



INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Facultad de Ingeniería de Sistemas
e Informática (FISI)

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
(UNMSM)

Agenda

❖ Espacio de Estados

- Representación de problemas como EE
 - ❖ EJM. el mundo de la aspiradora
 - ❖ EJM. Problema de las jarras
 - ❖ EJM. Problema del tablero de 8

❖ Complejidad de problemas algorítmicos

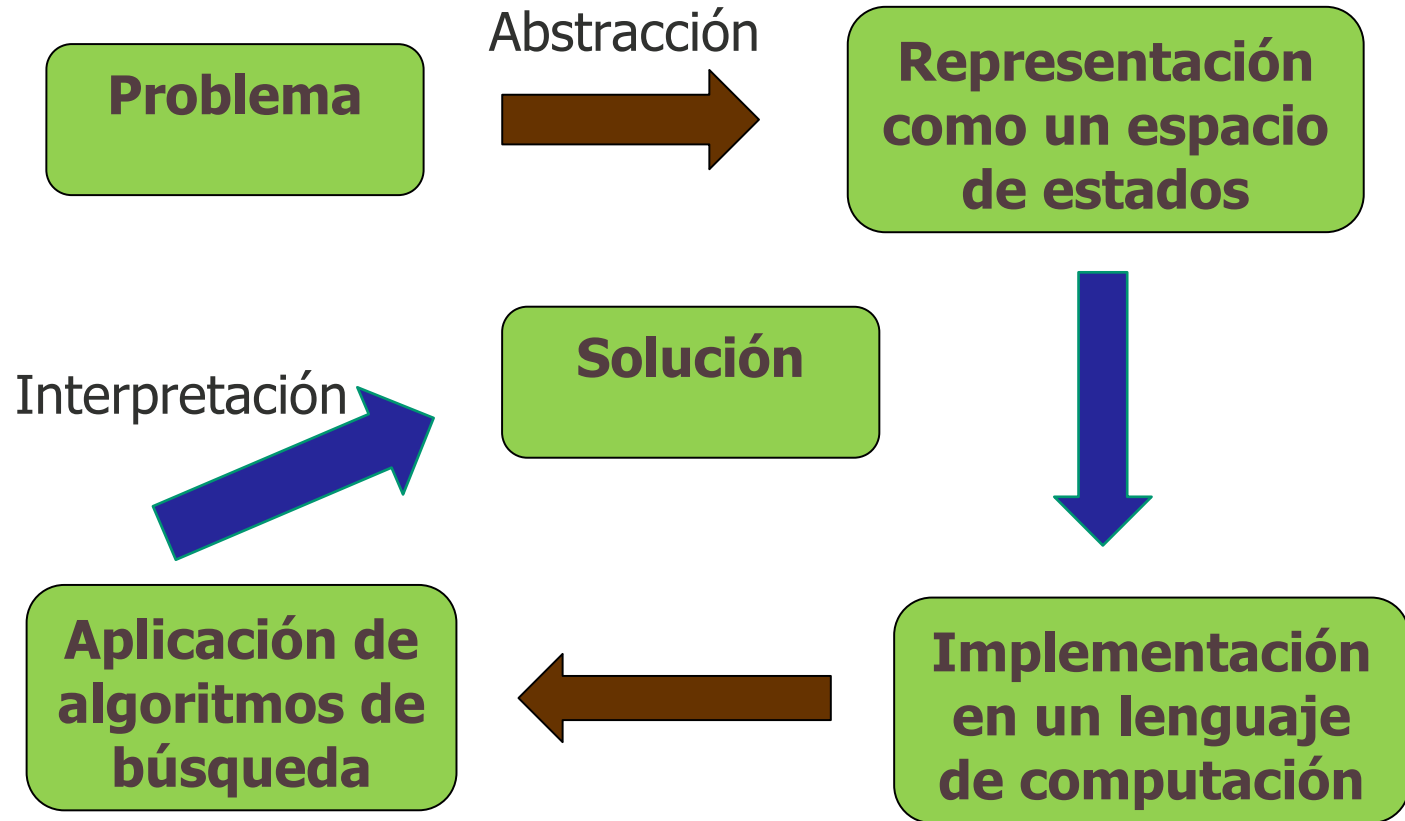
- Clasificación de problemas por su naturaleza
- Clasificación de problemas por su tratabilidad matemática
- Clasificación de problemas por el tipo de respuesta



Búsqueda en un Espacio de Estados

- Representación de problemas
como un espacio de estados

Esquema de representación de problemas como EE



Representación de problemas como EE

- ❖ Paso previo a la búsqueda de soluciones de un problema:
 - Representación del problema
- ❖ Elementos del problema:
 - ¿Cuál la situación **inicial** desde la que se parte?
 - ¿Cuál es el **objetivo final**?
 - ¿Cómo describir las diferentes situaciones o **estados** por los que podríamos pasar?
 - ¿Qué pasos elementales u **operadores** se deben dar para cambiar de estado y cómo actúan?

