

Fundamentos de Electricidad y Magnetismo

Informe Práctica # 2

Líneas equipotenciales.

Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional de Colombia

1st Kevin Steven Arévalo López
kearevalol@unal.edu.co

2st Tomás Camilo Herrera Salazar
therrerass@unal.edu.co

3rd Deyvi Calderon Romero
decalderonr@unal.edu.co

Resumen—Este informe de laboratorio presenta el análisis detallado de las líneas equipotenciales y el campo eléctrico asociado a diferentes configuraciones experimentales, con el objetivo de comprender las relaciones fundamentales entre potencial eléctrico, campo eléctrico y la geometría de los conductores utilizados. El potencial eléctrico, una magnitud escalar, se utiliza para caracterizar la energía potencial electrostática de una carga en un punto, y las líneas equipotenciales representan aquellos puntos con el mismo potencial, siendo siempre perpendiculares al campo eléctrico, el cual apunta hacia regiones de menor potencial.

El experimento se realizó utilizando una fuente de corriente directa ajustada a 15 V y tres configuraciones distintas: (1) dos placas paralelas con cargas opuestas, (2) una placa cargada negativamente frente a un anillo con carga positiva, y (3) dos anillos con cargas opuestas. En cada montaje, se emplearon un voltímetro y papel milimétrico para mapear las líneas equipotenciales. Estas configuraciones simulan diferentes distribuciones de carga, desde un sistema uniforme hasta una geometría más compleja como la de un dipolo.

Los resultados más relevantes mostraron que, en el caso de las placas paralelas, las líneas equipotenciales eran aproximadamente rectas y paralelas, confirmando un campo eléctrico uniforme entre ellas. Para el montaje de la placa y el anillo, se observó una curvatura significativa en las líneas equipotenciales, indicando una variación más compleja del campo eléctrico. Finalmente, en el sistema de los dos anillos, las líneas equipotenciales exhibieron un patrón característico de un dipolo eléctrico, corroborando la teoría: las líneas se concentran cerca de las cargas y se distribuyen radialmente hacia el exterior.

Estos resultados destacan cómo la geometría y la distribución de las cargas influyen directamente en el patrón de las líneas equipotenciales y el campo eléctrico, validando los principios teóricos. La experimentación permitió no solo visualizar estos conceptos sino también establecer relaciones cuantitativas entre las variables medidas, confirmando la importancia del potencial eléctrico como herramienta para describir sistemas eléctricos.

Index Terms—Carga, Campo, Polos, Potencial, Voltaje.

I. INTRODUCCIÓN

El potencial eléctrico en un punto del espacio es una magnitud escalar que describe la energía potencial electrostática que adquiriría una carga de prueba al situarse en dicho punto. Este concepto resulta fundamental para comprender el comportamiento de los campos eléctricos, ya que simplifica el análisis al tratarse de una magnitud escalar en lugar de vectorial.

En este experimento, se estudió la relación entre el potencial eléctrico y la posición dentro de un campo generado por diferentes configuraciones de carga. Se registraron mediciones de voltaje a lo largo de distintas posiciones, y se analizaron tanto las superficies equipotenciales como las líneas de campo eléctrico. Las superficies equipotenciales, donde el potencial es constante, se caracterizan por ser perpendiculares a las líneas de campo y permiten identificar regiones de igual energía potencial.

Se utilizaron las ecuaciones fundamentales del potencial eléctrico y la energía potencial:

$$V = \frac{U}{q}, \quad U = Vq, \quad (1)$$

donde V es el potencial eléctrico, U la energía potencial electrostática y q la carga de prueba.

Adicionalmente, se exploraron configuraciones como dipolos eléctricos y se verificó experimentalmente que las superficies de conductores cargados en equilibrio son equipotenciales. También se analizó el comportamiento de las líneas de campo, confirmando que estas se orientan en la dirección decreciente del potencial eléctrico. Los datos obtenidos fueron modelados utilizando funciones lineales y polinómicas, y se identificaron patrones oscilatorios en ciertos casos. Estos resultados permiten validar las predicciones teóricas sobre la distribución del potencial y el campo eléctrico en distintas geometrías.

II. CIRCUITO

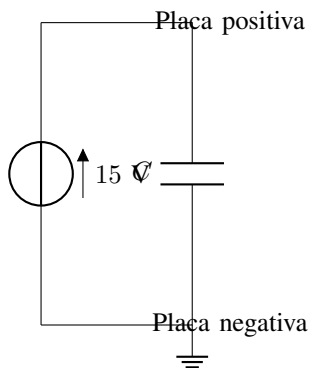


Figura 1. Circuito con una fuente de 15 V y dos placas cargadas.

COMPONENTES EN UN CIRCUITO

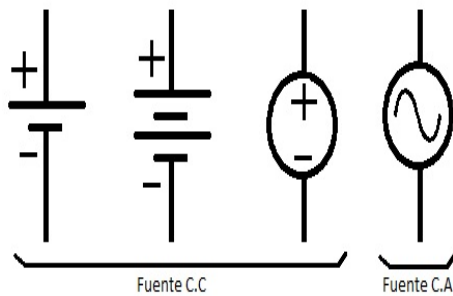


Figura 2. Gráficos de fuentes de fuentes de tensión independientes.

