



INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Facultad de Ingeniería de Sistemas
e Informática (FISI)

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
(UNMSM)

Agenda

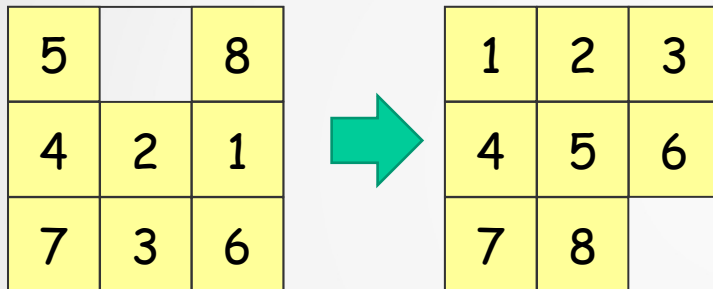
- ❖ Búsqueda informada
 - Conceptos
 - Funciones de evaluación
- ❖ Métodos de búsqueda informada
 - Primero el Mejor
 - Búsqueda Avara
 - Costo Uniforme
 - A*
 - Ramificación y Acotación

Problemas de BEE

single-agent path-finding

constraint satisfaction

8-PUZZLE

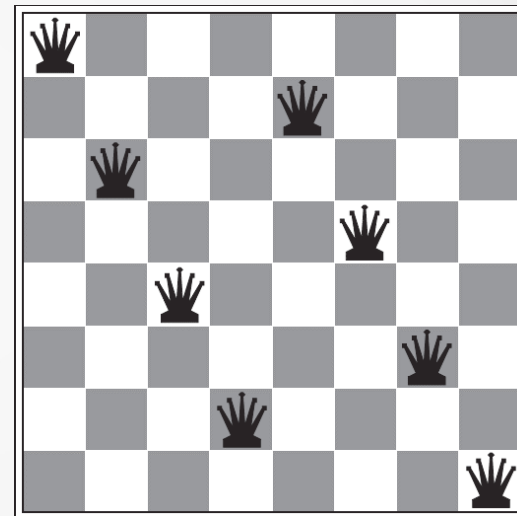


two-player games

AJEDREZ

movimientos que llevan a
situación ganadora

8 REINAS



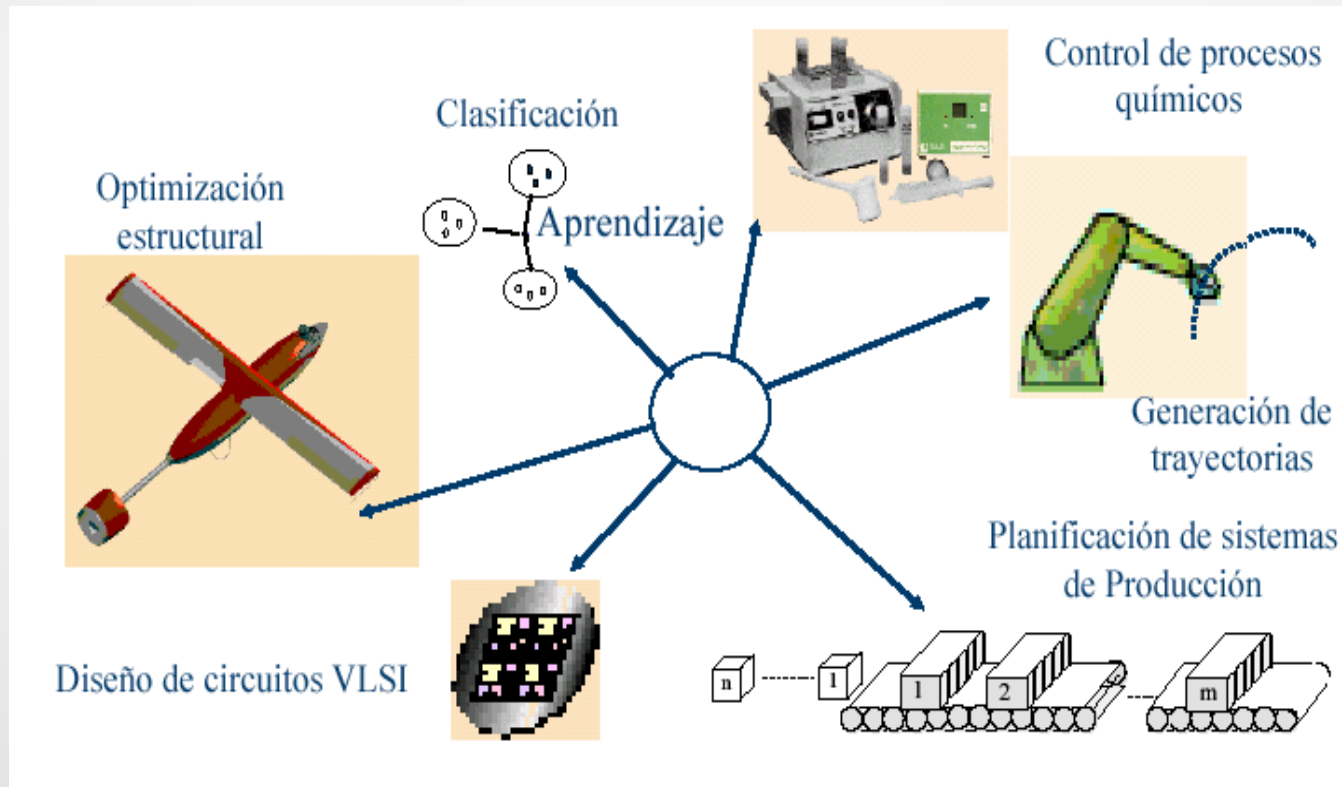
poner 8 reinas ♔ de ajedrez
en un tablero 8x8
y que no se ataquen