Representación de problemas como EE

Un problema de búsqueda en un **ESPACIO DE ESTADOS**

- ❖ **Estado:** representación de los elementos que describen el problema en un momento dado
- ❖ **Conjunto de estados (espacio de estados):** formado por todos los estados posibles
- ❖ **Estado inicial:** estado que corresponde al punto de partida del problema
- ❖ **Estado meta:** estado que corresponde al objetivo del problema
- ❖ **Reglas:** operadores que se pueden aplicar a los estados con el objetivo de modificarlos

definido
por



Representación de problemas como EE

Aspectos de un algoritmo de búsqueda IA

Search Space	Where we are looking; for now this will be a DISCRETE SPACE
Operators	Legal ways to move from one node to another
Search Strategy	How we decide which move to make next
Heuristic Function	Some search methods score nodes to help guide search strategy (optional)
Start Node(s)	Where we start (usually a single node, but could be a <u>set</u>)
Goal Node(s)	How we know we are done (sometimes we'll have an end <i>test</i> , ie code that says 'DONE!')

Representación de problemas como EE

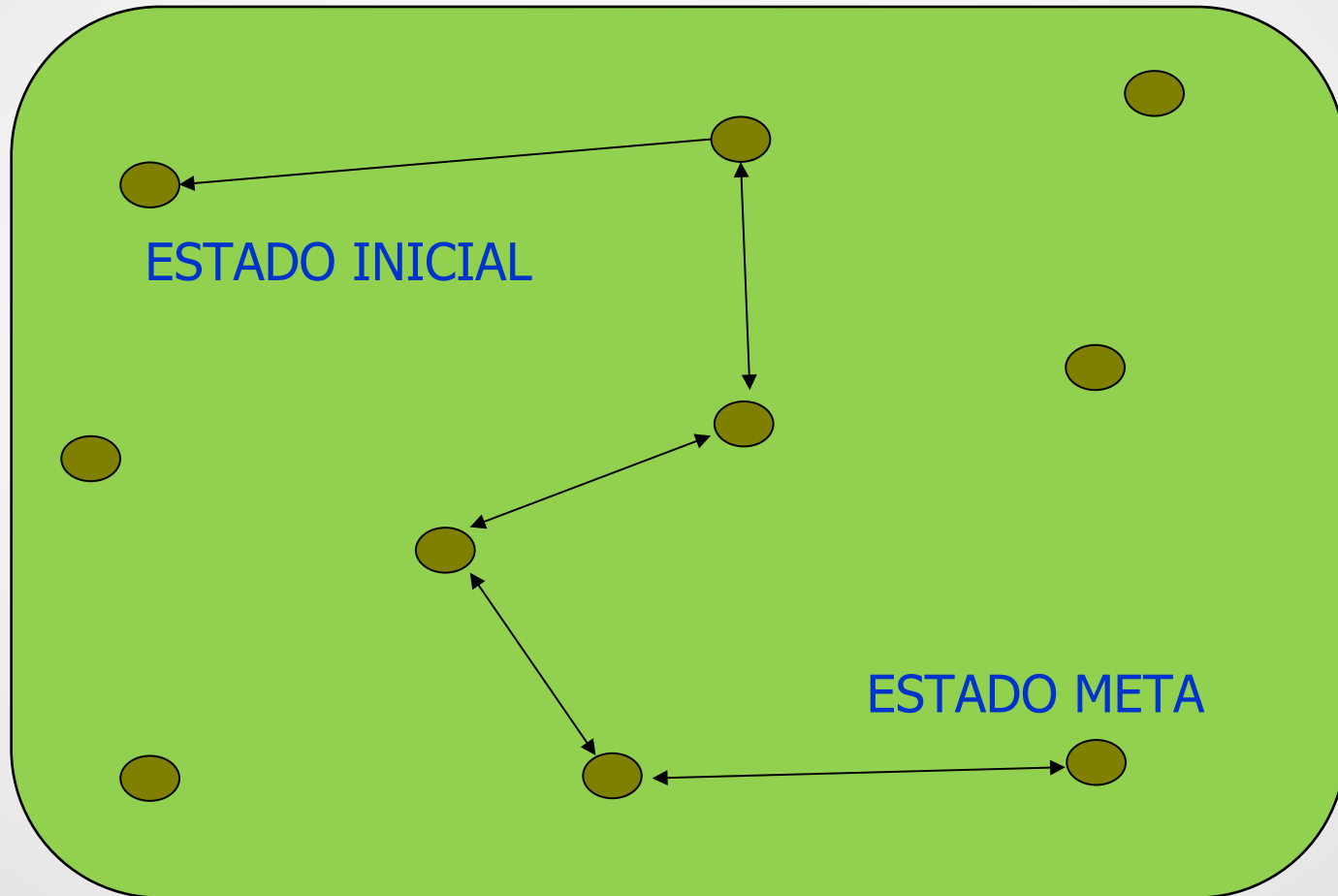
- ❖ La representación formal de un problema de IA como una búsqueda en un espacio de estado se hace con:
 - Definir una representación adecuada para el estado
 - Definir un espacio de estados que contenga todos los estados posibles
 - Identificar el estado inicial
 - Especificar uno o más estados posibles que sean soluciones del problema
 - Especificar un cjto de reglas, con sus restricciones, que describan las acciones posibles de ser realizadas

Representación de problemas como EE

- ❖ Especificar un problema como **espacio de estados** consiste en describir claramente c/u de los componentes mencionados
 - Ventaja: procedimientos generales de búsqueda de soluciones
 - Independientes del problema