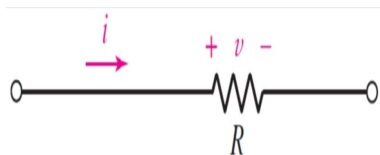


Figura 3. Gráfico Resistencia Lineal en un circuito.



Figura 4. Gráfico de la tierra en un circuito.

Cable conductor

Figura 5. Gráfico de un conductor.

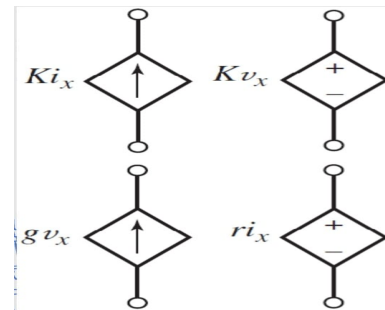


Figura 6. Gráficos de fuentes de corriente (izquierda) y fuentes de tensión (derecha) en ambos casos controladas.

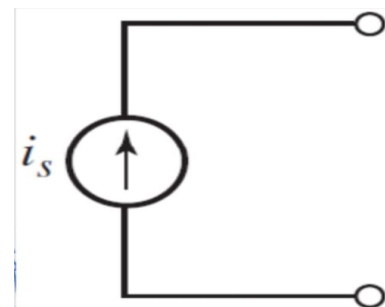


Figura 7. Gráfico de una fuente de corriente independiente.

Posición (m)	Voltaje (V)
0.00	0.00
0.01	2.01
0.02	2.44
0.03	2.66
0.04	3.05
0.05	3.32
0.06	3.68
0.07	3.94
0.08	4.27
0.09	4.57
0.10	4.88
0.11	5.21
0.12	5.54
0.13	5.85
0.14	6.14
0.15	6.42
0.16	6.69
0.17	6.95
0.18	7.20
0.19	7.44
0.20	7.67
0.21	7.89
0.22	8.11
0.23	8.32
0.24	8.52
0.25	8.71
0.26	8.90
0.27	9.08
0.28	9.25
0.29	9.42
0.30	9.59

Cuadro I

RELACIÓN ENTRE POSICIÓN Y VOLTAJE. LOS DATOS MUESTRAN CÓMO EL VOLTAJE VARÍA SEGÚN LA POSICIÓN EN METROS ENTRE LAS DOS PLACAS.

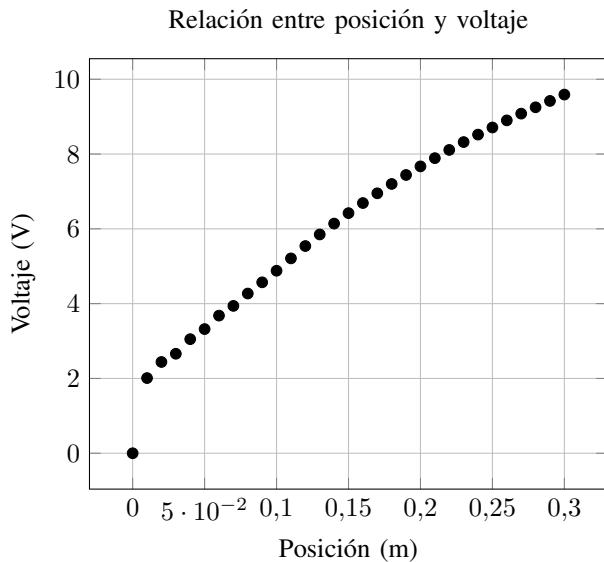


Figura 8. Gráfica de dispersión de la relación entre posición y voltaje.

III. DATOS

MONTAJE 1: PLACA Y PLACA

TABLA DE DATOS

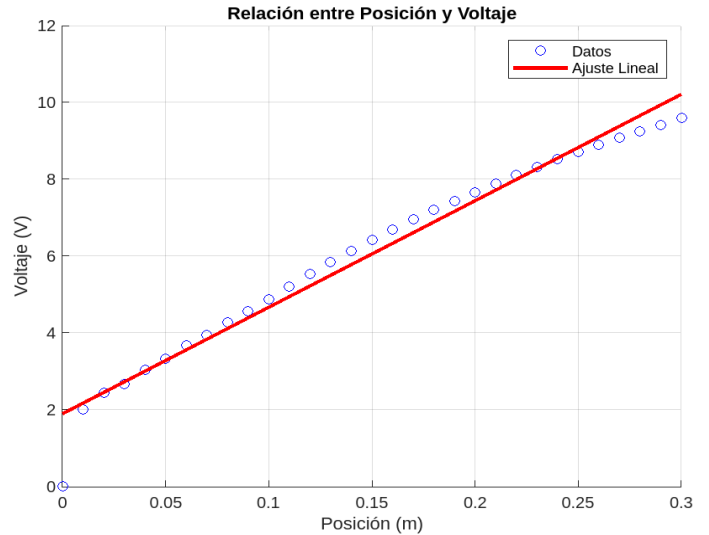


Figura 9. Gráfico función asociada a los datos entre las placas.

ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN AJUSTADA

La función ajustada en este caso es:

$$y(x) = 27,72x + 1,90, \quad (2)$$

donde:

- $y(x)$ representa el voltaje medido (en voltios) como una función de la distancia x (en metros).
- 27,72 es el coeficiente lineal, que indica la tasa de cambio del voltaje con respecto a la distancia.
- 1,90 es el término constante, que representa el valor del voltaje cuando $x = 0$ m.

Conversión de unidades

Es importante notar que los datos originales se tomaron en centímetros. Para convertirlos a metros en el modelo ajustado, se tiene la relación:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}. \quad (3)$$

Por lo tanto, las distancias originales en centímetros (x_{cm}) se transformaron a metros (x_{m}) mediante la relación:

$$x_{\text{m}} = \frac{x_{\text{cm}}}{100}. \quad (4)$$

El ajuste lineal, entonces, refleja un incremento proporcional del voltaje a medida que la distancia en metros aumenta.

Evaluación en $x = 0$

Cuando $x = 0$ m, el modelo predice un voltaje de:

$$\begin{aligned} y(0) &= 27,72 \cdot 0 + 1,90, \\ &= 1,90 \text{ V}. \end{aligned}$$

Esto indica que el voltaje en $x = 0$ metros, según el modelo, es 1,90 V. Sin embargo, el registro experimental de 2,00 V a esta posición puede explicarse por varias razones.

Por qué se registran 2 V a los cero metros

Aunque el modelo ajustado predice 1,90 V, se registraron 2,00 V. Esta discrepancia podría deberse a los siguientes factores:

- ****Errores de medición****: Es posible que el equipo de medición tenga una resolución limitada o un error sistemático, lo que introduce ligeras desviaciones en los valores registrados.
- ****Redondeo experimental****: Los datos originales podrían haberse redondeado, especialmente si se tomó una medida aproximada en centímetros y luego se ajustó a metros.
- ****Offset del sistema****: Es posible que el sensor o el sistema de medición presente un desplazamiento fijo en las lecturas, causando un voltaje inicial ligeramente mayor.
- ****Interferencia externa****: Factores externos, como ruido eléctrico o condiciones ambientales, pueden haber afectado el registro experimental.

Interpretación física del modelo

El término 27,72 V/m indica que el voltaje aumenta significativamente con la distancia, lo que sugiere una relación lineal fuerte entre ambas variables. El término constante 1,90 V refleja el voltaje base del sistema, que podría representar una característica inherente al circuito.

GRÁFICA DE LOS DATOS

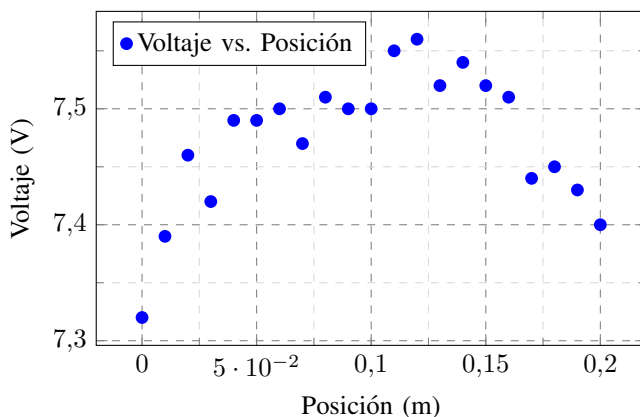


Figura 10. Gráfica de posición en metros contra voltaje.

Posición (m)	Voltaje (V)
0.00	7.32
0.01	7.39
0.02	7.46
0.03	7.42
0.04	7.49
0.05	7.49
0.06	7.50
0.07	7.47
0.08	7.51
0.09	7.50
0.10	7.50
0.11	7.55
0.12	7.56
0.13	7.52
0.14	7.54
0.15	7.52
0.16	7.51
0.17	7.44
0.18	7.45
0.19	7.43
0.20	7.40

Cuadro II

DATOS DE POSICIÓN Y VOLTAJE EN EL CENTRO DE LAS DOS PLACAS.

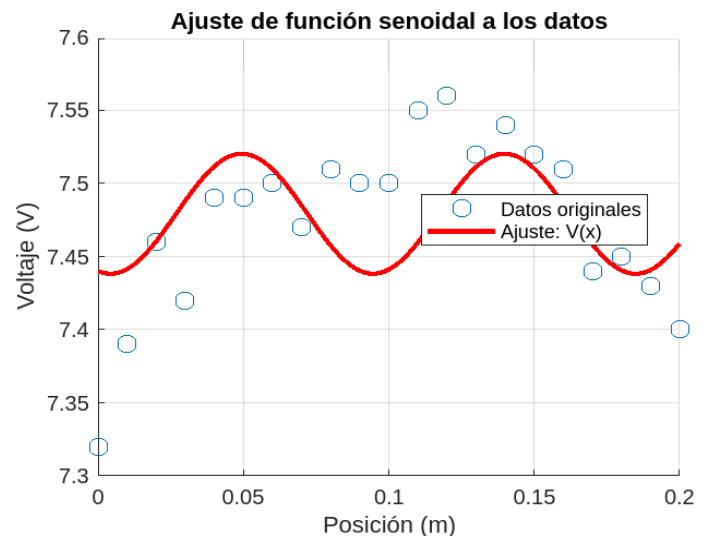


Figura 11. Gráfico función asociada a los datos.

