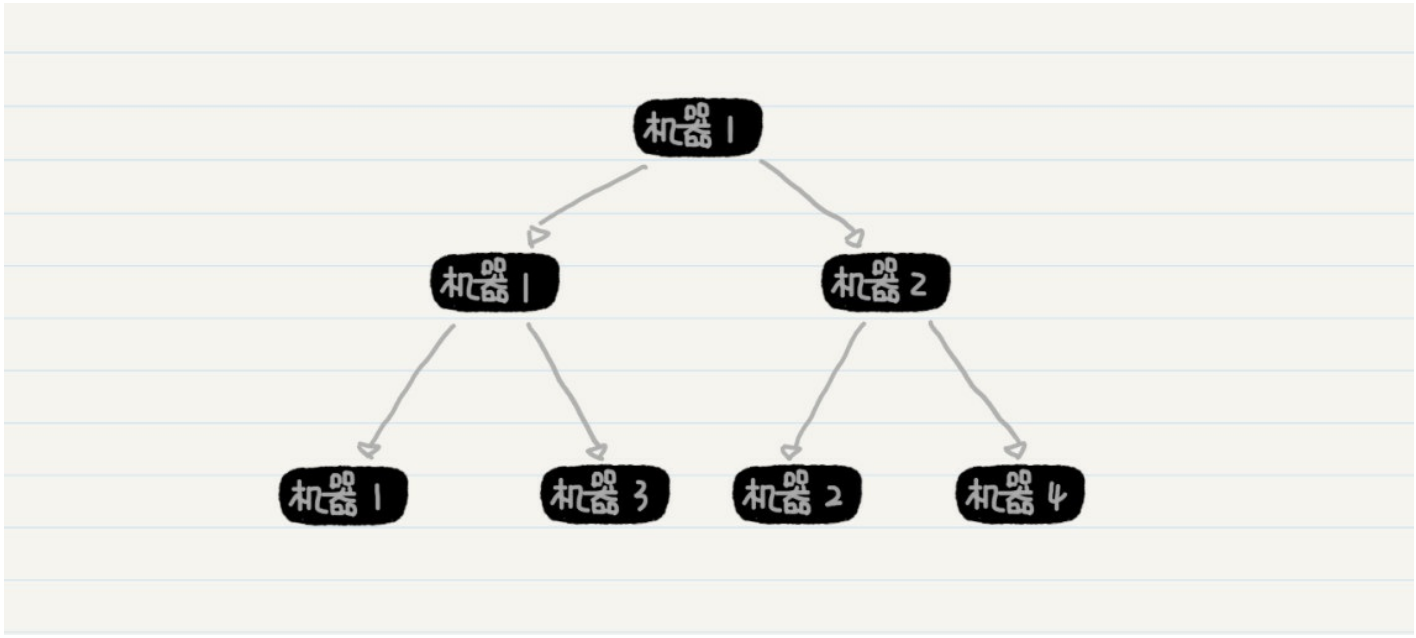
等所有机器处理完后，中央服务器再进行结果的合并。由于多个小任务间不会相互干扰，可以同时处理，这样会大大增加处理的速度，减少等待时间。

在单台机器上实现归并排序的时候，我们只需要在递归函数内，实现数据分组以及合并就行了。而在多个机器之间分配数据的时候，递归函数内除了分组及合并，还要负责把数据分发到某台机器上。