Representación de problemas como EE

Espacio de estados



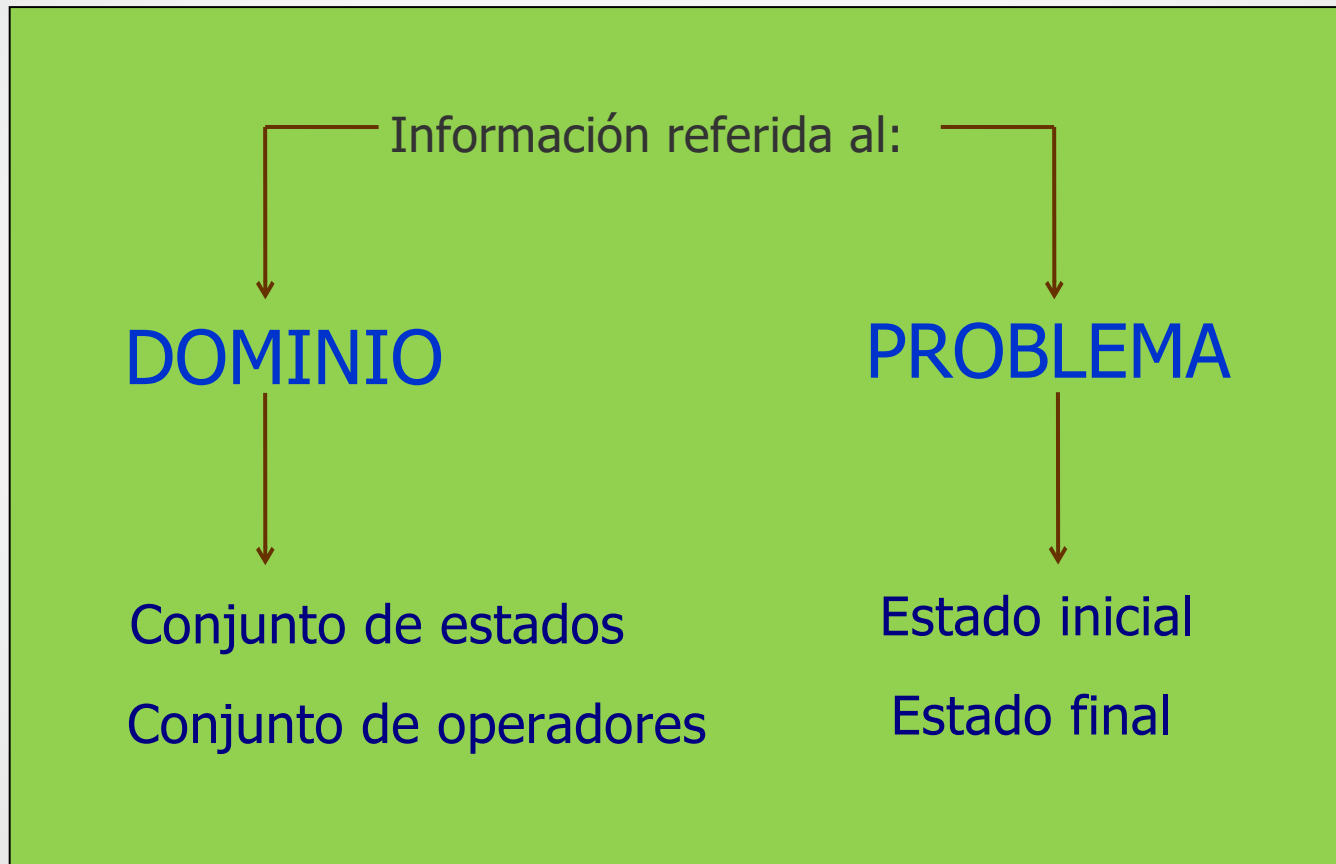
Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Representación de problemas como EE

En la representación de problemas de IA como una BEE, la solución se reduce a encontrar una secuencia de estados, y por consiguiente una secuencia de reglas, que comience con un estado inicial y termine con un estado meta.

No hay un método para la definición de las reglas ni para la representación del estado, deben ser determinadas mediante un proceso de **abstracción**

Representación de problemas como EE





Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

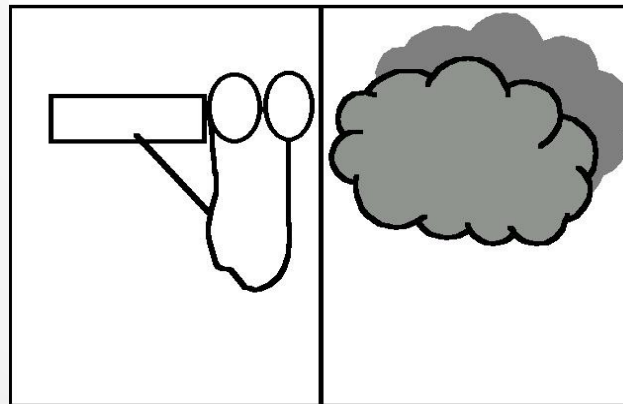
Representación de problemas como EE

- ❖ En búsqueda en un espacio de estados, un problema es mostrado como un grafo del espacio de estados
- ❖ Los **nodos** de un grafo representan estados discretos en un proceso de resolución de problemas (p.e. configuraciones de un tablero de juego)
- ❖ Los **arcos** del grafo representan transiciones entre estados o pasos en un proceso de resolución de problemas (p.e. movimientos legales de un juego)

Representación de problemas como EE

El Mundo de la Aspiradora

En este mundo hay dos posibles ubicaciones. En ellas puede o no haber suciedad y el agente (aspiradora) se encuentra en una de las dos ubicaciones. El mundo puede asumir 8 posibles estados.



