

Inducción

Induction

Jaime Andrés Mejía Osorio

Ingeniería de sistemas y computación, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
jaime.mejia@utp.edu.co

Resumen— En matemáticas, la inducción es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable n que toma una infinidad de valores enteros.

Palabras clave— Inducción, matemáticas, variable

Abstract— In mathematics, the introduction is a reasoning that allows to demonstrate propositions that depend on a variable n that takes an infinity of integer values.

Key Word — Induction, mathematics, variable

I. INTRODUCCIÓN

En el área de la lógica, el razonamiento inductivo es un método que busca obtener conclusiones absolutas partiendo de hipótesis o suposiciones que abarcan datos específicos.

II. CONTENIDO

Su historia data en el Parmenides, de Platón del 370 a.C, quizá se puede identificar un temprano ejemplo de una explicación implícita de prueba inductiva. La más antigua huella de la inducción matemática se puede encontrar en la demostración de Euclides en el s. III a. C. sobre la infinitud de los números primos y en la de Bhaskara I usando su «método cíclico»

Demostraciones por inducción

Llamemos P_n a la proposición, donde n es el rango.

- Base: Se demuestra que P_1 es cierta, esto es el primer valor que cumple la proposición (iniciación de la inducción)
- Paso inductivo: Se demuestra que, si P_n es cierta, esto es, como hipótesis inductiva, entonces P_{n+1} lo es también, y esto sin condición sobre el entero natural n (relación de inducción. Indicado como $n \Rightarrow n + 1$).

Luego, demostrado esto, concluimos por inducción, que P_n es cierto para todo natural n .

La inducción puede empezar por otro término que no sea P_1 digamos por P_{n_0} . Entonces P_n será válido a partir del número n_0 es decir, para todo natural $n \geq n_0$.

Ejemplo

Se probará que la siguiente declaración $P(n)$, que se supone válida para todos los números naturales n .

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$P(n)$ da una fórmula para la suma de los números naturales menores o igual a n . La prueba de que $P(n)$ es verdadera para todos los números naturales procede como sigue.

Base: Se muestra que es válida para $n = 1$.
con $P(1)$ se tiene:

$$1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$$

En el lado izquierdo de la ecuación, el único término es 1, entonces su valor es 1.

mientras que el término derecho, $1 \cdot (1 + 1)/2 = 1$.

Ambos lados son iguales, $n = 1$. Entonces $P(1)$ es verdadera.

III. CONCLUSIONES

La inducción es el proceso de razonar por el cual se extraen conclusiones a partir de análisis de casos particulares.

RECOMENDACIONES

La demostración de dichas propiedades requiere de métodos ingeniosos que permitan validarlas, no sólo para un número finito de casos particulares, sino para una infinidad de ellos. Básicamente estos métodos de probación donde una determinada propiedad se cumple para todo número natural requerirá un ingenio y una lógica considerable para poder llevarlos a cabo.

REFERENCIAS

- [1]. J. F. Fuller, E. F. Fuchs, and K. J. Roesler, "Influence of harmonics on power distribution system protection," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 3, pp. 549-557, Apr. 1988.