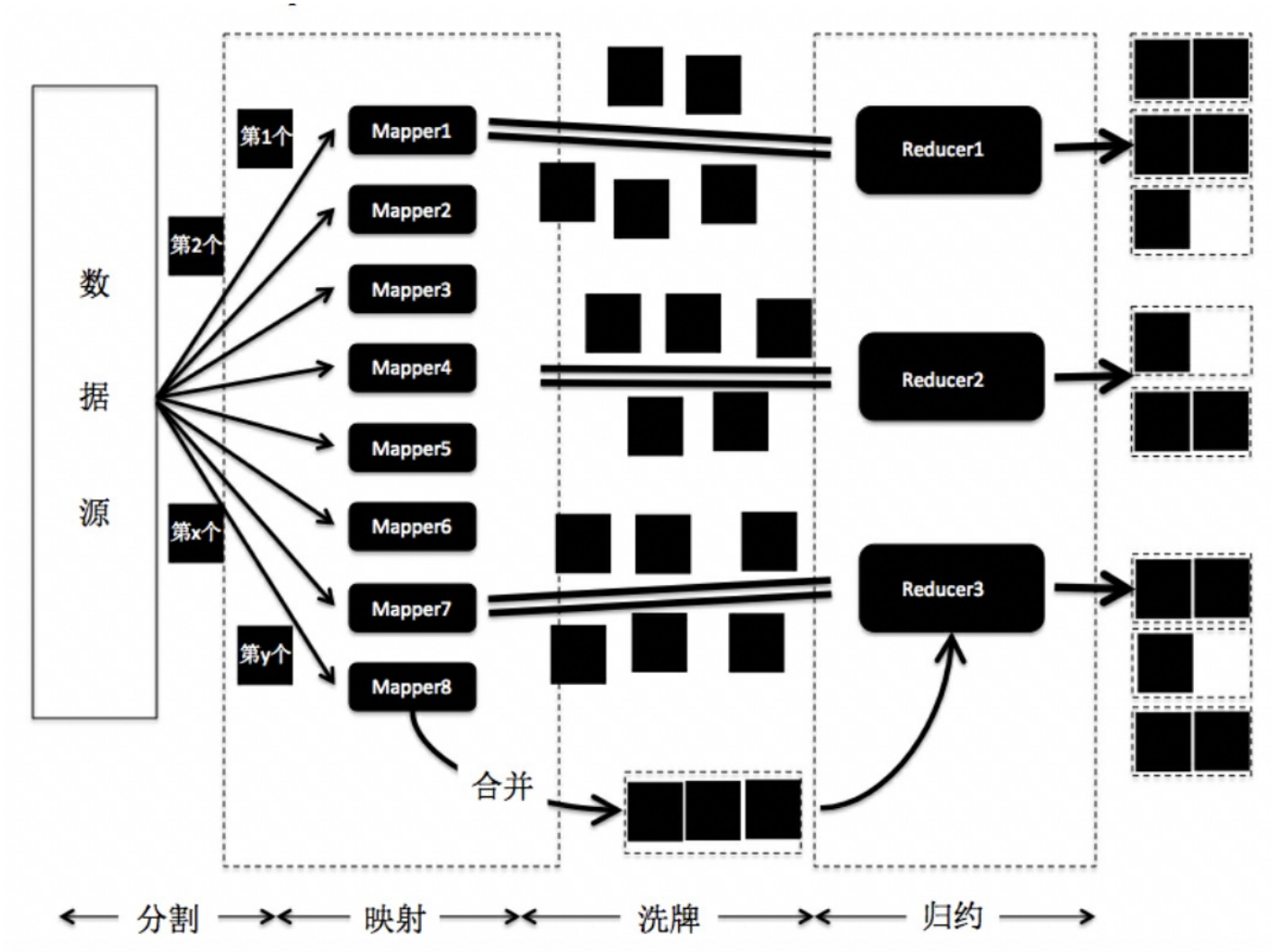


在这个框架图中，你应该可以看到，分布式集群中的数据切分和合并，同单台机器上归并排序的过程是一样的，因此也是使用了分治的思想。从理论的角度来看，上面这个图很容易理解。不过在实际运用中，有个地方需要注意一下。

上图中的父结点，例如机器1、2、3，它们都没有被分配排序的工作，只是在子结点的排序完成后进行有序数组的合并，因此集群的性能没有得到充分利用。那么，另一种可能的数据切分方式是，每台机器拿出一半的数据给另一台机器处理，而自己来完成剩下一半的数据。



如果分治的时候，只进行一次问题切分，那么上述层级型的分布式架构就可以转化为类似MapReduce的架构。我画出了MapReduce的主要步骤，你可以看看，这里面有哪些步骤体现了分治的思想?