Representación de problemas como EE

El Mundo de la Aspiradora-continuación

Son tres las acciones que el agente puede emprender: desplazarse a la izquierda, a la derecha y aspirar.

Suponga que al inicio hay mugre en las dos ubicaciones; y que la aspiradora está en el lado izquierdo. Suponga también que la eficiencia del aspirado es de 100%.

Problema

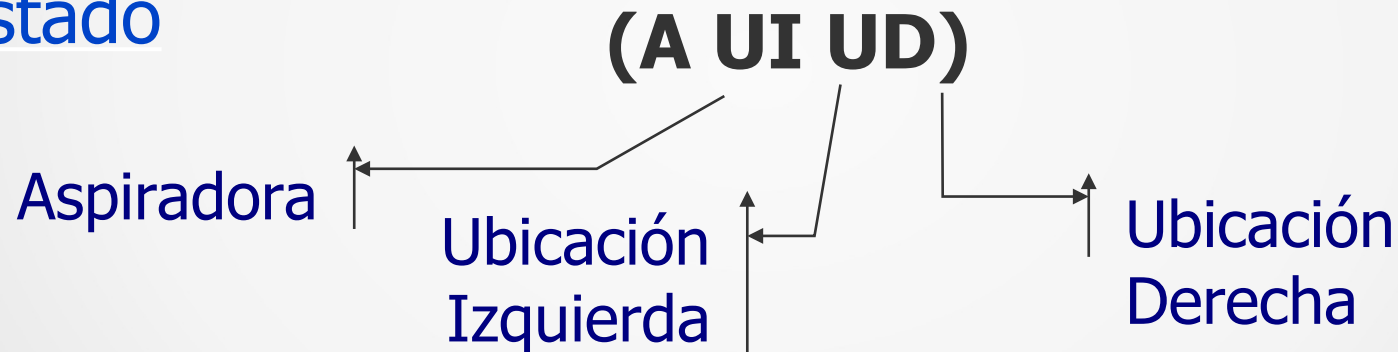
Consiste en eliminar toda la suciedad

Representación de problemas como EE

Objetos

aspiradora, ubicación izquierda, ubicación derecha, mundo

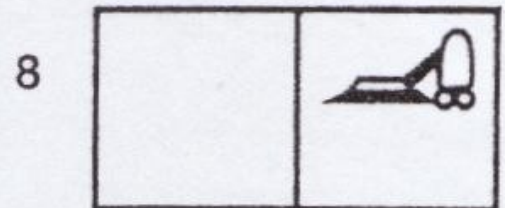
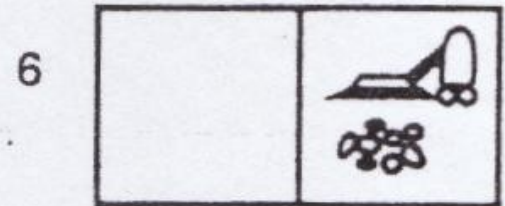
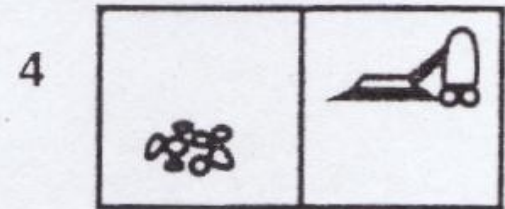
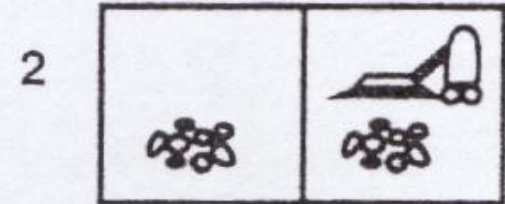
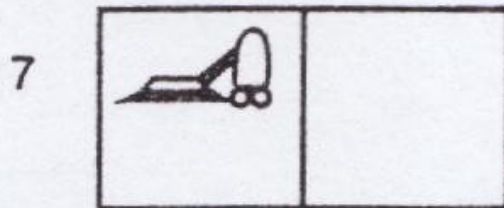
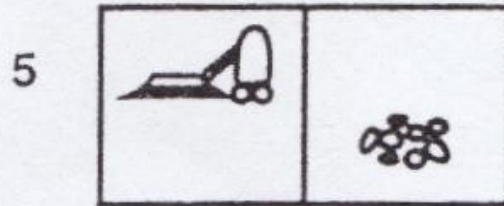
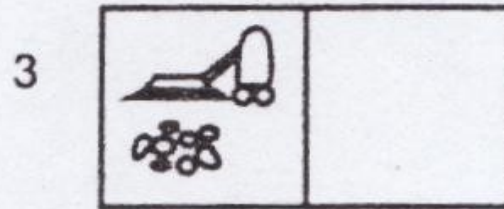
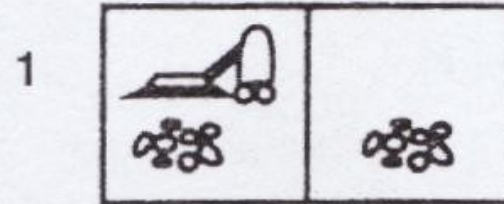
Estado



$$A \in \{I, D\}$$
$$UI, UD \in \{M, L\}$$

Representación de problemas como EE

Espacio de
estados



Representación de problemas como EE

Reglas para el Mundo de la Aspiradora

Regla	Condición	Nuevo estado
Desp_izquierda	$A=D$	(I UI UD)
Desp_derecha	$A=I$	(D UI UD)
Aspirar_izquierdo	$A=I \wedge UI=M$	(I L UD)
Aspirar_derecho	$A=D \wedge UD=M$	(D UI L)