BEE

- ❖ **Búsqueda: método computacional para resolver problemas**
 - single-agent path-finding: único agente encuentra camino
 - two-player games: juegos de dos jugadores
 - constraint satisfaction: satisfacción de restricciones
- ❖ **Características:**
 - Problemas difíciles: NP-completos
 - Solución se calcula por enumeración
 - Se supone requieren inteligencia → IA

BEE

Aplicaciones: Problemas de la vida real que se pueden plantear y resolver como EE



BEE

❖ Problemas de la vida real que se pueden plantear y resolver como espacio de estados

- Búsqueda de rutas en redes informáticas
- Rutas aéreas para viajar
- Problema del agente viajero
- Diseño de microchips
- Ensamblaje de componentes
- Desplazamiento de robots

Búsqueda informada



Juegan las
blancas

0

1

10

5

Avanza Pb

Pb come Pn

Tb come Rn

Cb come Tn

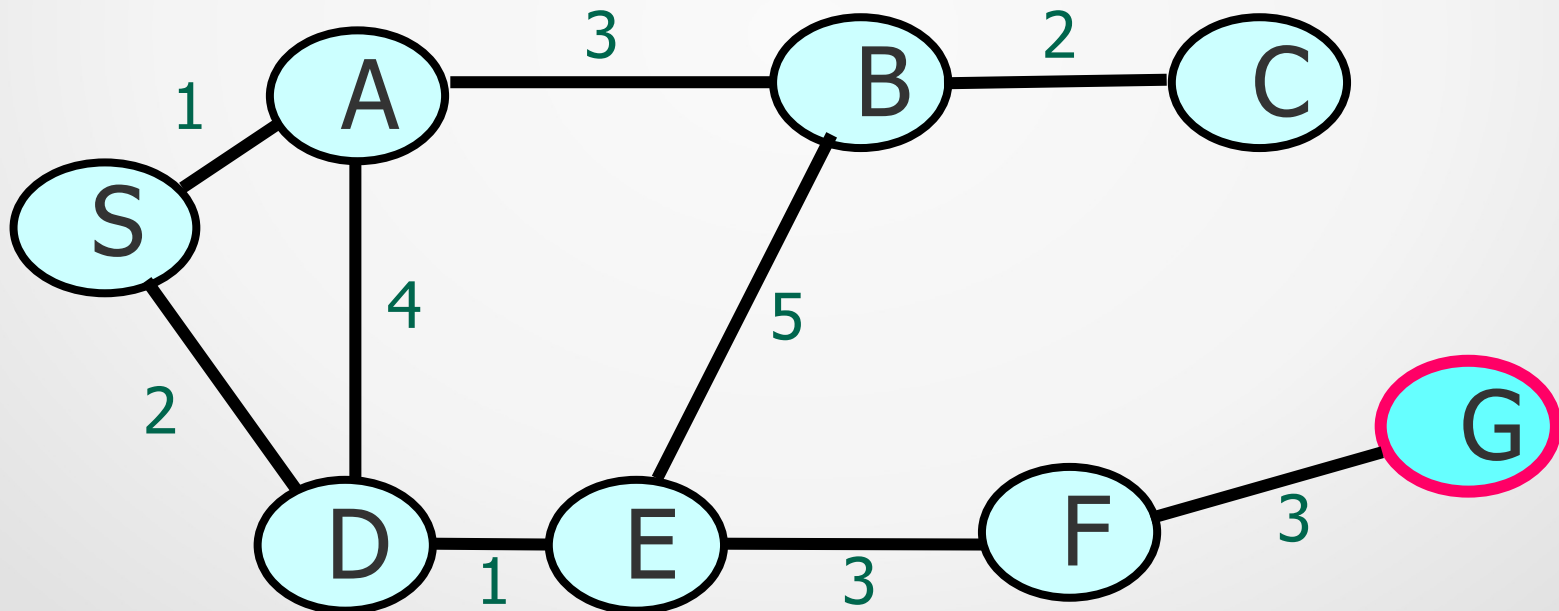
f: puntaje asociado a importancia de pieza a comer

Jugadas tienen la misma relevancia?

Búsqueda informada

Supongamos nos encontramos en una región de un país ficticio. En esa región queremos ir desde una ciudad que denominaremos S hasta la ciudad llamada G

sí disponemos de un mapa de carreteras!



