BI-PST 2018

Domácí Úkol

Autoři:
Pavel Jahoda a Jan Lidák

Úvod

Výběr reprezentanta

Jako reprezentant byl zvolen Pavel Jahoda.
$K = 8$
$L = 6$
$M = ((8 + 6) * 47) mod 11 + 1 = 10$
Zpracovávali jsme tedy dataset získaný pozorováním vrabců během zimy (ex0221).

Nástroje

Použili jsme programovací jazyk Python (verze 3) a knihovny numpy, pandas, scipy, statsmodels a matplotlib.

Ukázka kódu

Zpráva obsahuje jen malou část použitého kódu. Celý kód si je možné prohlédnout na adrese https://www.dropbox.com/s/sqmylamw36kz9z2/main.py?dl=0.

Úkol 1 - Načtení a popis datasetu

Data jsou z pozorování 59 vrabců během zimy. První veličina **X** reprezentuje váhy vrabců v gramech. Druhá veličina **Y** nabývá dvou hodnot 'survived', pokud vrabec přežil a 'perished' pokud nepřežil. Sledovanou proměnnou X jsme rozdělili na dvě pozorované skupiny takzvaných *independent and identically distributed random variables*. Tedy v každé skupině jsou náhodné veličiny reprezentující výsledky pokusu prováděného za stejných podmínek. **X1** jsou vrabci co přežili a je jich 35. **X2** jsou vrabci co nepřežili a je jich 24.
EX1=25.463, var(X1)=1.539 a medián je 25.7.
EX1=26.275, var(X2)=2.078 a medián je 26.

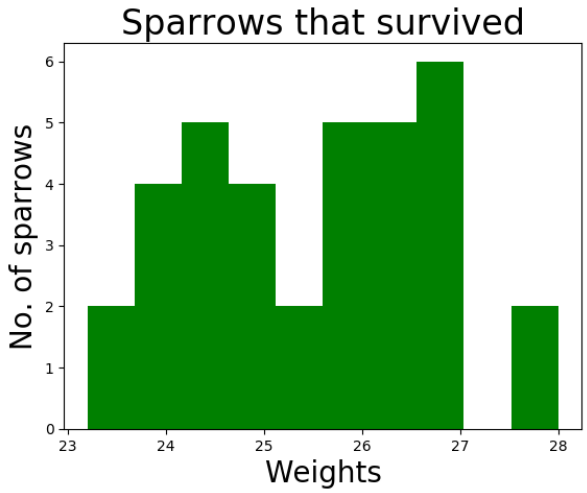
Data se načetla následujícími python příkazy:

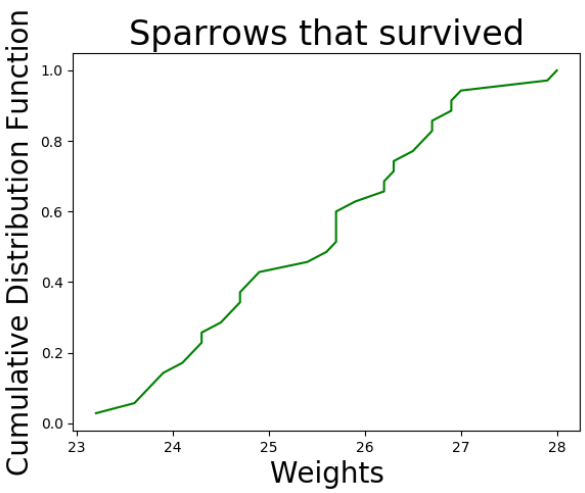
```
data = pandas.read_csv(dataPath, sep=';').replace({'perished' : 0, '
    ↪ survived' : 1})
return numpy.array(data.loc[data.Status == 1].Weight), np.array(data.loc[
    ↪ data.Status ==0].Weight)
```

Úkol 2 - Hustota a distribuční funkce

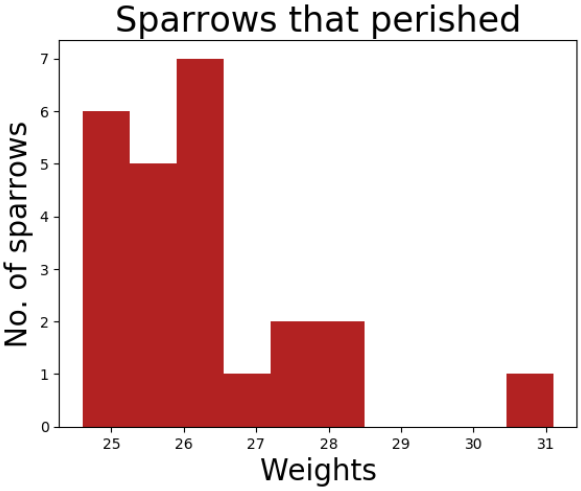
Nejprve vykreslíme histogram a poté graf distribuční funkce odhadnutý z grafu empirické distribuční funkce pro vrabce kteří přežili.
Graf distribuční funkce byl odhanutý následujícím příkazem:

