

p -Beauty Contest:

Una Revisión

Islas Farias Jaime Osvaldo

Introducción

“... inversionistas profesionales pueden ser comparados con esas competencias en periódicos en donde los competidores tienen que elegir a las seis caras más bonitas de entre cien fotografías, y el premio se lo lleva el competidor cuya elección corresponde más cercanamente a las preferencias promedio de todos los competidores; de modo que cada competidor tiene que elegir, no las caras que él mismo encuentra más bonitas, sino las que piensa que es más probable que le gusten a los otros competidores, todos los cuales miran el problema desde el mismo punto de vista. No es un caso de elegir aquellas que, según nuestro mejor juicio, son realmente las más bonitas, ni siquiera aquellas que la opinión promedio realmente piensa que son las más bonitas. Hemos alcanzado el tercer grado donde dedicamos nuestras inteligencias a anticipar cual espera la opinión promedio que sea la opinión promedio. Y hay algunos, creo, que practican el cuarto, quinto, o más altos grados.”

Esta analogía presentada por Keynes (1936), describe un juego que no puede resolverse por equilibrio de Nash, donde los jugadores deben usar una profundidad de razonamiento (de niveles finitos) sobre las creencias que los otros jugadores tienen sobre las creencias de los otros jugadores. Keynes presentó este ejemplo argumentando que conductas similares ocurrían en el mercado de valores.

Para estudiar la idea de que las personas utilizan diferentes niveles de razonamiento para incorporar la conducta de otros jugadores en sus procesos mentales, Nagel (1995) estudió un juego que, en referencia a la analogía de Keynes, ha sido llamado ‘ p -Beauty Contest’ dentro de la literatura.

Nagel (1995) planteó el juego de la siguiente manera: Un número de jugadores tienen que elegir de forma simultánea un número entre 0 y 100. Ganará una cantidad determinada el jugador cuyo número elegido sea más cercano a la media de todos los números elegidos, multiplicado por un parámetro p , siendo p un número positivo predeterminado y de conocimiento común. En caso de empate, el premio se divide equitativamente entre los ganadores. Los demás jugadores no ganan nada. El juego se repite por cuatro periodos con los mismos jugadores, a los que se les presentan los números elegidos, la media, la media multiplicada por p , y los números ganadores al final de cada periodo. Cuando $p = 1$, todos los números del intervalo son un punto de equilibrio posible. Cuando $p < 1$, el único equilibrio de Nash tiende a 0 (por eliminación iterada infinita de estrategias dominadas).

Pese a la prescripción que hace el equilibrio de Nash, muy pocos jugadores eligen 0 la primera vez que participan en el juego. Sin embargo, en juegos repetidos, se observa como los números elegidos se acercan progresivamente al equilibrio. Debido a estos resultados, el p -Beauty contest se ha convertido también en un procedimiento para estudiar aprendizaje.

Para explicar la conducta de los sujetos en el juego, existen dos principales grupos de modelos; los de nivel- k , y los de jerarquía cognitiva (Crawford et al., 2013).

Modelos de Nivel- k y de Jerarquía Cognitiva

Nagel (1995), en su primer artículo estudiando el p -Beauty contest, así como Stahl y Wilson (1994, 1995), propusieron los primeros modelos de nivel- k . Estos modelos asumen niveles de razonamiento progresivamente más sofisticados, que generan una mejor respuesta al nivel anterior. El nivel 0 implica la forma de juego más ingenua; un jugador de nivel 0 no considera lo que puedan hacer sus oponentes y elige cualquier estrategia con la misma probabilidad. El nivel 1 implica una mejor respuesta al nivel 0; un jugador en este nivel toma en consideración que las elecciones de los otros jugadores influyen en el resultado. En el nivel 2, no sólo se considera que las elecciones de los otros jugadores influyen en el resultado, también se asume que los demás jugadores saben que sus elecciones influyen en el resultado, y se elige la

mejor respuesta en consecuencia. Se asume que existen k niveles de razonamiento, los cuales generan la mejor respuesta contra jugadores de nivel $k-1$.

En el juego de p -Beauty contest, un jugador de nivel 0 elige cualquier número entre 0 y 100 con equiprobabilidad. Un jugador de nivel 1 elige números cercanos a $50p$, es decir, la mejor estimación de la media si se asume que los oponentes eligen números aleatorios (50) multiplicada por el parámetro p . Un jugador de nivel 2 elige números cercanos a $50p^2$, esto es, considera que la media estará cercana a $50p$ dado que los oponentes son nivel 1, y multiplica este valor por p . Se puede determinar el nivel k de un jugador viendo que tanto se acerca a $50p^k$. En su trabajo seminal, Nagel (1995) encontró que la mayoría de los jugadores se encontraban entre los niveles 1 y 2, con algunos más en el nivel 3, y una cantidad insignificante en el 0.