这里面主要有三个步骤用到了分治的思想。

1. 数据分割和映射

分割是指将数据源进行切分，并将分片发送到Mapper上。映射是指Mapper根据应用的需求，将内容按照键-值的匹配，存储到哈希结构中。这两个步骤将大的数据集合切分为更小的数据集，降低了每台机器节点的负载，因此和分治中的问题分解类似。不过，MapReduce采用了哈希映射来分配数据，而普通的分治或递归不一定需要。

2.归约

归约是指接受到的一组键值配对，如果是键内容相同的配对，就将它们的值归并。这和本机的递归调用后返回结果的过程类似。不过，由于哈希映射的关系，MapReduce还需要洗牌的步骤，也就是将键-值的配对不断地发给对应的Reducer进行归约。普通的分治或递归不一定需要洗牌的步骤。

3.合并

为了提升洗牌阶段的效率，可以选择减少发送到归约阶段的键-值配对。具体做法是在数据映射和洗牌之间，加入合并的过程，在每个Mapper节点上先进行一次本地的归约。然后只将合并的结果发送到洗牌和归约阶段。这和本机的递归调用后返回结果的过程类似。

说了这么多，你现在对分治应该有比较深入的理解了。实际上，分治主要就是用在将复杂问题转化为若干个规模相当的小问题上。分治思想通常包括问题的细分和结果的合并，正好对应于递归编程的函数嵌套调用和函数结果的返回。细分后的问题交给嵌套调用的函数去解决，而结果合并之后交由函数进行返回。所以，分治问题适合使用递归来实现。同时，分治的思想也可以帮助我们设计分布式系统和并行计算，细分后的问题交给不同的机器来处理，而其中的某些机器专门负责收集来自不同机器的

处理结果，完成结果的合并。

小结

这两节我们学习了递归法。递归采用了和数学归纳法类似的思想，但是它用的是逆向递推，化繁为简，把复杂的问题逐步简化。再加上分治原理，我们就可以更有效地把问题细分，进行并行化的处理。

而计算机编程中的函数嵌套调用，正好对应了数学中递归的逆向递推，所以你只要弄明白了数学递推式，就能非常容易的写出对应的递归编码。这是为什么递归在编程领域有着非常广泛的应用。不过，需要注意的是，递归编程在没有开始返回结果之前，保存了大量的中间结果，所以比较消耗系统资源。这也是一般的编程语言都会限制递归的深度（也就是嵌套的次数）的原因。

今日学习笔记

第6节　递归（下）

1. 我们把归并和分治的思想结合起来，这其实就是归并排序算法。这种算法每次把数列进行二等分，直到唯一的数字，也就是最基本的有序数列。然后从这些最基本的有序数列开始，两两合并有序的数列，直到所有的数字都参与了归并排序。用一句话说就是，**归并排序使用了分治的思想，而这个过程需要使用递归来实现。**

2. 在单台机器上实现归并排序的时候，我们只需要在递归函数内，实现数据分组以及合并就行了。而在多个机器之间分配数据的时候，递归函数内除了分组及合并，还要把数据分发到某台机器上。如果分治的时候只进行一次问题切分，那层级型分布式架构就可以转化为类似MapReduce的架构，其中有三个步骤用到了分治，分别是数据分割和映射、归约、合并。

思考题

你有没有想过，在归并排序的时候，为什么每次都将原有的数组分解为两组，而不是更多组呢？如果分为更多组，是否可行？

欢迎在留言区交作业，并写下你今天的学习笔记。你可以点击“请朋友读”，把今天的内容分享给你的好友，和他一起精进。

精选留言

Handongyang

老师讲的是最经典的2路归并排序算法，时间复杂度是O(NlogN)。如果将数组分解成更多组（假设分成K组），是K路归并排序算法，当然是可以的，比如K=3时，是3路归并排序，依次类推。3路归并排序是经典的归并排序（路归并排序）的变体，通过递归树方法计算等式T(n)= 3T(n/3)+ O(n)可以得到3路归并排序的时间复杂度为O(NlogN)，其中logN以3为底（不方便打出，只能这样描述）。尽管3路合并排序与2路相比，时间复杂度看起来比较少，但实际上花费的时间会变得更高，因为合并功能中的比较次数会增加。类似的问题还有二分查找比三分查找更受欢迎。