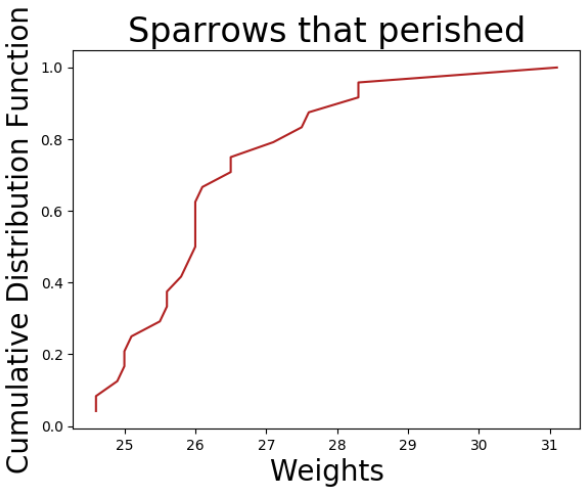
```
from statsmodels.distributions.empirical_distribution import ECDF
ecdf = ECDF(weightsSurvived)
```





Poté vykreslíme histogram a graf distribuční funkce funkce pro vrabce kteří nepřežili a to obdobným způsobem jako pro vrabce kteří přežili.

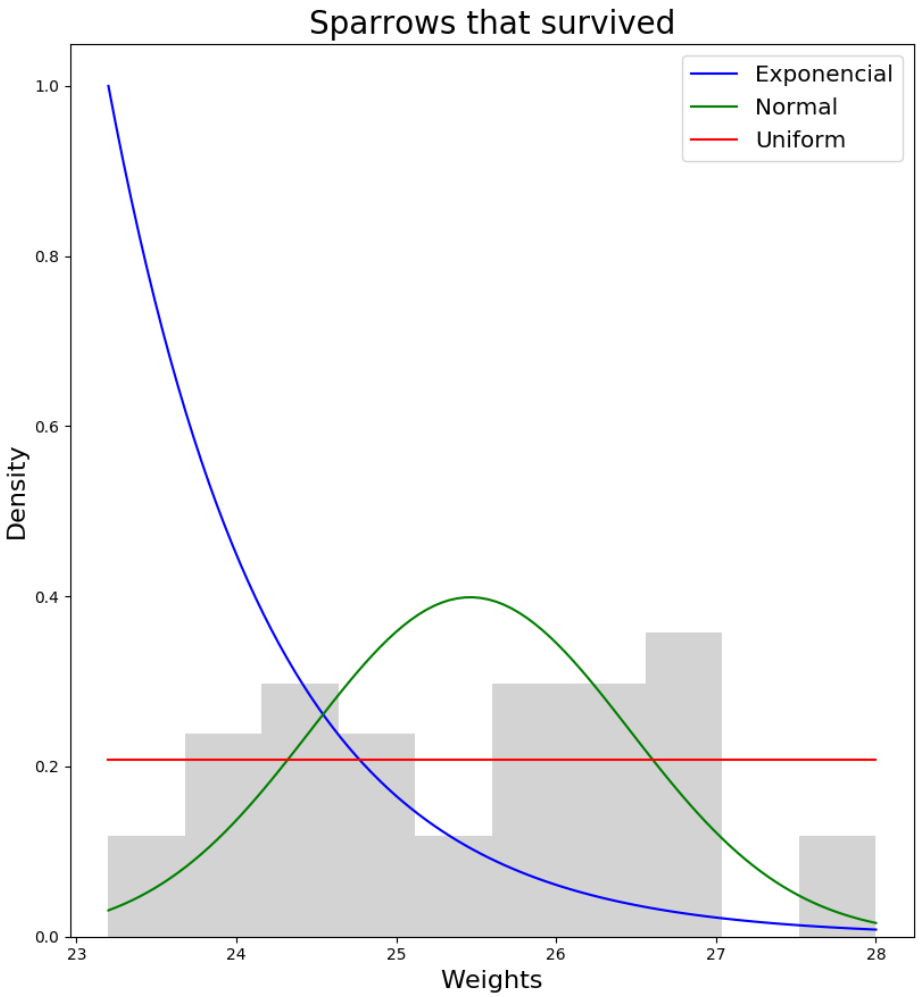




Graf empirické distribuční funkce se podobá grafu exponenciálního rozdělení s parametrem $\lambda = 1$.