IV. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS DATOS

El comportamiento de los datos mostrados en la gráfica sugiere una función que fluctúa ligeramente alrededor de un valor central. Una buena aproximación para describir este comportamiento es una función senoidal o una combinación de una constante con una pequeña oscilación. La función propuesta tiene la siguiente forma:

$$V(x) = V_0 + A \sin(kx + \phi), \quad (5)$$

donde:

- V_0 : Voltaje promedio (nivel alrededor del cual oscila la función).
- A : Amplitud de la oscilación (desviación máxima desde V_0).

- k : Número de onda, relacionado con la frecuencia espacial de la oscilación.
- ϕ : Fase inicial, que determina dónde comienzan las oscilaciones.

IV-A. Aproximación con los Datos

Observando los valores de la gráfica, los parámetros se pueden estimar de la siguiente manera:

- **Voltaje promedio** (V_0): Aproximadamente 7,5 V.
- **Amplitud** (A): Las oscilaciones alcanzan hasta $\pm 0,1$ V alrededor del promedio.
- **Frecuencia espacial** (k): Basándonos en los datos, parece haber un ciclo completo de oscilación cada 10 cm (0,1 m), lo que implica:

$$k = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi \text{ rad/m.}$$

- **Fase inicial** (ϕ): Este valor puede ajustarse según los primeros puntos de la gráfica.

IV-B. Función Sugerida

Con base en las estimaciones, la función que describe el comportamiento de los datos es:

$$V(x) = 7,5 + 0,1 \sin(20\pi x + \phi) \quad (6)$$

donde x está en metros y $V(x)$ en voltios.

Esta función captura las oscilaciones observadas y representa el comportamiento del voltaje en función de la posición. La fase inicial ϕ puede determinarse ajustando la función a los datos experimentales, como se describe en la sección de ajustes y resultados.

Cuadro III
MEDICIONES EN EL COSTADO EXTERIOR DE LA PLACA CON CARGA NEGATIVA.

Posición (m)	Voltaje (V)
0.01	1.24
0.02	1.42
0.03	1.54
0.04	1.62
0.05	1.70

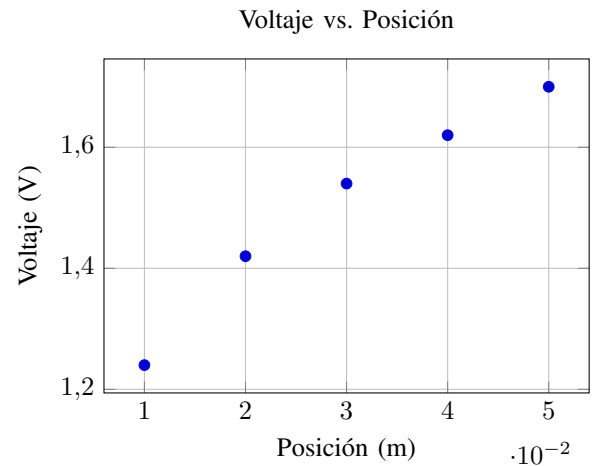


Figura 12. Gráfica de Voltaje vs. Posición.

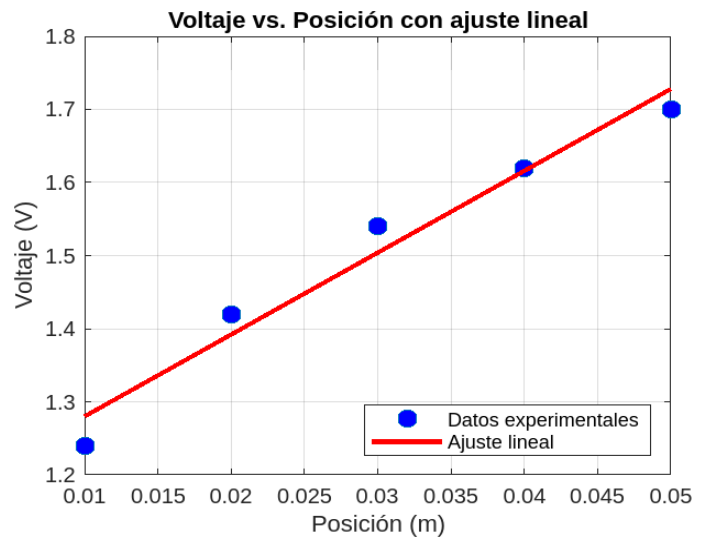


Figura 13. Gráfico función asociada a los datos.