Búsqueda informada

Búsqueda no informada (amplitud, profundidad, . . .)
no cuenta con conocimiento alguno sobre cómo llegar al objetivo

Búsqueda informada

Idea: aplicar conocimiento al proceso de búsqueda para tornarlo más eficiente

- ❖ Conocimiento (heurístico): dado por una función que estima lo deseable de expandir un nodo
 - Ordenando la lista LE, comparando su idoneidad estimada
 - Finalidad: reducir el árbol de búsqueda, ganando eficiencia en la práctica
 - Dar preferencia a los estados mejores

Búsqueda informada

- ❖ Métodos que usan la información disponible acerca del problema en cuestión con el objetivo de tornar más eficiente la búsqueda
- ❖ Entre ellos se encuentran:
 - Ascenso a la Colina
 - Primero el Mejor, Algoritmo A*
 - Ramificación y Acotación (Branch&Bound)

Búsqueda heurística

- ❖ Búsqueda **informada** con función heurística
- ❖ **Heurística**: función que asigna a cada estado una estimativa del costo óptimo a la solución
- ❖ Compromiso: dos efectos
 - positivo: ahorra esfuerzo de búsqueda
 - negativo: costo de cálculo de la heurística en cada nodo
 - efecto neto positivo si:
 $\text{ahorro} > \text{costo}$

Búsqueda informada

Función de evaluación

- ❖ Una **función de evaluación f** mapea cada nodo de búsqueda N a un número real $f(N)$
- ❖ Mide la utilidad de la información adicional asociada a cada estado
cómo obtenerla?
- ❖ No hay limitaciones para f . Puede ser cualquier f ... pero, ayudará al algoritmo de búsqueda?
- ❖ El procedimiento clásico es construir $f(N)$ como un estimador del costo de una ruta solución que pase por N



Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Búsqueda informada

Problema	Función de evaluación
Juego	Utilidad asociada a cada posible juego
Agente viajero	Distancia asociada a cada posible ciudad a visitar
Vasijas de Agua	Litros faltantes para alcanzar la solución
Selección de Proyectos -máxima utilidad	Utilidad asociada a cada proyecto

Búsqueda informada

Problema de Selección de Proyectos

Considere “n” proyectos P_1, P_2, \dots, P_n . Suponga conocidos el costo c_i y la utilidad neta esperada u_i para cada proyecto P_i . Considere también conocido un presupuesto “b” para la inversión en los proyectos (la inversión en un proyecto no puede ser parcial, esto es, se invierte o no en el proyecto). El problema consiste en determinar un subconjunto de los “n” proyectos tal que presente máxima suma de utilidades netas esperadas, y que su costo total no supere al presupuesto dado “b”.

Búsqueda informada

Problema de Selección de Proyectos

❖ Sea

$$S \subseteq \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$$

un estado para el problema.

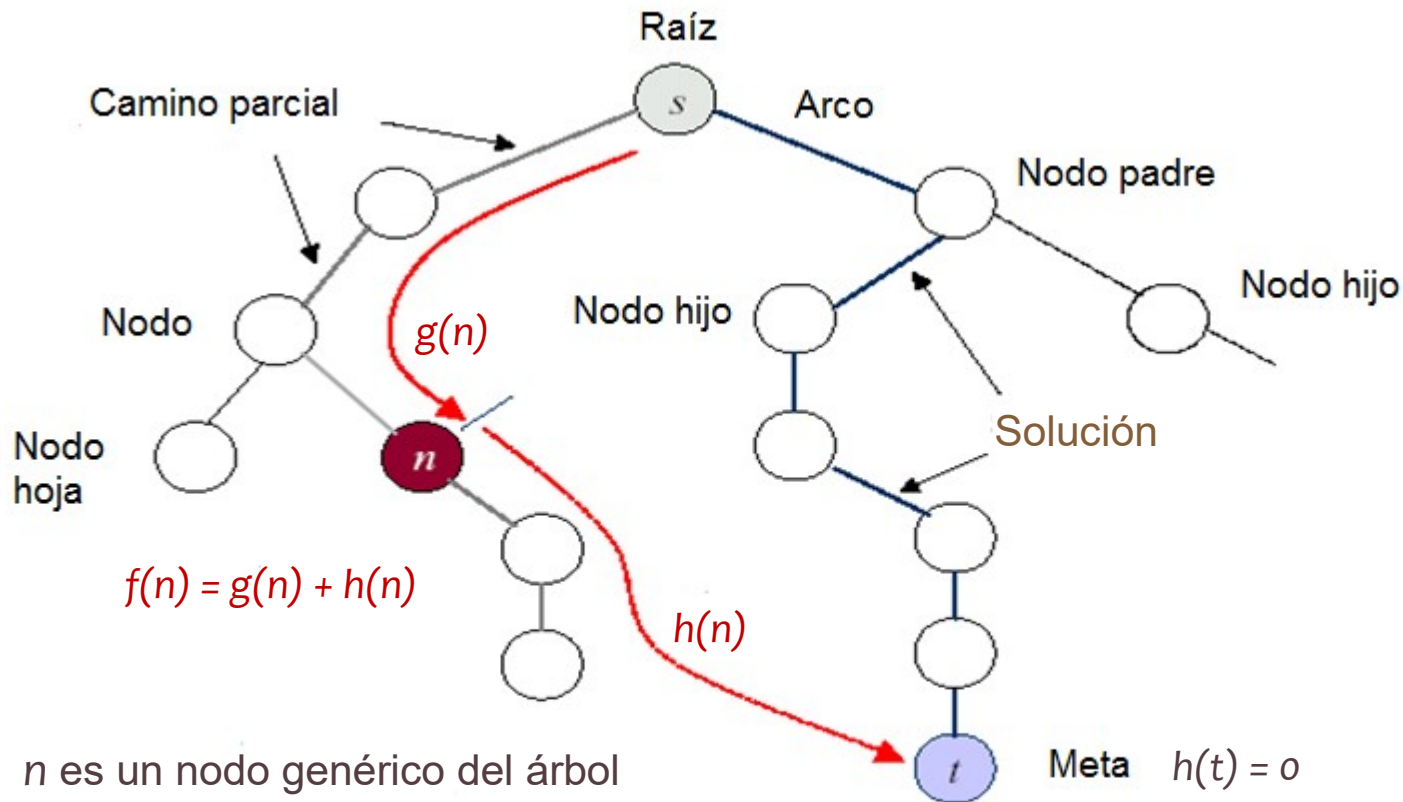
Funciones de evaluación posibles:

$$f_1 = \sum_{P_i \in S} u_i$$

$$f_2 = \sum_{P_i \in S} c_i$$

$$f_3 = \sum_{P_i \in S} u_i / \sum_{P_i \in S} c_i$$

Búsqueda informada



n es un nodo genérico del árbol

$f(n)$ es el valor de f en n

$g(n)$ es el costo de la trayectoria hasta n

$h(n)$ es una estimativa del costo de n hasta la meta

© DeaFeeUnicampGomide

Búsqueda informada

Funciones de Evaluación Comunes

❖ $h(N)$: función heurística

[Independiente del árbol de estados]

❖ $g(N)$: costo de la mejor ruta encontrada hasta aquí entre el nodo inicial y N

[Dependiente del árbol de estados]

❖ $f(N) = h(N) \rightarrow$ búsqueda primero-el-mejor voraz

❖ $f(N) = g(N) + h(N)$

Búsqueda informada

Heurística

❖ Familia de funciones posibles de usar

$h(n)$: costo **real** del camino mínimo que une el nodo **n** y un nodo objetivo

$g(n)$: costo del camino de mínimo costo que une el nodo inicial **n_0** y un nodo **n**

$f(n)$: costo del camino de mínimo costo que pasa por el nodo **n** , entre el nodo **n_0** y un nodo objetivo

Búsqueda informada

Función de evaluación heurística

La **función heurística** $h(N)$ estima la distancia del nodo(N) al nodo meta

- ❖ Su valor es independiente del árbol de estados actual: depende sólo del nodo(N) y la prueba de meta

Estima la “distancia” al objetivo

Siempre mayor o igual que 0

Valor en los estados finales: 0

Se admite valor ∞

Represent. de problemas como BEE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

5		8
4	2	1
7	3	6

ESTADO(N)

Tablero inicial

1	2	3
4	5	6
7	8	

Estado meta

Tablero ordenado

Problema

Ordenar tablero según orden predeterminado

Represent. de problemas como BEE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

Objetos

tablero, fichas, casillero

Estado

Representación mediante matriz E (cada casillero corresponde a un elemento de la matriz) y un vector (posición del casillero vacío)

$$(E, (x,y))$$

Represent. de problemas como BEE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

Espacio de estados

Todas las configuraciones posibles de las piezas en el tablero del puzzle

Estado inicial

$$\left(\begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}, (1,2) \right)$$