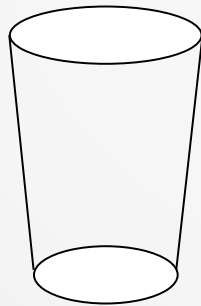
Representación de problemas como EE

- ❖ En BEE, un problema es mostrado como un grafo del espacio de estados
- ❖ Los **nodos** de un grafo representan estados discretos en un proceso de resolución de problemas (p.e. configuraciones de un tablero de juego)
- ❖ Los **arcos** del grafo representan transiciones entre estados o pasos en un proceso de resolución de problemas (p.e. movimientos legales de un juego)

Representación de problemas como EE

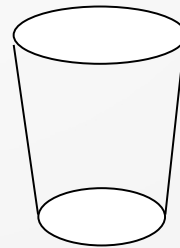
Vasijas de Agua

Se dispone de dos vasijas, una de 4 litros y otra de 3 litros. Se desea llenar exactamente 2 litros de agua en la vasija de 4. Considere que existe un surtidor de agua que permite llenar las vasijas, y que es posible verter agua de una vasija a otra y desde ellas hacia el surtidor.



4 litros

vacías y sin
marcas



3 litros

Problema

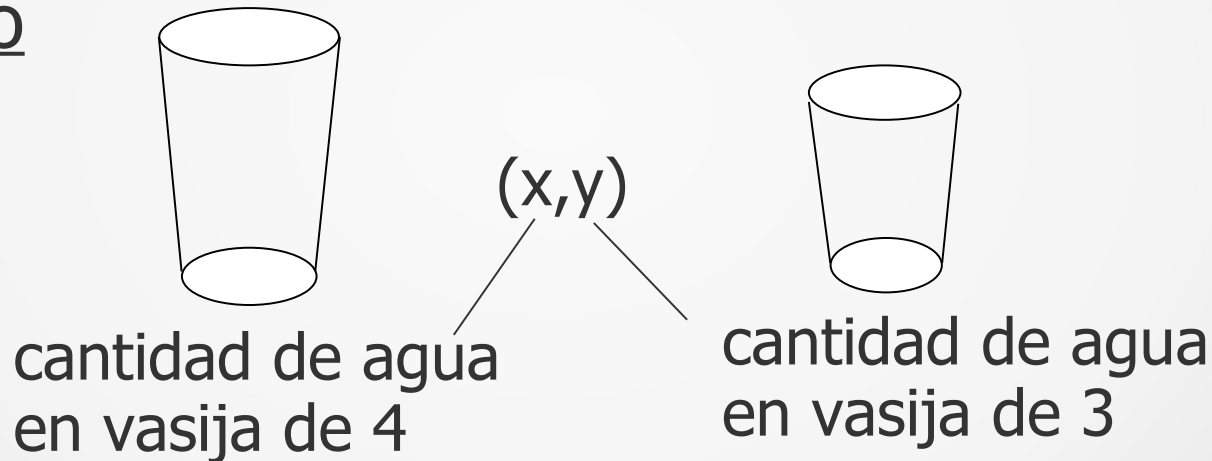
llenar exactamente 2 litros en la vasija de 4

Representación de problemas como EE

Objetos

vasijas de 4 y 3 litros, cantidad de agua en las vasijas,
el surtidor

Estado



P.e. 1 litro en la vasija de cuatro y 2 litros
en la vasija de tres

Representación de problemas como EE

Espacio de Estados

Conjunto de pares ordenados (x,y) donde 'x' asume los valores de 0, 1, 2, 3, 4 y 'y' los de 0, 1, 2, y 3