2018-12-21 12:08

作者回复

很好的回答

2018-12-21 14:34

大悲

思考题：

如果不是分为两组，而是多组是可行的，但是处理起来比较麻烦。虽然分组的时候，能够更快完成，但是在合并的时候需要同时比较多组中的数据，取最小的一个。当分组数量比较大的时候，在合并的时候，为了考虑效率，需要维护一个堆来取最小值。假设分为N组，分组的时间复杂度是logn(N为底), 合并的时候时间复杂度为nlogN，总的时间复杂度不变，还是nlogn。不知道理解对不对，请老师指教！

2018-12-21 06:18

作者回复

用堆取最小值，思路不错

2018-12-21 14:39

指间砂的宿命

分成超过两个组的更多组是可行的，不过这样在递归调用时一个是有可能产生更多的中间状态数据，再一个在合并阶段，需要

比较更多个分组的数据，实际上在最小粒度的时候，比较大小的就是两个数字，即便上层分成多个组，在合并的最底层依旧是从两两之间比较合并的，感觉分成多组的并没有啥优势，还带来了比较处理的复杂性

2018-12-21 09:22

作者回复

是的 有读者说可以用堆来取多个组的最小值，虽然可行，但确实比较复杂

2018-12-21 14:40

会飞的猪

python实现代码：

```
def mergeSort(list):
if(len(list)==0):
return 0
if(len(list)==1):
return list[0]
else:
listHalfLen=int(len(list)/2)
left=mergeSort(list[0:listHalfLen])
right=mergeSort(list[listHalfLen:])
data=merge(left,right)
return data

def merge(left,right):
mid=[]
ai=0
bi=0
if(isinstance(left,int)):
leftLen=1
left=[left]
else:
leftLen=len(left)
if(isinstance(right,int)):
rightLen=1
right=[right]
else:
rightLen = len(right)
while(ai < leftLen and bi < rightLen):
if(left[ai]<right[bi]):
mid.append(left[ai])
ai+=1
else:
mid.append(right[bi])
bi+=1
if(ai< leftLen):
newleft=left[ai:]
for i in newleft:
mid.append(i)
else:
newright = right[bi:]
for i in newright:
mid.append(i)
return mid
list=[3,8,5,9,7,1,10]
```

mergeSort(list)
刚学python，希望大家多多指教
2018-12-28 17:22

作者回复

作为初学者，写得很不错
2018-12-31 07:37

永旭
老师,你好
归并排序代码中有非空判断代码
if (a == null) a = new int[0];
if (to_sort == null) return to_sort;
什么情况下会出现数组是null??

2019-01-04 10:59

作者回复

在这个例子里不会出现，不过在实际工作中，这个函数可能被其他代码调用，为了保险起见，加一个最基本的非法检测
2019-01-05 08:48

swortect
老师，如果要排序的数组很大，两个最大的子节点排好序之后，交给最终的机器做最后的排序依然是一堆数据放在一个机器上
2018-12-24 09:18

作者回复

这里我有个细节没说清楚，如果数组是有序的，每次只需要从磁盘，有序的取出一部分到内存进行合并
2018-12-24 10:25

Ricky
/*
* 采用分而治之思想实现数组排序, 递归为其实现技巧
*/
#include <iostream>

using namespace std;

void merge(int *array, int low, int mid, int high) {
// left: low ~ mid, right: mid+1 ~ high
int size = high - low + 1;
int *tmp = new int[size];
int i = low, j = mid+1, k = 0;
while (i <= mid && j <= high) {
if (array[i] <= array[j]) {
tmp[k++] = array[i++];
} else {
tmp[k++] = array[j++];
}
}

// the rest elements
while (i <= mid) {
tmp[k++] = array[i++];
}
while (j <= high) {
tmp[k++] = array[j++];
}

```
// copy the elements to original array
for (k = 0; k < size; ++k) {
array[k+low] = tmp[k];
}
}

void _mergeSort(int *array, int low, int high) {
if (low >= high) return;
int mid = low + ((high-low) >> 1);
_mergeSort(array, low, mid);
_mergeSort(array, mid+1, high);
merge(array, low, mid, high);
}

void mergeSort(int *array, int size) {
cout << "**********before**********" << endl;
for (int i = 0; i < size; ++i) {
cout << array[i] << " ";
}
cout << endl;
_mergeSort(array, 0, size-1);
cout << "**********after**********" << endl;
for (int i = 0; i < size; ++i) {
cout << array[i] << " ";
}
cout << endl;
}

int main() {

int array[] = {2, 3, 5, 1, 4, 9, 7, 6, 10};
mergeSort(array, 9);

return 0;
}
**********before**********
2 3 5 1 4 9 7 6 10
**********after**********
1 2 3 4 5 6 7 9 10
```