Estado meta

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}, (3,3) \right)$$

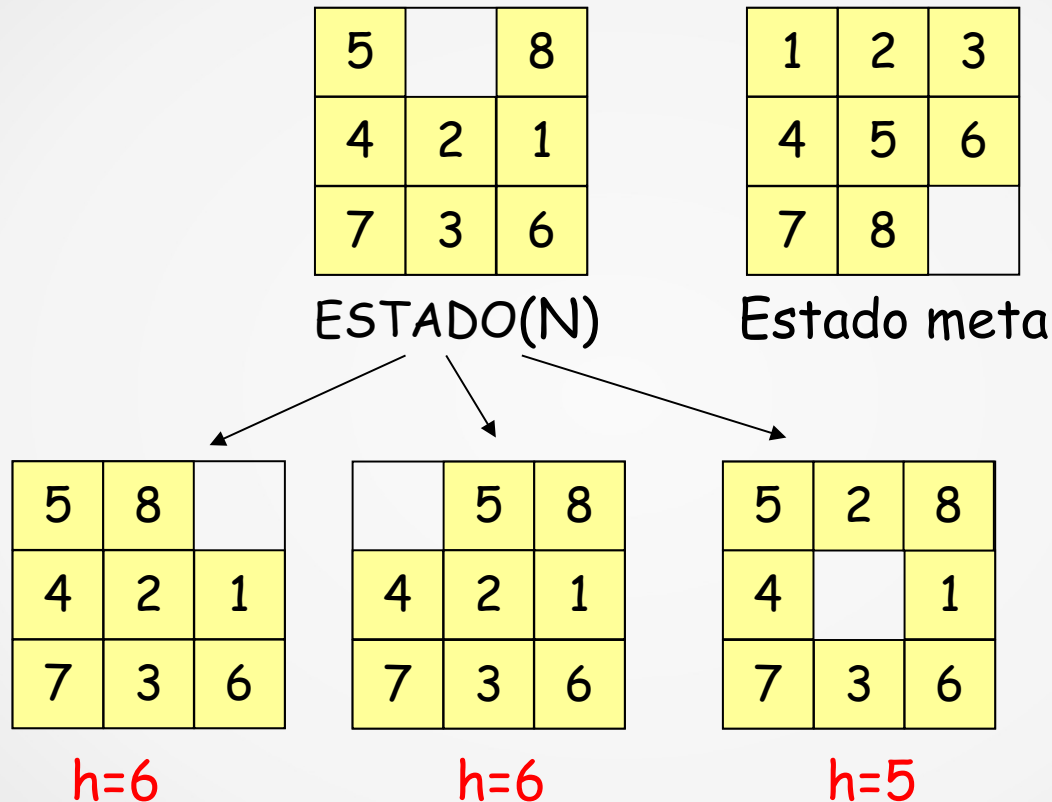
Represent. de problemas como BEE

Reglas para el Tablero de

Regla	Restricción	Nuevo estado
Intercambiar_Der	$y < 4$	$(E, (x, y+1))$ $e[x, y] = e[x, y+1]$ $e[x, y+1] = 0$
Intercambiar_Izq	$y > 1$	$(E, (x, y-1))$ $e[x, y] = e[x, y-1]$ $e[x, y-1] = 0$
Intercambiar_Arr	$x > 1$	$(E, (x-1, y))$ $e[x, y] = e[x-1, y]$ $e[x-1, y] = 0$
∞ Intercambiar_Ab	$x < 3$	$(E, (x+1, y))$ $e[x, y] = e[x+1, y]$ $e[x+1, y] = 0$

Búsqueda informada

EJM.



h : número de fichas descolocadas

Búsqueda informada

EJM.

5		8
4	2	1
7	3	6

ESTADO(N)

1	2	3
4	5	6
7	8	

Estado meta

5	8	
4	2	1
7	3	6

	5	8
4	2	1
7	3	6

5	2	8
4		1
7	3	6

$$h=2+2+0+1+3+0+3+1=12$$

$h=$

$h=$

h = suma de distancias Manhattan (número de pasos de cada ficha a su posición meta)

Búsqueda informada

Heurística admisible

❖ Sea $h^*(N)$ el costo de la ruta real desde N al nodo meta

❖ La función heurística $h(N)$ es admisible si:

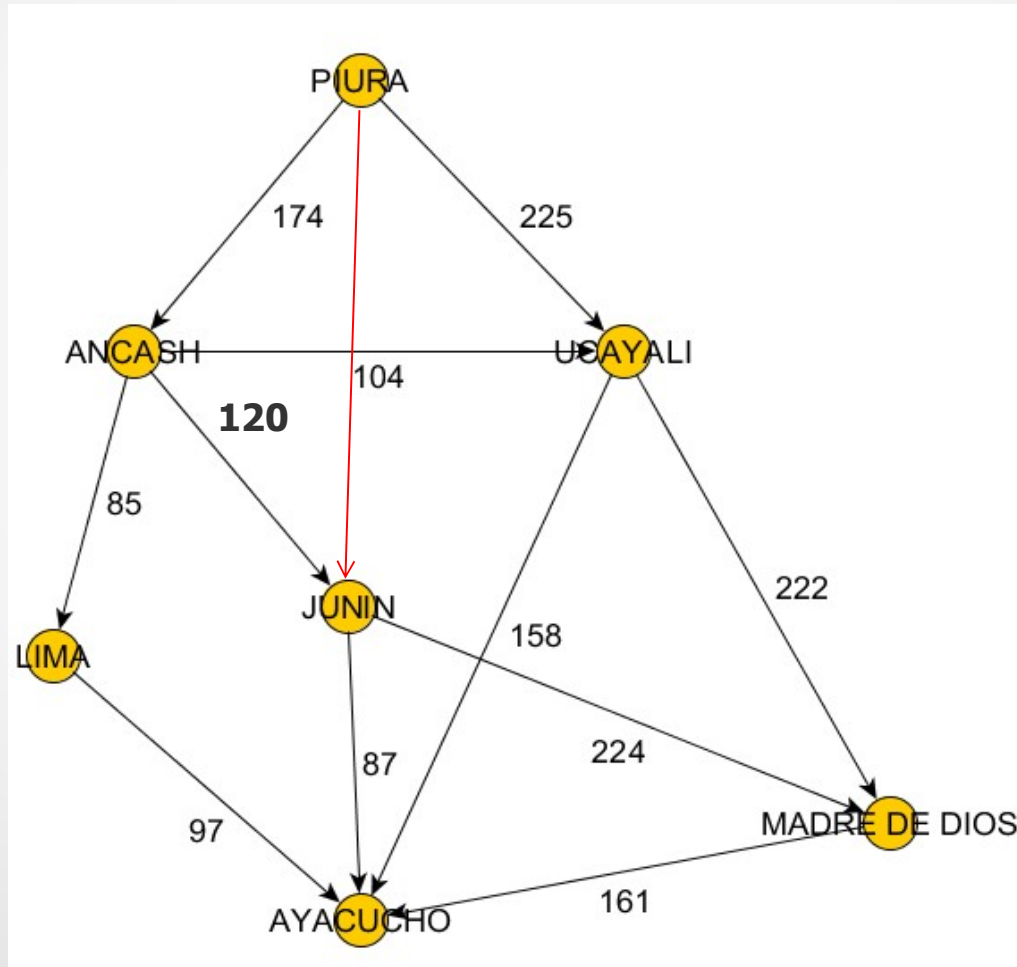
$$0 \leq h(N) \leq h^*(N)$$

❖ Una función heurística admisible es siempre optimista!