FUNCIÓN AJUSTADA

A partir de los datos experimentales y utilizando un ajuste lineal, se determinó que la función que describe el comportamiento de los datos es:

$$V(x) = 1,17 + 11,20x \quad (7)$$

donde:

- $V(x)$ representa el voltaje medido en voltios (V).
- x es la posición medida en metros (m).
- 1,17 es el valor del voltaje cuando $x = 0$ (intersección con el eje y).
- 11,20 es la pendiente de la recta, que indica el cambio en el voltaje por unidad de posición ($\Delta V/\Delta x$).

INTERPRETACIÓN DE LA FUNCIÓN

La función describe un comportamiento lineal entre el voltaje y la posición. Esto implica que:

- Por cada incremento de 0,001 metros en la posición, el voltaje aumenta aproximadamente 0,0112 voltios.
- El voltaje inicial estimado para $x = 0$ sería 1,17 V.

AJUSTE LINEAL

La función lineal ajustada que describe el comportamiento de los datos es:

$$V(x) \approx 35,70x + 1,86 \quad (8)$$

Cuadro IV
DATOS DE LA PARTE SUPERIOR Y EXTERIOR DE LA PLACA CON CARGA NEGATIVA.

Posición (m)	Voltaje (V)
0.01	2.20
0.02	2.56
0.03	3.01
0.04	3.24

donde:

- $V(x)$ es el voltaje en volts (V),
- x es la posición en metros (m).

Explicación de la función

1. **Pendiente** ($m = 35,70$): La pendiente indica el **incremento del voltaje** por cada unidad de cambio en la posición. Es decir, por cada metro que se incrementa la posición (x), el voltaje aumenta aproximadamente 35,70 V. Este valor refleja un cambio rápido y significativo del voltaje con respecto a la posición.

2. **Intercepto** ($b = 1,86$): El intercepto representa el valor del voltaje cuando la posición es $x = 0$ m. Aunque este punto no está en los datos experimentales proporcionados, la función ajustada predice que el voltaje sería 1,86 V en esa posición.

3. **Relación con los datos experimentales**: Los puntos experimentales son:

(0,01 m, 2,20 V),
(0,02 m, 2,56 V),
(0,03 m, 3,01 V),
(0,04 m, 3,24 V).

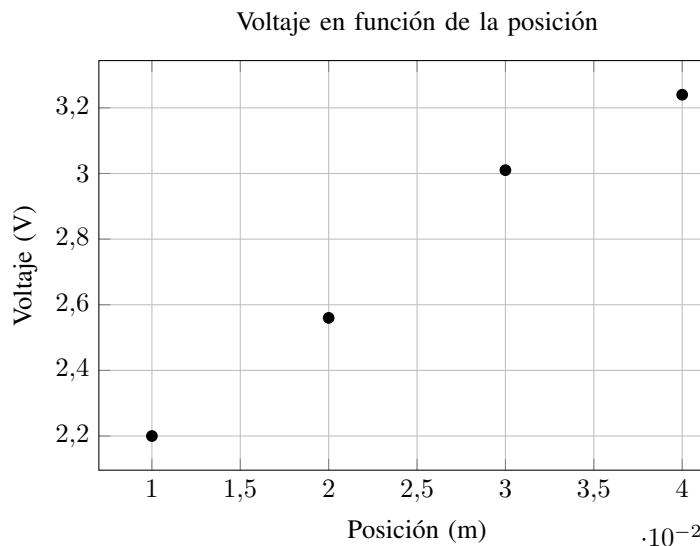


Figura 14. Gráfica de los datos de la parte superior y exterior de la placa con carga negativa.

La función ajustada produce valores muy cercanos a los observados, confirmando la precisión del modelo.

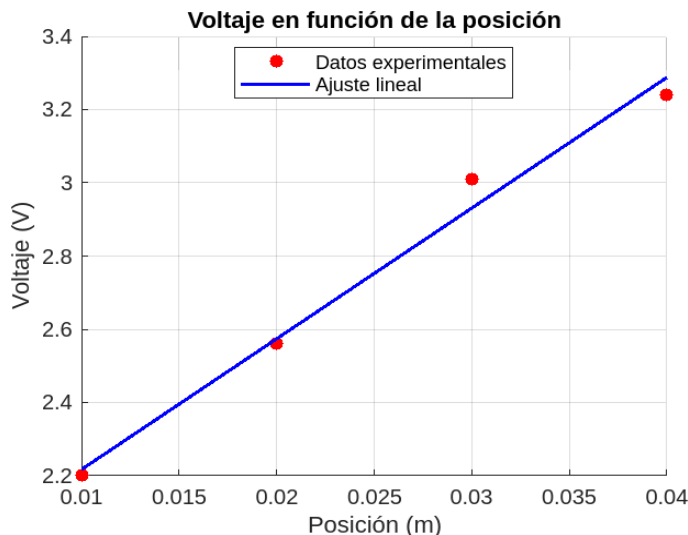


Figura 15. Gráfico función asociada a los datos.

Interpretación física

La relación lineal entre el voltaje (V) y la posición (x) puede ser interpretada como una consecuencia de un campo eléctrico uniforme en la región del experimento. En un campo eléctrico uniforme, el voltaje varía linealmente con la posición, y la pendiente $m = 35,70 \text{ V/m}$ representa el gradiente eléctrico, que también puede interpretarse como la intensidad del campo eléctrico en dicha región.