Úkol 3 - Nejbližší rozdělení

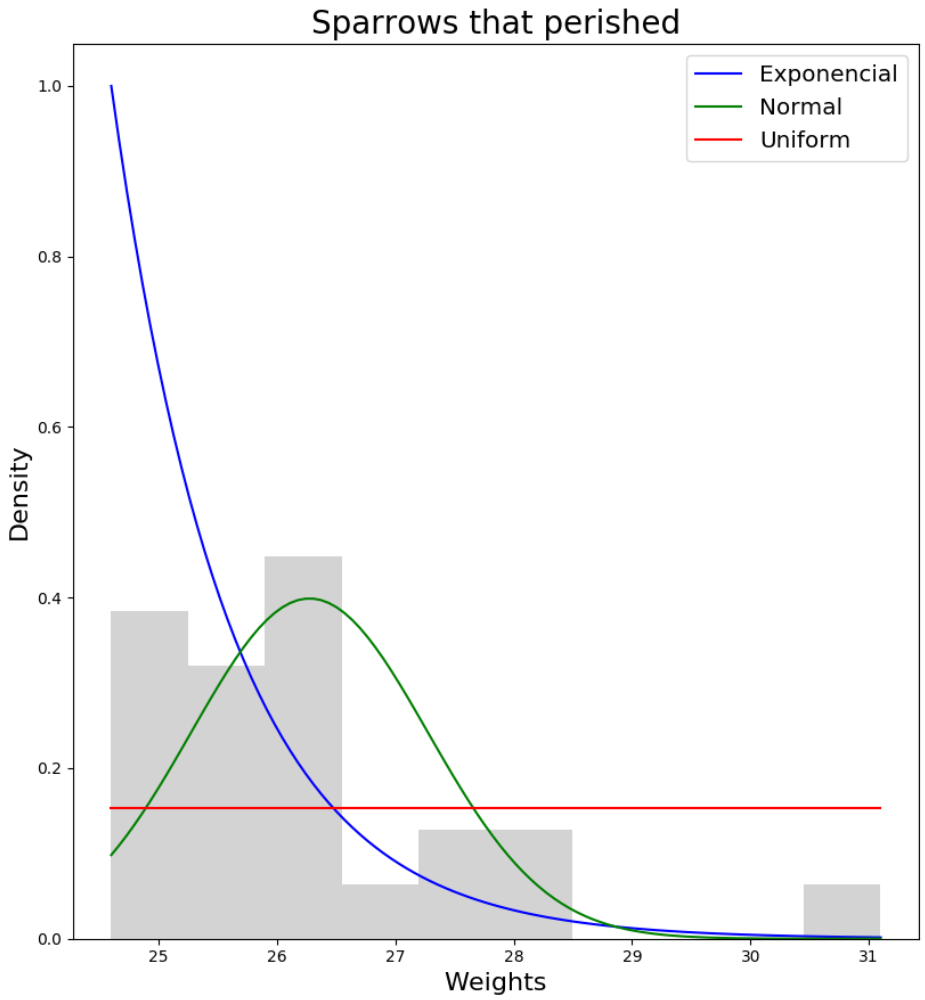
Histogram přeživších vrabců byl nejprve znormován, tak aby obsah histogramu byl roven 1 pro lepší porovnání s grafy rozdělení jejich obsah pod křivkou je také roven 1. Po zanesení normálního, exponenciálního a rovnoměrného rozdělení s odhadnutými parametry do grafů histogramu vidíme, že histogram nejvíce odpovídá normálnímu rozdělení.



Příkazy na získaní hodnot exponenciální a normální funkce, které jsou vykresleny do histogramu výše:

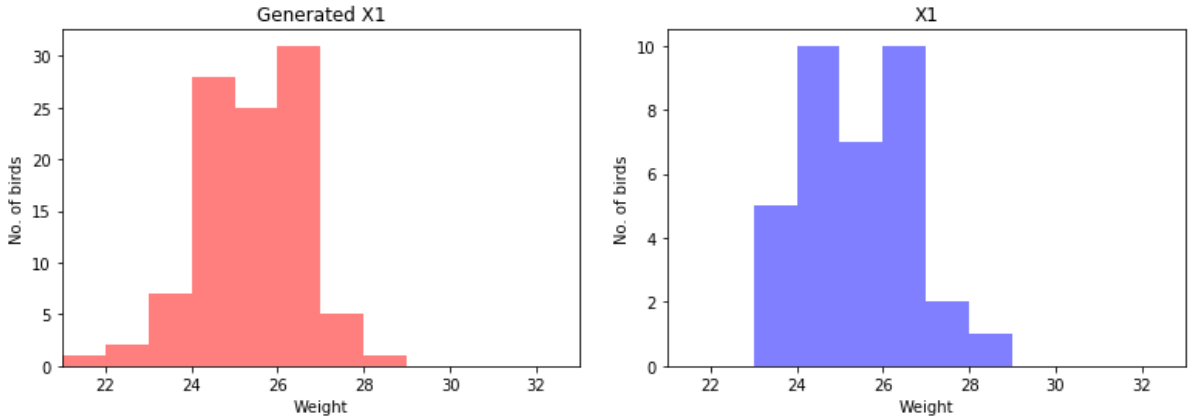
```
from scipy import stats
x1 = np.linspace(min(weightsSurvived),max(weightsSurvived),100)
exponencialX1 = stats.expon.pdf(x1,scale=1,loc=min(weightsSurvived))
normalDistributionX1 = stats.norm.pdf(x1,loc=EX1)
```

Určení, které rozdělení odpovídá nejlepé grafu vrabců, kteří zimu nepřežili je obtížnější, jelikož to není visuálně patrné. První způsob, který jsem použil na zjištění nejbližšího rozdělení bylo spočítat součet rozdílu mezi výškami sloupců histogramů a hodnotami funkcí pro x rovno středu daného sloupce. V tomto způsobu vyšlo normální rozdělení jako rozdělení které histogramu více odpovídá (0.73 normalání a 0.94 exponenciální). Dále mi co se zjištění podobnosti přišlo přirozené penalizovat extrémní rozdíli mezi mezi výškami sloupců histogramů a hodnotami funkcí. Umocnění rozdílu zapříčiní požadovanou penalizaci. V tomto případě vyšla výsledná suma normálního rozdělení 0.13 oproti 0.20 u exponenciálního rozdělení, tudíž si myslíme, že normální rozdelení je nejvíce podobné histogramu zemřelých vrabců. Statistická významnost tohoto tvrzení se stejně jako u vrabců kteří přežili odvíjí od počtu náhodných veličin, kterých je 24 (nepřežili) a 35 (přežili).

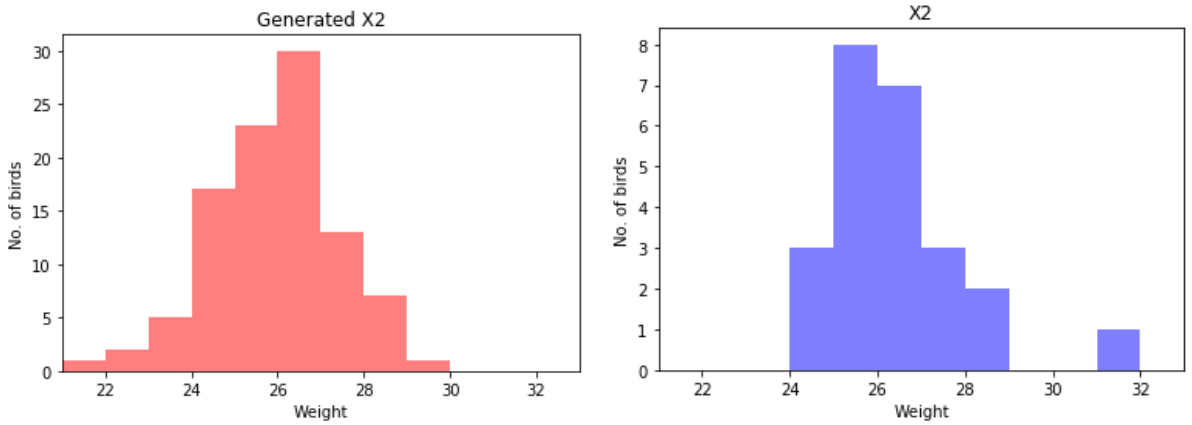


Úkol 4 - Generování náhodného výběru

Na následujících grafech je zobrazeno 100 vygenerovaných hodnot spolu s načtenými daty z datasetu. Histogram přeživších vrabců připomíná normálního rozdělení s parametry $\lambda = \mathrm{EX} = 25.793$ a $\sigma^2 = \mathrm{varX} = 1.918$, hodnoty byli tedy generovány s těmito parametry.
První graf vygenerovaných dat poměrně silně připomíná získaná data, věříme tedy že toto rozdělení bylo zvoleno správně.