Nota: G es un nodo meta $\rightarrow h(G) = 0$

Búsqueda informada

Heurística: Distancia en línea recta **es admisible**



Búsqueda informada

5	8	
4	2	1
7	3	6

nodo(N)

1	2	3
4	5	6
7	8	

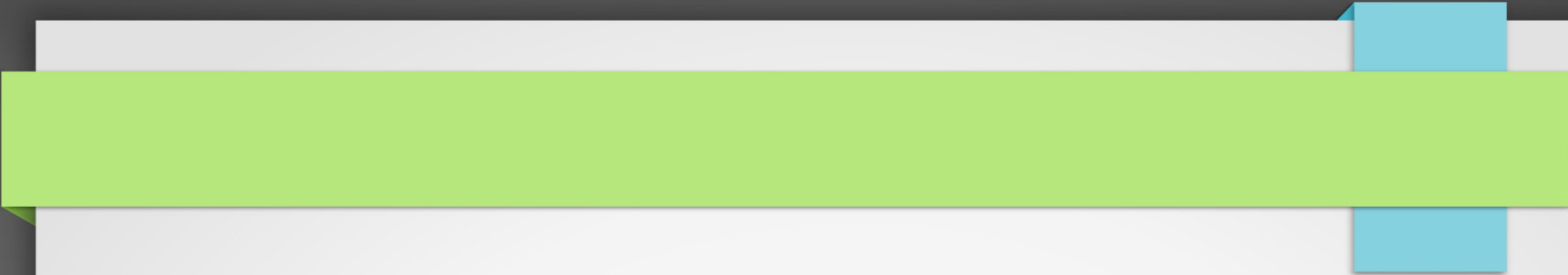
nodo meta

$h_1(N)$ = número de fichas descolocadas = 6
es admisible

$h_2(N)$ = suma de las "distancias Manhattan"
 $h=2+2+0+1+3+0+3+1=12$
es admisible

Búsqueda informada

En general para cualquier problema de optimización la **función de evaluación** para métodos exactos es aquella asociada a la función objetivo del problema.



Métodos Informados de Búsqueda

Primero el Mejor

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Métodos de Búsqueda Informada

❖ Familia de algoritmos BUSQUEDA PRIMERO EL MEJOR o BUSQUEDA PREFERENTE POR LO MEJOR

Dependiendo de la función de evaluación que usa toma los sgts nombres:

- Búsqueda avara
- Búsqueda de Costo Uniforme
- Búsqueda A*

Primero el mejor

Procedimiento

Cuando los nodos se ordenan de modo que se expande primero aquel con mejor evaluación se dice que se trata de una estrategia búsqueda preferente por lo mejor.

En este método el criterio de selección es dado por el nodo en LE que presenta “mejor” (mayor o menor) valor de la función de evaluación.

“Mejor” se refiere sólo al valor de f , no a la calidad de la ruta real.

Primero el mejor

- ❖ Explora la descripción del estado para estimar cuán prometedor es cada nodo
- ❖ Una **función de evaluación** f mapea cada nodo de búsqueda N a un número positivo real $f(N)$
- ❖ Tradicionalmente, mientras más pequeño sea $f(N)$, más prometedor será N
- ❖ La **búsqueda Primero-el-mejor** ordena LE en orden creciente de f [para nodos con igual valor de f , se usa orden aleatorio]

Primero el mejor

- ❖ Se consideran varios caminos a explorar
- ❖ Cada nodo tiene un valor heurístico asociado.
- ❖ Se escoge el nodo que **parece** ser el mejor
- ❖ En búsqueda avara se elige el nodo **más cercano a la meta** o $f(n) = h(n)$
- ❖ En búsqueda de costo uniforme se elige el nodo de menor distancia recorrida para llegar hasta él:
$$f(n) = g(n)$$
- ❖ En A-estrella se usa:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Primero el mejor

Implementación – Listas

LE:

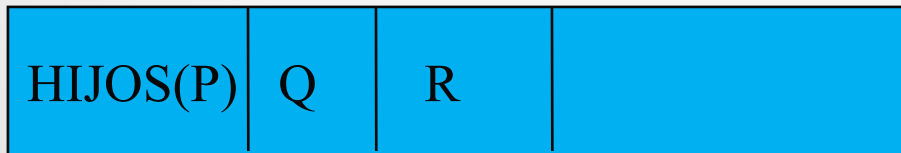
PROCESAR



Selecciona el
Mejor de los
nodos

LE:

REGISTRO



Conveniencia

Primero el mejor

Algoritmo - Listas

Inicio

1. $LE := ((Estado_Inicial));$
2. $LV := ();$

Test de Parada

3. Si $(LE = ())$ entonces Escribir("no hay solución"), PARE;
4. $LISTA := Primero(LE)$
5. $P := Ultimo(LISTA)$
6. Si $(P \text{ es Meta})$ entonces Escribir("solución =", LISTA), PARE;

Genera Sucesores:

7. $Adiciona_ultimo(P, LV);$
8. $Elimina_primero(LE);$
9. $Hijos_diferentes := Hijos(P) - LV$
10. Para $(Nodo \in Hijos_diferentes)$

Inicio

$W_LISTA := LISTA;$
 $Adiciona_ultimo(Nodo, W_LISTA);$
 $Adicionar_primero(W_LISTA, LE);$

Fin_Para

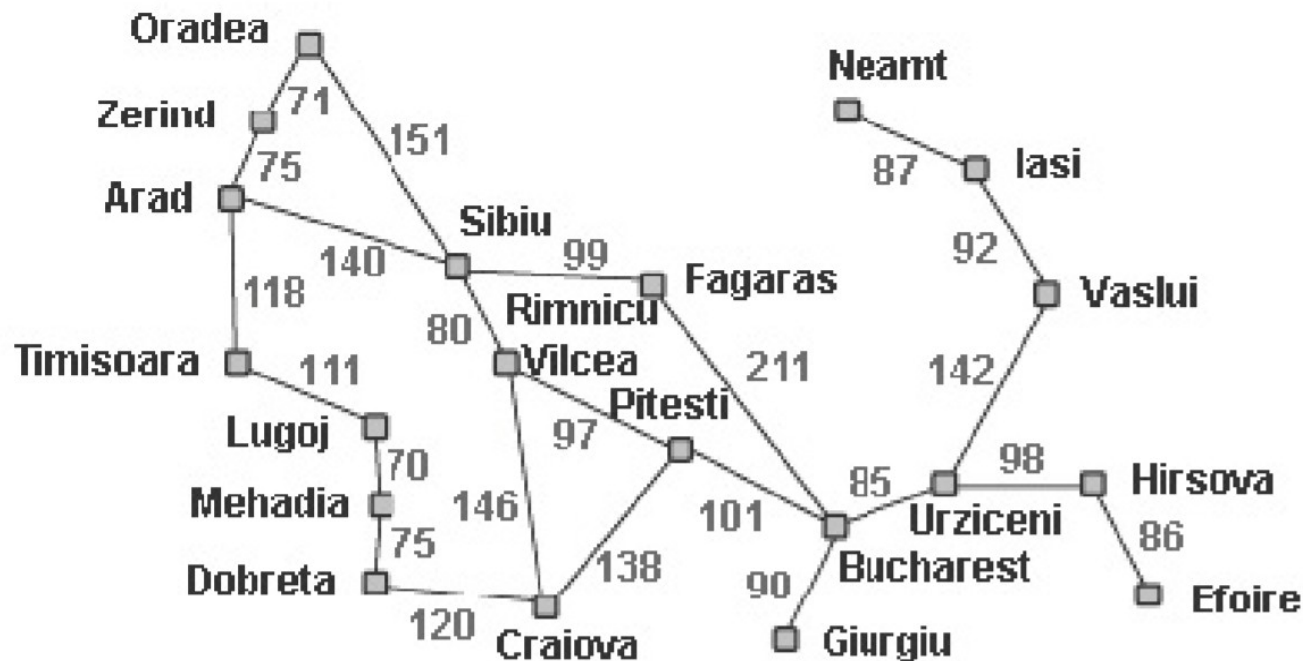
11. **Ordena(LE)**
12. Ir Para 3

Primero el mejor

Función de evaluación heurística

$f(n) = h(n)$ = costo estimado de la ruta desde el nodo n al nodo meta

$h(n) = 0$, si n es el nodo meta



AIMA (Russel & Norvig)

Distancias en línea
recta a Bucarest

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Primero el mejor

Función de evaluación: $h =$ costo estimado desde nodo n a la meta

Its	LE	P	LV
1	((Arad)-366)	Arad-366	()
2	((Arad Sibiu)-253 (Arad Tamisoara)-329 (Arad Zerind)-374)	Sibiu-253	(Arad)
3	((Arad Sibiu Fagaras)-178 (Arad Sibiu Rimnicu)-193 (Arad Tamisoara)-329 (Arad Zerind)-374 (Arad Sibiu Oradea)-380)	Fagaras-178	(Arad Sibiu)
4	((Arad Sibiu Fagaras Bucarest)-0 (Arad Sibiu Rimnicu)-193 (Arad Tamisoara)-329 (Arad Zerind)-374 (Arad Sibiu Oradea)-380)	Bucarest-0	(Arad Sibiu Fagaras)
5			

La ruta solución es Arad-Sibiu-Fagaras-Bucarest

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Búsqueda A*

$$\diamond f(N) = g(N) + h(N)$$

donde:

$g(N)$ = costo de la mejor ruta a N encontrada hasta aquí

$h(N)$ = función heurística admisible

\diamond El costo de arco del grafo es mayor que una cierta cantidad positiva ε .