Propuesto por Camerer, Ho, y Chong (2004), el modelo de jerarquía cognitiva es similar, pero más sofisticado, que el modelo de nivel- k . Asume que un jugador de nivel k no sólo da la mejor respuesta contra jugadores $k-1$, sino a una combinación de todos los tipos de jugador desde el nivel 0 hasta $k-1$, en base a una distribución poisson que se actualiza de forma bayesiana, y asumiendo que el jugador considera el nivel de los oponentes menor al suyo. Esto implica que el modelo predice un aprendizaje sobre los niveles k de los oponentes.

Ambos modelos implican que las creencias sobre el nivel de sofisticación de los oponentes influyen en la estrategia de los jugadores. A continuación, se presentarán sólo algunos hallazgos importantes derivados del estudio del p -Beauty contest, primero los de índole general o metodológica, y luego los relacionados a las creencias de los jugadores sobre la sofisticación de sus oponentes.

Algunos hallazgos generales y de método.

En su estudio, Nagel (1995) encontró que el punto de referencia del que partían los jugadores era 50 (mejor respuesta ante jugadores nivel 0), y no 100, y que las iteraciones eran finitas (limitadas a dos o tres iteraciones), y no infinitas, como asume el principio de dominancia iterada.

Posteriormente, Duffy y Nagel (1997) probaron tres condiciones de p -Beauty contest manteniendo el parámetro p constante y variando la operación requerida para calcular el número objetivo: usaron la media, la mediana y el máximo. El objetivo era ver cómo influía en la convergencia de los jugadores una medida muy sensible a los valores extremos (máximo) y otra muy poco sensible (mediana). Encontraron que los jugadores convergen al equilibrio más rápido en la condición con la mediana que con la media, y con la media que con el máximo.

Ho, Camerer y Weigelt (1998) estudiaron juegos repetidos de p -Beauty contest controlando el tamaño de los grupos de jugadores, diferentes valores de p , y el efecto del aprendizaje en diferentes condiciones. Encontraron que las elecciones en el primer periodo están ampliamente distribuidas y alejadas del equilibrio, pero convergen a este en periodos posteriores. Mientras más se aleja el valor de p de 1, más rápido se converge al equilibrio. Grupos pequeños comienzan más cercanos al equilibrio pero tardan más en converger, mientras grupos grandes comienzan más lejos pero convergen más rápido. La convergencia también es más rápida si los jugadores ya han jugado un juego similar previamente (efecto del aprendizaje). Los niveles de iteración de los jugadores se encuentran distribuidos entre los niveles 0-3.

Weber (2003) encontró que los jugadores convergen al equilibrio incluso si no reciben retroalimentación sobre los números elegidos por los oponentes, la media, o el número objetivo, aunque a un ritmo mucho más lento que en condiciones con retroalimentación.

Creencias sobre la sofisticación de los oponentes

Slonim (2005) estudió el desempeño de jugadores experimentados y no experimentados en p -Beauty contest donde todos los jugadores conocían el nivel de experiencia de sus oponentes. Encontró que los jugadores no experimentados jugaban de forma similar contra oponentes experimentados y no experimentados, es decir, no consideraron el nivel de experiencia de sus oponentes (o no conocían las implicaciones de que sus oponentes tuvieran más experiencia). Respecto a los jugadores experimentados, Slonim reportó diferencias dependiendo del tipo de oponente al que se enfrentaban; los jugadores experimentados elegían números más

grandes cuando jugaban contra jugadores no experimentados que contra experimentados, y ganaban significativamente más juegos.