Histogram vrabců jež nepřežili se také podobá normálnímu rozdelení, a to s parametry $\lambda = \mathrm{EX} = 26.275$ a $\sigma^2 = \mathrm{varX} = 2.078$. Data byla generována jako normální normální rozdělení s těmito parametry.
Data vygenerovaná pro mrtvé opeřence už na tom jsou hůře. Generovaná data jsou oproti naměřeným datům poněkud rozlezlé, zde by se hodilo mít větší dataset aby se dala lépe odhadnout distribuční funkce, popřípadě parametry rozdělení.



Úkol 5 - Konfidenční interval

Jelikož neznáme rozptyl našich rozdělení (pouze je dokážeme odhadnout) použijeme pro výpočet konfidenčních intervalů namísto rozptylu σ výběrový rozptyl s_n. Dále $\bar{X}_n$ je výběrový průměr veličiny, $t_{\alpha/2,n-1}$ je kritická hodnota Studentova t-rozdělení, n je počet prvků v rozdělení. Veličina X1 jsou vrabci jež přežili, X2 vrabci co nepřežili.
Spolehlivost má být 95%, tedy $\alpha = 0.05$.
Oboustranný 95% konfidenční interval pro X1 spočteme jako:

$$(S_{X1}, U_{X1}) = (\overline{X1}_{n_1} - t_{\alpha/2,n_1-1}.\frac{s_{n_1}}{\sqrt{n_1}}, \overline{X1}_{n_1} + t_{\alpha/2,n_1-1}.\frac{s_{n_1}}{\sqrt{n_1}})$$
$$= (25,46 - 2,03.\frac{1,59}{5,9}, 25,46 + 2,03.\frac{1,59}{5,9}) = \textbf{(25.031, 25.895)} \quad (1)$$

Oboustranný 95% konfidenční interval pro X2:

$$(S_{X2}, U_{X2}) = (\overline{X2}_{n_2} - t_{\alpha/2,n_2-1}.\frac{s_{n_2}}{\sqrt{n_2}}, \overline{X2}_{n_2} + t_{\alpha/2,n_2-1}.\frac{s_{n_2}}{\sqrt{n_2}})$$
$$= (26,275 - 2,06.\frac{2,17}{4,9}, 26,275 + 2,06.\frac{2,17}{4,9}) = \textbf{(25.656, 26.894)} \quad (2)$$

Úkol 6 - Testování hypotézy

Testujeme hypotézu, zda je střední hodnota rovna hodnotě K (parametr úlohy).

$H_0 : \mu = K$
$H_A : \mu \neq K$
$K = 8$
$\alpha = 0.05$

Vrabci co prežili
Jelikož $K \notin (25.031, 25.895)$ přijímáme alternatívní hypotézu H_A, která říká, že střední hodnota vah vrabců kteří přežili se nerovná K.

Vrabci co neprežili
Jelikož $K \notin (25.656, 26.894)$ přijímáme alternatívní hypotézu H_A, která říká, že střední hodnota vah vrabců kteří nepřežili se nerovná K.

Úkol 7 - Testování středních hodnot

Testujeme hypotézu, zda se rovnají střední hodnoty vah vrabců jež přežili a zahynuli. Alternativa k této hypotéze bude, že střední hodnota se u přeživších a mrtvých vrabců liší.
$H_0 : \mu_p = \mu_z$
$H_A : \mu_p \neq \mu_z$
$\alpha = 0,05$
Pro srovnání použijeme dvouvýběrový t-test s předpokladem, že rozptyl obou veličin je stejný. p-hodnota nám vyšla $0.027 < 0.05$. Hypotézu H_0 lze tedy zamítnout ve prospěch alternaticní hypotézy H_A, že **vrabci mají rozdílnou střední hodnotu vah v závislosti na tom zda přežili či nikoliv.**
Abychom si byli jisti že jsme zvolili správnou variantu t-testu, otestujeme ještě rozptyl veličin pomocí Bartlettova testu. p-hodnota $= 0.41 > 0.05$, takže shodu rozptylů výšek na hladině významnosti 5% nezamítáme, a potvrzuje naši volbu.

Pro zjištění p-hodnot použitím dvouvýběrového t-testu a Bartlettova testu byl použit následující kód:

```
from scipy import stats
p_value1 = stats.ttest_ind(weightsSurvived, weightsDied, equal_var=True)
p_value2 = stats.bartlett(weightsSurvived, weightsDied)
```