→ Búsqueda Primero-el-Mejor toma el nombre de:

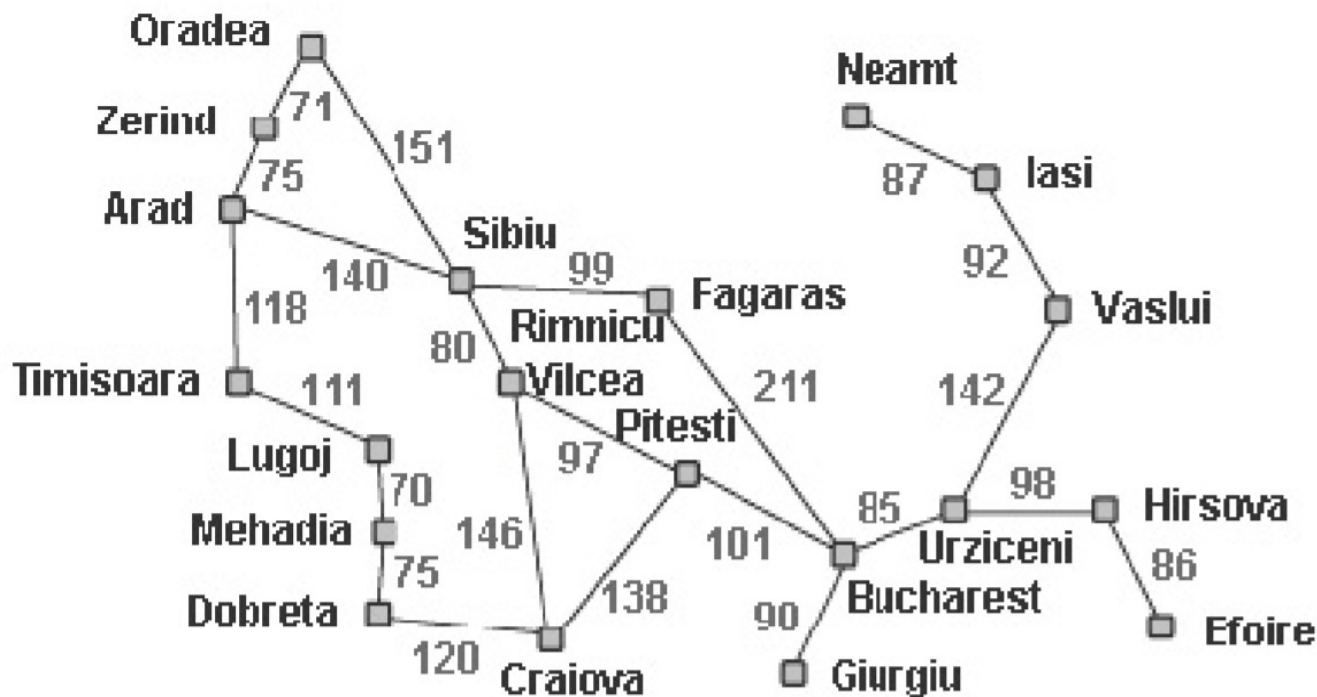
búsqueda A*

Búsqueda A*

Función de evaluación: $f(n) = g(n) + h(n)$

distancia recorrida desde nodo raíz hasta nodo n

distancia en línea recta desde nodo n hasta nodo meta



AIMA (Russel & Norvig)

Distancias en línea recta a Bucarest

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Búsqueda A*

Función de evaluación: $f(n) = g(n) + h(n)$

Función heurística admisible

Its	LE	P	LV
1	((Arad))-0+366	Arad-366	()
2	(Arad Sibiu)-140+253 (Arad Timisoara)-118+329 (Arad Zerind)-75+374	Sibiu-393	(Arad)
3	(Arad Sibiu Rimnicu)-220+193 (Arad Sibiu Fagaras)-239+178 (Arad Tamisoara)-118+329 (Arad Zerind)-75+374 (Arad Sibiu Oradea)-291+380	Rimnicu-413	(Arad Sibiu)
4	(Arad Sibiu Rimnicu Pitesti)-317+98 (Arad Sibiu Fagaras)-239+178 (Arad Tamisoara)-118+329 (Arad Zerind)-75+374 (Arad Sibiu Rimnicu Craiova)-366+160 (Arad Sibiu Oradea)-291+380	Pitesti-415	(Arad Sibiu Rimnicu)

Búsqueda A*

Función de evaluación: $f(n) = g(n) + h(n)$

Its	LE	P	LV
5	(Arad Sibiu Fagaras)-239+178 (Arad Sibiu Rimnicu Pitesti Bucarest)-418+0 (Arad Tamisoara)-118+329 (Arad Zerind)-75+374 (Arad Sibiu Rimnicu Craiova)-366+160 (Arad Sibiu Oradea)-291+380	Fagaras-417	(Arad Sibiu Rimnicu Pitescu)
6	(Arad Sibiu Rimnicu Pitesti Bucarest)-418+0 (Arad Tamisoara)-118+329 (Arad Zerind)-75+374 (Arad Sibiu Fagaras Bucarest)-450+0 (Arad Sibiu Rimnicu Craiova)-366+160 (Arad Sibiu Oradea)-291+380	Bucarest-418	(Arad Sibiu Rimnicu Pitesti Fagaras)

La ruta solución es: Arad-Sibiu-Rimnicu-Pitesti-Bucarest