$\{(0,0), (1,0), \dots(4,0), (0,1), (1,1)\dots\}$

$\{0,1, 2, 3, 4\} \times \{0,1,2, 3\}$

Estado Inicial $(0,0)$

Estado Meta $(2,0), (2,1), (2,2), (2,3)$

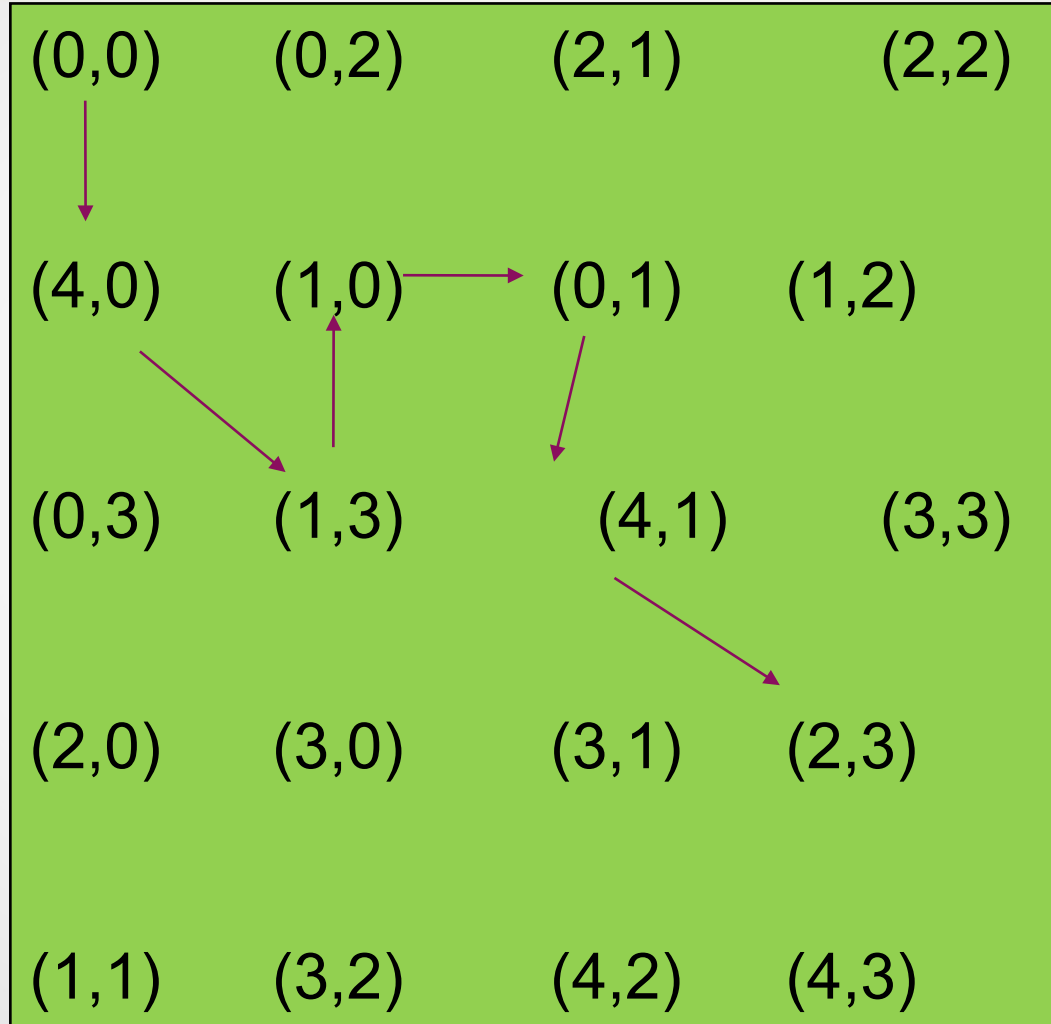
Representación de problemas como EE

Reglas para el Problema de las vasijas de agua

Regla	Condición	Nuevo estado
Llenar_4	$x < 4$	$(4, y)$
Llenar_3	$y < 3$	$(x, 3)$
Vaciar_4	$x > 0$	$(0, y)$
Vaciar_3	$y > 0$	$(x, 0)$
Pasar_4_a_3	$x > 0$ $y < 3$	$(x - m, y + m)$
Pasar_3_a_4	$y > 0$ $x < 4$	$(x + n, y - n)$

donde: $m = \text{mínimo}\{x, 3-y\}$, $n = \text{mínimo}\{y, 4-x\}$

Representación de problemas como EE



Representación de problemas como EE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

5		8
4	2	1
7	3	6

ESTADO(N)

Tablero inicial

1	2	3
4	5	6
7	8	

Estado meta

Tablero ordenado

Problema

Ordenar tablero según orden predeterminado

Representación de problemas como EE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

Objetos

tablero, fichas, casillero

Estado

Representación mediante matriz E (cada casillero corresponde a un elemento de la matriz) y un vector (posición del casillero vacío)

$$(E, (x,y))$$

Representación de problemas como EE

Tablero de 8 (8-Puzzle)

Espacio de estados

Todas las configuraciones posibles de las piezas en el tablero del puzzle

Estado inicial

$$\left(\begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}, (1,2) \right)$$

Estado meta

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}, (3,3) \right)$$

Representación de problemas como EE

Reglas para el Tablero de

<u>8</u>	Regla	Restricción	Nuevo estado
	Intercambiar_Der	$y < 4$	$(E, (x, y+1))$ $e[x, y] = e[x, y+1]$ $e[x, y+1] = 0$
	Intercambiar_Izq	$y > 1$	$(E, (x, y-1))$ $e[x, y] = e[x, y-1]$ $e[x, y-1] = 0$
	Intercambiar_Arr	$x > 1$	$(E, (x-1, y))$ $e[x, y] = e[x-1, y]$ $e[x-1, y] = 0$
	Intercambiar_Ab	$x < 3$	$(E, (x+1, y))$ $e[x, y] = e[x+1, y]$ $e[x+1, y] = 0$



Complejidad de Problemas

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Clasificación de Problemas Algorítmicos

→ Por su Naturaleza

Los problemas algorítmicos se clasifican según su naturaleza intrínseca respecto a la posibilidad o dificultad de resolverlos

→ Por su Tratabilidad

Los problemas que admiten solución son clasificados según la complejidad que presentan los algoritmos para resolverlos