2019-01-09 19:37

作者回复

实现的思路很清晰，还用到了位移操作

2019-01-14 02:58

Joe

分成多组归并，主要是合并比较会比较麻烦，会在合并时增加复杂度。比如比较2个数大小，只需要1次，而比较3个数大小，最多需要3次。

2019-01-08 09:27

作者回复

是的

2019-01-08 10:05

子非

递归层次太多了，堆栈会溢出

2019-01-06 11:09

作者回复

是的 需要转换成循环 或者栈的数据结构

2019-01-07 10:25

代码世界没有爱情

```
# 切分
def split_list(temp_list):
if not isinstance(temp_list, list):
raise TypeError
else:
if not temp_list:
raise ValueError
else:
length = len(temp_list)
if length == 1:
return temp_list
import math
left = math.ceil(length / 2)
del math
left_list = split_list(temp_list[:left])
right_list = split_list(temp_list[left:])
return merger_list(left_list, right_list)


# 归并
def merger_list(left, right):
result = []
while True:

if left and right:
left_0 = left[0]
right_0 = right[0]
if left_0 > right_0:
min_num = right.pop(0)
else:
min_num = left.pop(0)
result.append(min_num)
elif left:
result.append(left.pop(0))

elif right:
result.append(right.pop(0))
else:
break
return result


print(split_list([3, 1, 2, 7, 4, 6, 9, 9, 10, 11, 4, 5]))
```

2018-12-29 10:22

丿北纬91度灬

老师您好，归并这种，比如数组排序无限的对半分开，这样会不会性能反而不如对半分开到一定程度，剩下的用别的排序算法，应该有一个平衡点吧

2018-12-24 16:39

作者回复

这是个好的想法，我觉得和实际数据的分布有关，不同的分布可以找到不同的平衡点，不过本身要测算数据的分布可能更耗时间。如果事先知道了数据的特点，应该是可以结合不同的排序来优化

2018-12-24 23:50

有品味的混球

MapReduce 分割，映射，洗牌，归约这几个步骤没有具体的例子，就感觉不是很明白，希望这几个步骤还是用文章前半部分的排序的例子来分别举例

2019-02-19 17:51

作者回复

这个概念涉及了比较多分布式系统的设计，我可以在后面加餐内容放入一些，或者是放到实战篇内容补上

2019-02-20 01:47

méng

js 写的代码

```
function guibingorder(arr) {

if (arr.length > 1) {
var leftarr = [];
var rightarr = [];
var splitindex = Math.floor(arr.length / 2);
leftarr = arr.slice(0, splitindex);
rightarr = arr.slice(splitindex, arr.length);

leftarr = arguments.callee(leftarr);
rightarr = arguments.callee(rightarr);

var result = [];
while (Math.max(leftarr.length, rightarr.length) > 0) {
//右边遍历完了 或者 左边比右边的小，则 从左边取出来
if (rightarr.length == 0 || leftarr[0] < rightarr[0]) {
result.push(leftarr[0]);
leftarr.splice(0, 1);
} else {
result.push(rightarr[0]);
rightarr.splice(0, 1);
}
}

return result;
}
return arr;
}
```

2019-01-11 12:24

作者回复

逻辑上很清晰

2019-01-14 03:01

代码世界没有爱情

python实现

```
# 切分
def split_list(temp_list):
if not isinstance(temp_list, list):
raise TypeError
else:
if not temp_list:
raise ValueError
else:
length = len(temp_list)
if length == 1:
return temp_list
import math
left = math.ceil(length / 2)
del math
left_list = split_list(temp_list[:left])
right_list = split_list(temp_list[left:])
return merger_list(left_list, right_list)


# 归并
def merger_list(left, right):
result = []
while True:

if left and right:
left_0 = left[0]
right_0 = right[0]
if left_0 > right_0:
min_num = right.pop(0)
else:
min_num = left.pop(0)
result.append(min_num)
elif left:
result.append(left.pop(0))

elif right:
result.append(right.pop(0))
else:
break
return result


print(split_list([3, 1, 2, 7, 4, 6, 9, 9, 10, 11, 4, 5]))
```