En este caso, el valor del campo eléctrico sería aproximadamente:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta x} = 35,70 \text{ V/m}.$$

Esto sugiere que la región del experimento tiene un campo eléctrico uniforme que actúa en la dirección de la posición.

Radio (m)	Voltaje (V)
0.00	15.00
0.01	14.20
0.02	13.01
0.03	12.34
0.04	11.78
0.05	11.32
0.06	10.93
0.07	10.58

Cuadro V

RELACIÓN ENTRE EL RADIO (M) Y EL VOLTAJE (V).

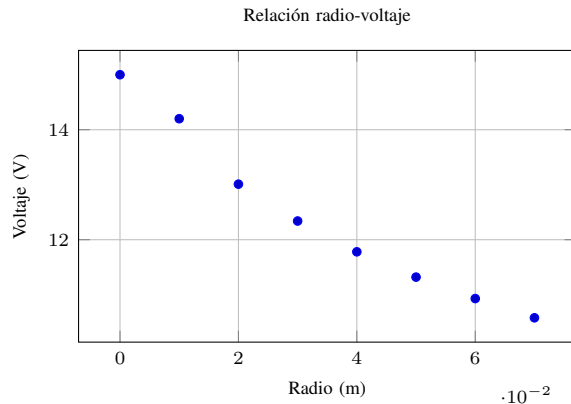


Figura 16. Gráfica de la relación radio-voltaje.

MONTAJE 2: PLACA Y ANILLO

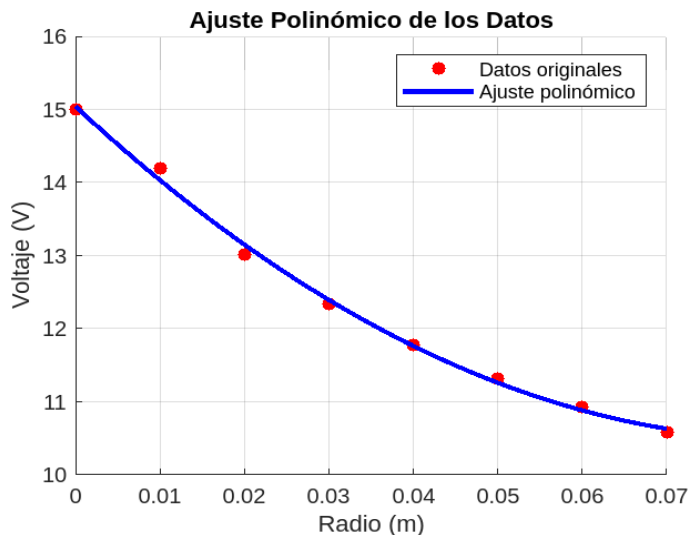


Figura 17. Gráfico función asociada a los datos.

ANÁLISIS DEL AJUSTE POLINÓMICO

La relación entre el radio (r) y el voltaje (V) se modeló utilizando un ajuste polinómico de segundo grado. El polinomio resultante es:

$$f(r) = 630,95r^2 - 107,17r + 15,04 \quad (9)$$

donde:

- r representa el radio en m.
- $f(r)$ corresponde al voltaje en V.

Este modelo se obtuvo aplicando el método de mínimos cuadrados sobre los datos experimentales proporcionados, asegurando un ajuste que minimiza la diferencia entre los valores experimentales y los valores predichos por la función.

Interpretación de los Términos

La función es un polinomio de segundo grado de la forma general:

$$f(r) = ar^2 + br + c$$

En este caso:

- $a = 630,95$: Este coeficiente indica la tasa de cambio cuadrática del voltaje en función del radio. Un valor positivo de a sugiere que, a medida que el radio aumenta, la variación cuadrática en el voltaje tiende a desacelerarse, aunque el rango de datos aquí no lo muestra completamente.
- $b = -107,17$: Este coeficiente refleja la tendencia lineal decreciente en el voltaje conforme incrementa el radio. Es el principal contribuyente a la caída del voltaje en el rango experimental.
- $c = 15,04$: Este es el término independiente y representa el voltaje inicial (cuando $r = 0$).

Análisis Físico

La función muestra que el voltaje disminuye con el incremento del radio. Esto puede interpretarse como un fenómeno donde la influencia de la variable r (radio) afecta el comportamiento del sistema físico estudiado, posiblemente relacionado con una reducción en la densidad de corriente o en la intensidad de un campo eléctrico conforme se aleja del punto central.

El término cuadrático (ar^2) tiene una contribución menor en el rango experimental considerado, pero asegura que el modelo sea más preciso al capturar pequeñas no linealidades en los datos.

Validez del Modelo

El ajuste polinómico de grado 2 presenta una alta concordancia dentro del rango experimental ($r = 0$ a $r = 0,07\text{m}$). Fuera de este intervalo, la extrapolación de la función debe realizarse con precaución, ya que las contribuciones cuadráticas podrían no reflejar el comportamiento físico real.