Kocher et al. (2007) estudiaron el efecto de ‘aprendizaje social’ en *p-Beauty* contest. Para ello, pusieron a jugar a jugadores sin información sobre el juego contra jugadores con acceso a la historia de números objetivos de juegos previos en una condición, y contra jugadores con acceso a consejos proporcionados por participantes de juegos previos en otra condición. Similar a lo que encontró Slonim (2005), los jugadores sin información no variaron su forma de jugar contra jugadores con información o sin ella; no consideraron el efecto que la información podía tener en el desempeño de sus oponentes. Los jugadores con información de historia previa mostraban una ventaja sobre sus oponentes sin información en los primeros periodos, pero al enfocarse sólo en su información y no prestar atención a la dinámica del juego, perdían su ventaja en los últimos periodos al no considerar que sus oponentes estaban aprendiendo. Los jugadores con acceso a información en forma de consejos de otros jugadores, mantuvieron la ventaja durante todo el juego, prediciendo incluso el aprendizaje de sus oponentes, lo que el autor atribuyó a la necesidad de integrar la información de los diferentes consejos para formarse una opinión.

Agranov et al. (2012) realizaron un estudio de las jugadas en el primer periodo de participantes en *p-Beauty* contest manipulando sus creencias sobre sus oponentes. En una condición se le dijo a los participantes, que eran estudiantes de primer año de economía, que iban a participar en un juego con siete graduados de economía que habían estado repitiendo el juego varias veces antes. En otra condición se les dijo que jugarían contra siete computadoras que generaban números al azar. Los autores encontraron, como esperaban, que el nivel de iteración de los participantes era mayor en la condición en la que jugaban contra graduados de economía que en una condición control, y esta era a su vez mayor que en la condición contra las computadoras. Otro hallazgo interesante fue que en el caso de las computadoras (jugadores de nivel 0), la mejor respuesta era jugar con un nivel 1, pero sólo la mitad de los jugadores lo hizo de este modo.

Conclusiones

El juego *p-Beauty* contest se ha convertido en una herramienta ideal para estudiar la profundidad del razonamiento de las personas en situaciones de interacción con otros. Permite determinar no únicamente el nivel de sofisticación de las personas, sino también la forma en la que aprenden (y lo que aprenden) en estas situaciones, y la forma en que las creencias sobre los oponentes influyen en el razonamiento.

Algunos de los hallazgos generales y metodológicos listados permiten un mayor control de las situaciones experimentales y formulación de predicciones (e. g., uso de la mediana para evitar el efecto de valores extremos, la importancia del tamaño del grupo de jugadores, la cantidad de retroalimentación presentada).

Los hallazgos en materia de las creencias sobre la sofisticación de los oponentes ofrecen información sobre el contraste entre jugadores con información o experiencia y los jugadores ingenuos, y como los primeros son más exitosos al tomar en consideración el nivel de conocimiento o experiencia de los oponentes, adaptando su nivel de razonamiento para estar (no más de) un paso adelante de sus oponentes, demostrando la validez de los modelos de nivel k y jerarquía cognitiva, además de servir de guía y contraste para futuras investigaciones.

Referencias

- Agranov, M., Potamites, E., Schotter, A., & Tergiman, C. (2012). Beliefs and endogenous cognitive levels: An experimental study. *Games and Economic Behavior*, 75(2), 449-463.
- Camerer, C. F., Ho, T. H., & Chong, J. K. (2004). A cognitive hierarchy model of games. *The Quarterly Journal of Economics*, 861-898.
- Crawford, V. P., Costa-Gomes, M. A., & Iriberri, N. (2013). Structural models of nonequilibrium strategic thinking: Theory, evidence, and applications. *Journal of Economic Literature*, 51(1), 5-62.

- Duffy, J., & Nagel, R. (1997). On the robustness of behaviour in experimental 'beauty contest' games*. *The Economic Journal*, 107(445), 1684-1700.
- Ho, T. H., Camerer, C., & Weigelt, K. (1998). Iterated dominance and iterated best response in experimental "p-beauty contests". *American Economic Review*, 947-969.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest, and Money*. New York.
- Kocher, M., Sutter, M., & Wakolbinger, F. (2007). The impact of naive advice and observational learning in beauty-contest games. *Available at SSRN 960426*.
- Nagel, R. (1995). Unraveling in guessing games: An experimental study. *The American Economic Review*, 1313-1326.
- Slonim, R. L. (2005). Competing against experienced and inexperienced players. *Experimental Economics*, 8(1), 55-75.
- Stahl, D. O., & Wilson, P. W. (1994). Experimental evidence on players' models of other players. *Journal of economic behavior & organization*, 25(3), 309-327.
- Stahl, D. O., & Wilson, P. W. (1995). On players' models of other players: Theory and experimental evidence. *Games and Economic Behavior*, 10(1), 218-254.
- Weber, R. A. (2003). 'Learning' with no feedback in a competitive guessing game. *Games and Economic Behavior*, 44(1), 134-144.