→ Por el tipo de Respuesta

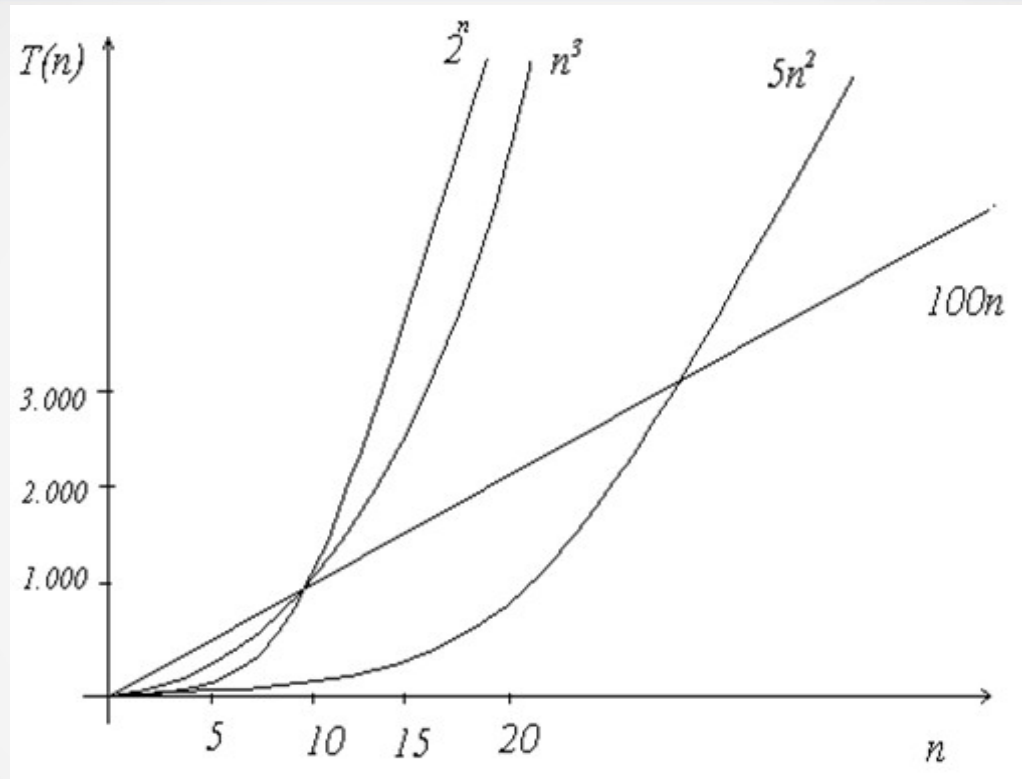
Los problemas son clasificados según la respuesta que el problema requiere

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas Algorítmicos



Criterio de Edmonds (1965)

Un algoritmo es considerado bueno si requiere número de pasos limitado por una función polinomial en el tamaño del problema

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

- Problemas de naturaleza algorítmica que no admiten solución por algoritmo son llamados **no computables**.
- Problemas de decisión y no-computables son llamados **indecidibles**
- Problemas para los cuales existen algoritmos de complejidad polinomial para resolverlos son llamados **tratables**
- Problemas que admiten solución y para los cuales comprobadamente no pueden ser resueltos por algoritmos de complejidad polinomial son rotulados de **intratables**

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

Problemas que no admiten solución algorítmica

No computables

Resolución de ecuaciones diofánticas en números enteros
(10mo problema de Hilbert)

El Problema de Parada (Halting)

El Problema de las Palabras

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

Problemas que no admiten solución algorítmica

Resolución de las ecuaciones de Diofante:

$$P = 0$$

P: polinomio con coeficientes enteros.

EJMS.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - z^2 &= 0, \\ 6x^{18} - x + 3 &= 0,\end{aligned}$$

La primera de las ecuaciones anteriores tiene solución en números enteros: $x = 3, y = 4, z = 5$;

La segunda ecuación no tiene solución en números enteros

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

Problemas que no
admiten
solución algorítmica

No-computables

Indecidibles

Problemas que
admiten solución
algorítmica

Tratables

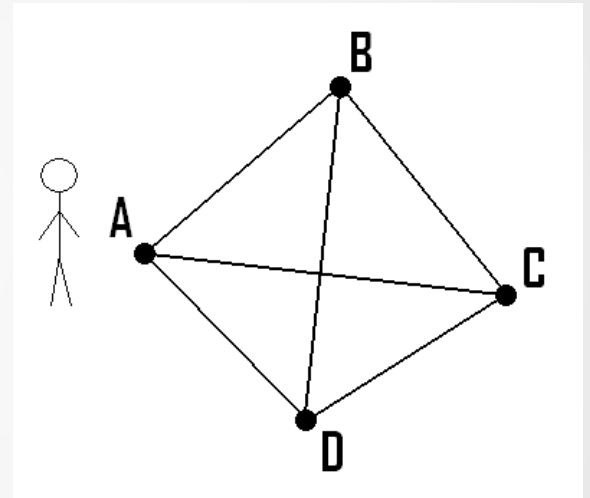
Intratables

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

EJM.

El Problema del Agente Viajero (TSP)

Un agente viajero debe recorrer un circuito de n ciudades, partiendo desde una ciudad cualquiera del circuito, visitar una ciudad por vez y luego regresar a la ciudad de partida



Determinar una ruta de menor suma de distancia recorrida. Suponga conocida las distancias entre las ciudades.

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

EJM.

El Problema del Agente Viajero

Encontrar una permutación que represente el recorrido de una serie de ciudades de tal forma que todas sean visitadas minimizando la distancia total recorrida.

- **ES UN PROBLEMA INTRATABLE**

Todos los algoritmos exactos presentan complejidad no polinomial

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

EJM.