Variación θ (°)	V (V)	$\Delta\theta$ (°)	V (V)
0	12.43	230	8.18
10	12.42	240	8.83
20	12.31	250	9.46
30	11.76	260	10.05
40	11.20	270	10.51
50	11.64	280	10.94
60	11.25	290	11.31
70	10.90	300	11.79
80	10.52	310	11.93
90	10.10	320	12.32
100	9.60	330	12.82
110	8.98	340	12.42
120	8.39	350	12.39
130	7.72	—	—
140	7.14	—	—
150	6.60	—	—
160	6.24	—	—
170	6.07	—	—
180	5.95	—	—
190	6.01	—	—
200	6.40	—	—
210	6.92	—	—
220	7.61	—	—

Cuadro VI

DATOS DE VARIACIÓN ANGULAR (θ) Y VOLTAJE (V) CON UN RADIO FIJO.

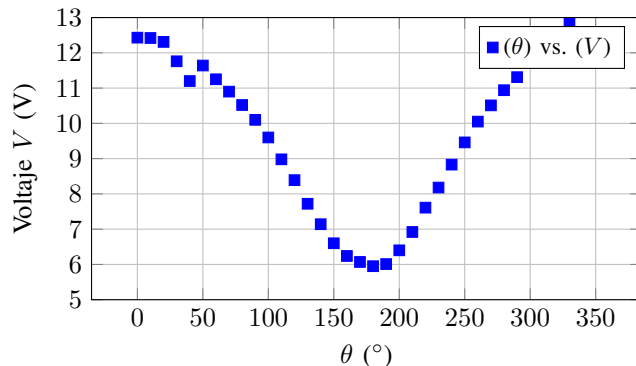


Figura 18. Gráfica de variación angular (θ) y voltaje (V).

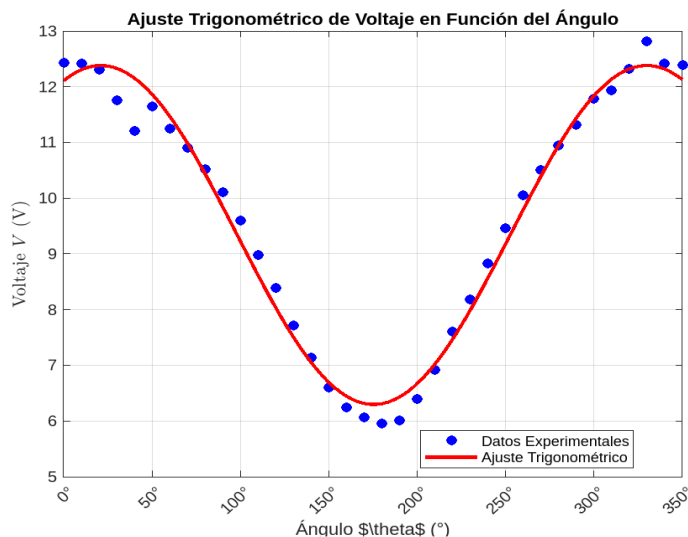


Figura 19. Gráfico función asociada a los datos.

La función ajustada obtenida a partir de los datos experimentales es la siguiente:

$$V(\theta) = 3,042 \cdot \cos(0,020 \cdot \theta - 0,427) + 9,339 \quad (10)$$

Esta ecuación describe la relación entre el voltaje V y el ángulo θ en grados. La función es periódica debido a la presencia de la función coseno, y se puede interpretar como un modelo de oscilación del voltaje en función del ángulo. A continuación, se detallan los parámetros de esta función:

- **3,042: Amplitud de la oscilación.** Este valor representa la máxima variación del voltaje respecto al valor medio. La función oscila entre un valor máximo de $9,339 + 3,042 = 12,381$ V y un valor mínimo de $9,339 - 3,042 = 6,297$ V.
- **0,020: Frecuencia angular.** Este valor determina la rapidez con la que el voltaje varía en función del ángulo. La frecuencia angular está relacionada con el periodo de la oscilación, que se calcula como:

$$T = \frac{2\pi}{0,020} \approx 314,16^\circ$$

Esto significa que el voltaje realiza un ciclo completo (de máximo a mínimo y de vuelta) cada $314,16^\circ$.

- **-0,427: Desfase de fase.** Este parámetro determina el desplazamiento horizontal de la función. Un desfase negativo como $-0,427$ desplaza la curva hacia la derecha, lo que implica que la oscilación comienza en un punto diferente del ángulo $\theta = 0^\circ$.
- **9,339: Desplazamiento vertical.** Este valor representa el voltaje promedio, alrededor del cual oscila el voltaje. Es el valor medio de la función de voltaje y establece la línea base de la oscilación.

Comportamiento de la función: La función $V(\theta)$ describe una oscilación del voltaje en función del ángulo θ . El voltaje oscila cíclicamente alrededor del valor $9,339$ V, con un máximo de $12,381$ V y un mínimo de $6,297$ V. La oscilación completa ocurre cada $314,16^\circ$, y el valor de la función comienza desplazado debido al desfase $-0,427$.

Esta función es útil para modelar fenómenos periódicos o cíclicos donde el voltaje o cualquier otra cantidad sigue una variación regular con el ángulo, como en sistemas electromagnéticos, sensores o dispositivos que dependen de una variación angular.