2018-12-29 10:23

作者回复

Python的实现 不错

2018-12-31 07:02

changchen

哈哈 这个问题我记得当初公司宿舍聊过，分组多的话单从复杂度计算上是降低了，舍友（做硬件安全的）告诉我说是因为计算机是二级制的，底层处理上实际上多分组是效率低的。至今不明白其中的缘由，希望老师指点^^

2018-12-24 00:21

我心留

老师，我觉得排序的功能应该体现在合并的那块函数中吧，所以第二个函数的功能应该是排序并合并两个数组吧，第一个函数只体现了分解的功能，所以嵌套调用时，只是对两半进行分解，而不是排序。我这样理解对吗，老师?

2018-12-22 15:57

作者回复

是的，排序体现在将两个有序数组合并

2018-12-23 01:08

逐风随想

上学只上到初二，已经十几年没学习数学了。自从做了3年程序员，一碰到数学问题就头痛。

2018-12-21 22:09

文 刂氵 共 超

C++实现归并排序

```
#include <iostream>
#include <vector>

using namespace std;

// 拷贝数组函数
// 将数组SourceData的第BeginIndex个元素~第EndIndex个元素拷贝到另一个数组中，并返回
template <class T>
vector<T> CopyVectorData(vector<T> &SourceData, int BeginIndex, int EndIndex)
{
vector<T> tempVec;

for (int i = BeginIndex; i <= EndIndex; ++i)
{
tempVec.push_back(SourceData[i]);
}
return tempVec;
}

// 合并函数
// 将两个数组中的元素按照从小到大的形式放到另一个数组中，并返回
template <class T>
vector<T> Merge(vector<T> &LeftData, vector<T> &RightData)
{
size_t leftIndex = 0;
size_t rightIndex = 0;
vector<T> resultData;

while( (leftIndex < LeftData.size()) && (rightIndex < RightData.size()))
{
if ( LeftData[leftIndex] <= RightData[rightIndex])
{
resultData.push_back(LeftData[leftIndex]);
++leftIndex;
}
else
{
resultData.push_back(RightData[rightIndex]);
++rightIndex;
}
```

```
}

while(leftIndex < LeftData.size())
{
resultData.push_back(LeftData[leftIndex]);
++leftIndex;
}
while(rightIndex < RightData.size())
{
resultData.push_back(RightData[rightIndex]);
++rightIndex;
}
return resultData;
}

// 归并排序 算法
template <class T>
vector<T> MergeSort(vector<T> &SortData)
{
if (SortData.size() == 1)
{
return SortData;
}
vector<T> leftData = CopyVectorData(SortData, 0, SortData.size()/2 - 1);
vector<T> rightData = CopyVectorData(SortData, SortData.size()/2, SortData.size()-1);

vector<T> resultData = Merge(MergeSort(leftData), MergeSort(rightData));

return resultData;
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
int ia[] = {12, 20, 5, 10, 34, 49, 33, 88, 42, 12};
vector<int> Select(ia, ia+10);

vector<int> Result = MergeSort(Select);

system("pause");
return 0;
}
```

2018-12-21 16:15

晓嘿

老师

“归并排序通过分治的思想，把长度为 n 的数列，每次简化为两个...只需要 log2n 次归并。”

这句话，需要的归并次数是我算着是: 简化的组数：1,2^1,2^2..2^k。归并的时候，应该合并2^0+2^1+2^2+..+2^(k-1)次，也就是2^k-1次。我这么想对吗，老师。

2018-12-21 15:30

作者回复

如果把归并的过程看成一棵树，log2n是指的树的高度，你这里计算的是树的结点数量

2018-12-22 00:05

Y K

JDK自带的Arrays.sort(T[] a, Comparator<? super T> c)底层采用的就是归并排序，归并排序相对于快排而言是一种稳定的排序。

2018-12-21 11:41

作者回复

是的

2018-12-21 14:34