Inducción

Induction

Jaime Andrés Mejía Osorio
Ingeniería de sistemas y computación, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
jaime.mejia@utp.edu.co

***Resumen*— En matemáticas, la inducción es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable n que toma una infinidad de valores enteros.**

***Palabras clave*— Inducción, matemáticas, variable**

***Abstract*— In mathematics, the introduction is a reasoning that allows to demonstrate propositions that depend on a variable n that takes an infinity of integer values.**
***Key Word* — Induction, mathematics, variable**

I. INTRODUCCIÓN

En el área de la lógica, el razonamiento inductivo es un método que busca obtener conclusiones absolutas partiendo de hipótesis o suposiciones que abarcan datos específicos.

II. CONTENIDO

Demostrar en inducción que la serie:
3 + 7 + 11 + … + (4n - 1) = n(2n + 1) , es verdadera; de manera que probaremos…

n	(4n - 1)	n(2n + 1)	Suma
1	3	3	3
2	7	10	10
3	11	21	21
4	15	36	36
5	19	55	55
6	23	78	78
7	27	105	105
8	31	136	136
9	35	171	171
10	39	210	210
11	43	253	253
12	47	300	300

Demostraciones por inducción

1. Como primer paso probamos n=1, entonces:
(4n - 1) = n(2n+1)
4 * 1 – 1 = 1(2 * 1 + 1)
3 = 3

Fecha de Recepción:
Fecha de Aceptación:

2. Hipótesis inductiva. Es verdad para n = k
$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) = k(2k + 1)$

3. Probar que se cumpla para n = k + 1, teniendo en cuenta que probamos en la hipótesis inductiva que

$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) = \mathbf{k(2k + 1)}$

De este modo podemos ver que:

$$3 + 7 + 11 + \ldots + (4k - 1) + (4(k + 1)- 1) = (k + 1) (2(k+1) + 1)$$
$$k(2k + 1) + (4(k + 1)- 1) = (k + 1) (2(k+1) + 1)$$
$$2k^2 + k + 4k + 4 - 1 = (k + 1) (2k + 2 + 1)$$
$$2k^2 + 5k + 3 = (k + 1) (2k + 3)$$
$$2k^2 + 5k + 3 = 2k^2 + 3k + 2k + 3$$
$$2k^2 + 5k + 3 = 2k^2 + 5k + 3$$

De tal manera que se cumple para n = k + 1, siendo de esta manera correcta algebraicamente.

Problema 2

Demostrar en inducción que la serie:
$3 + 5 + 7 + \ldots + (2n + 1) = n(n + 2)$, es verdadera; de manera que probaremos…

n	(2n + 1)	n(n + 2)	Suma
1	3	3	3
2	5	8	8
3	7	15	15
4	9	24	24
5	11	35	35

Demostraciones por inducción

1. Como primer paso probamos n=1, entonces:
$(2n + 1) = n(n + 2)$
$2 * 1 + 1 = 1(1 + 2)$
$3 = 3$

2. Hipótesis inductiva. Es verdad para n = k
$3 + 7 + 11 + \ldots + (2k + 1) = k(k + 2)$

3. Probar que se cumpla para n = k + 1, teniendo en cuenta que probamos en la hipótesis inductiva que

$3 + 7 + 11 + \ldots + (2k + 1) = \mathbf{k(k + 2)}$

De este modo podemos ver que:

$$3 + 7 + 11 + \ldots + (2k + 1) + (2(k + 1)+ 1) = (k + 1) (2(k + 1) + 1)$$
$$k(k + 2) + (2(k + 1)+ 1) = (k + 1) (k + 3)$$
$$k^2 + 2k + 2k + 2 + 1 = k^2 + 3k + k + 3$$
$$k^2 + 4k + 3 = k^2 + 4k + 3$$

De tal manera que se cumple para n = k + 1, siendo de esta manera correcta algebraicamente.

III. CONCLUSIONES

La inducción es el proceso de razonar por el cual se extraen conclusiones a partir de análisis de casos particulares. Estas tienen un método algebraico para demostrar que son verdaderas y en estos dos casos que probamos, efectivamente son verdaderas algebraicamente.

RECOMENDACIONES

La demostración de dichas propiedades requiere de métodos ingeniosos que permitan validarlas, no sólo para un número finito de casos particulares, sino para una infinidad de ellos. Básicamente estos métodos de probación donde una determinada propiedad se cumple para todo número natural requerirán un ingenio y una lógica considerable para poder llevarlos a cabo.

REFERENCIAS

https://es.wikipedia.org/wiki/Inducci%C3%B3n_matem%C3%A1tica