El Problema del Agente Viajero

Si consideramos n ciudades:

El tamaño del espacio de búsqueda es: $(n - 1)!/2$

Para $n=10$, hay unas 181,000 soluciones posibles.

Para $n=20$ hay unas 10,000,000,000,000,000 soluciones posibles.

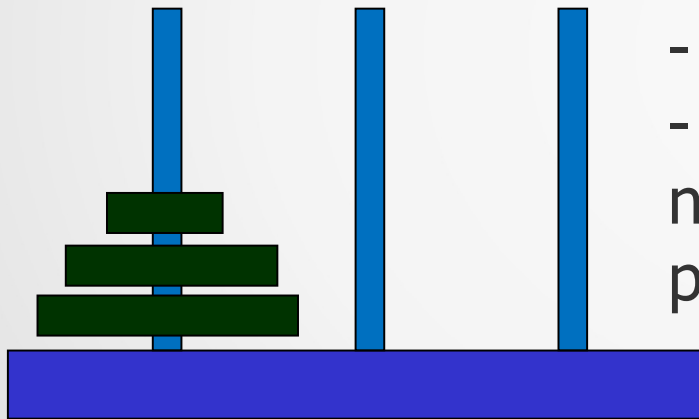
[illegible]

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

Problema de las Torres de Hanoi

Dados n discos y tres soportes, pasar con el menor nro de movimientos los n discos al 2do o al 3er soporte

Las restricciones para el movimiento son:



- sólo se puede mover un disco por vez
- todos los discos tienen \neq diámetro, y ninguno puede ponerse sobre otro más pequeño

Inicialmente todos los discos están en el poste A y cada disco descansa sobre uno más grande

Clasificación de Problemas por su Naturaleza

EJM.

El Problema de las Torres de Hanoi

- **ES UN PROBLEMA INTRATABLE**

Todos los algoritmos exactos presentan complejidad no polinomial

Clasificación de Problemas por su Tratabilidad

La Clase P

Está constituida por todos los problemas comprobadamente tratables, esto es, problemas que pueden ser resueltos por algoritmos de complejidad polinomial.

Algunos Problemas de la Clase P

- Contabilidad (registrar y/o modificar transacciones)
- Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales
- Ordenar números, buscar palabras en un texto
- Juntar Archivos
- En gral sistemas operacionales (facturación, control de almacenes, planillas, etc.)
- Cualquier problema de la Programación Lineal

Clasificación de Problemas por su Tratabilidad

La Clase NP

Constituida por todos los problemas que pueden ser resueltos por algoritmos enumerativos, cuya búsqueda en el espacio de soluciones es realizada en un árbol con profundidad limitada por una función polinomial respecto al tamaño de la instancia del problema y con ancho eventualmente exponencial.

Un problema pertenece a la clase NP si puede ser resuelto en tiempo polinomial pero usando una computadora no determinista.

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tratabilidad

Algunos Problemas de la Clase NP

- Coloración de mapas
- Selección de proyectos
- Optimización de Desperdicios
- Agente Viajero
- Clique
- Programación de Tareas

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Clasificación de Problemas por su Tratabilidad

Relación P y NP

Ciertamente la clase NP incluye todos los problemas tratables. Además los problemas de la clase P pueden ser resueltos también por algoritmos enumerativos. Por consiguiente se puede afirmar que:

$$P \subseteq NP$$

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tratabilidad

A los problemas de la Clase NP que son intratables se les denomina NP-difícil

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tipo de Rpta

Problemas de Decisión

Problemas que consisten en responder SÍ o NO a determinada indagación.

EJMS.

- Responder si existe una ruta entre dos lugares diferentes en una región dada.
- Responder si existe una secuencia de pasos para colocar 2 lts en la vasija de 5 lts con las vasijas vacías al inicio.
- Responder si existe una secuencia de pasos para limpiar el mundo de la aspiradora, al inicio las dos ubicaciones están sucias y el agente está en la ubicación izq.

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tipo de Rpta

Problemas de Localización

Problemas que consisten en encontrar, caso exista, determinada estructura satisfaciendo requisitos especificados por el problema

EJMS.

- Determinar una ruta entre dos lugares diferentes en una región dada.
- Determinar una secuencia de pasos para colocar 2 lts en la vasija de 5 lts con las vasijas vacías al inicio.
- Determine una secuencia para limpiar el mundo de la aspiradora, al inicio las dos ubicaciones están sucias y el agente está en la ubicación izq.

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tipo de Rpta

Problemas de Optimización

Consiste en encontrar, caso exista, determinada estructura satisfaciendo requisitos especificados por el problema y por lo menos un criterio de optimización.

EJMS.

- Determinar la ruta más corta entre dos lugares diferentes en una región dada.
- Determinar la menor secuencia de pasos para colocar 2 lts en la vasija de 5 lts con las vasijas vacías al inicio.
- Determine la menor secuencia de pasos para limpiar el mundo de la aspiradora, al inicio las dos ubicaciones están sucias y el agente está en la ubicación izq.

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan

Clasificación de Problemas por su Tipo de Rpta

Grado de dificultad de los problemas
algorítmicos clasificados por el tipo de
respuesta:

Optimización > Localización > Decisión

Ing. Mg. Rolando A. Maguiña Pérez

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan UFRJ - Brasil

Fuente: "Algorítmicas e Heurísticas" R. Campello/N. Maculan