Posición (m)	Voltaje (V)
0.00	0.00
0.013	2.06
0.026	3.51
0.039	4.91
0.052	6.35
0.065	7.65
0.078	8.86
0.091	10.36
0.104	12.72
0.117	14.28

Cuadro VII

RELACIÓN ENTRE LA POSICIÓN EN METROS Y EL VOLTAGE EN VOLTIOS ENTRE DOS ANILLOS, UNO CON CARGA POSITIVA Y OTRO CON CARGA NEGATIVA.

A partir de los datos experimentales presentados en la Figura (14), se ha realizado un ajuste lineal para describir la relación entre la posición x (en metros) y el voltaje $V(x)$ (en voltios). La ecuación obtenida a partir de los datos es la siguiente:

$$V(x) = 116,80x + 0,24 \quad (11)$$

Relación entre la posición y el voltaje

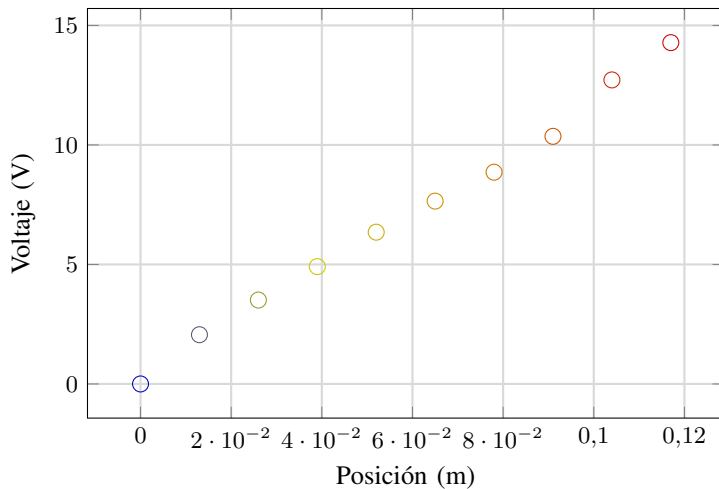


Figura 20. Relación entre la posición (m) y el voltaje (V).

En esta ecuación:

- x es la **posición** en metros. Representa el desplazamiento o la ubicación a lo largo de un eje, generalmente sobre una línea o superficie donde se mide el voltaje.
- $V(x)$ es el **voltaje** en voltios. Este es el valor del voltaje medido en cada posición x .
- La **pendiente** de la recta, 116,80, indica la tasa de cambio del voltaje con respecto a la posición. Es decir, por cada metro que aumenta la posición x , el voltaje $V(x)$ aumenta en 116.80 voltios. Esta pendiente muestra cómo varía el voltaje a medida que se recorre la distancia.
- La **intersección con el eje de voltaje** $b = 0,24$, es el valor del voltaje cuando la posición x es igual a cero. Esto implica que cuando la posición es cero, el voltaje tiene un valor de 0.24 voltios. Esta intersección es el valor inicial del voltaje antes de que empiece a aumentar con el desplazamiento en la posición.

MONTAJE 3: ANILLO Y ANILLO

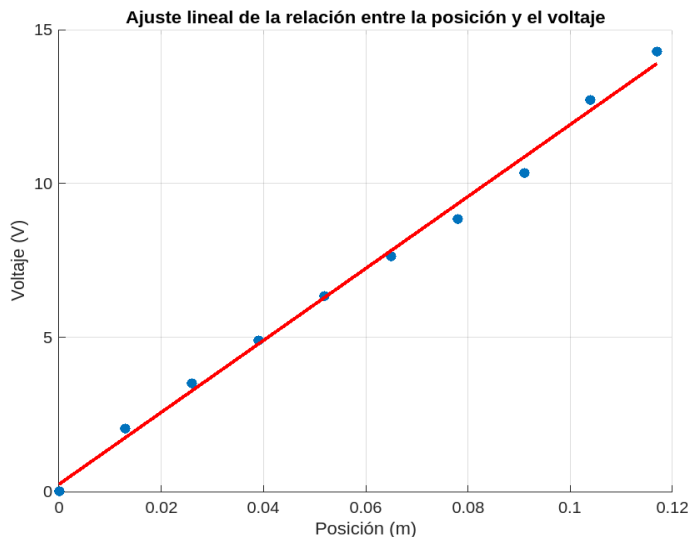


Figura 21. Gráfico función asociada a los datos.

De esta forma, la ecuación $V(x) = 116,80x + 0,24$ describe una relación lineal entre la posición y el voltaje, donde la pendiente muestra cómo el voltaje cambia con el desplazamiento y la intersección indica el voltaje inicial cuando la posición es cero.

Cuadro VIII

MEDICIONES DEL ANILLO CON CARGA POSITIVA PARA UN RADIO $r = 8,9$ CM EN FUNCIÓN DEL ÁNGULO θ .

Ángulo θ (°)	Voltaje (V)
0	12.93
45	12.46
90	11.32
135	9.37
180	6.53
225	8.65
270	11.23
315	12.58

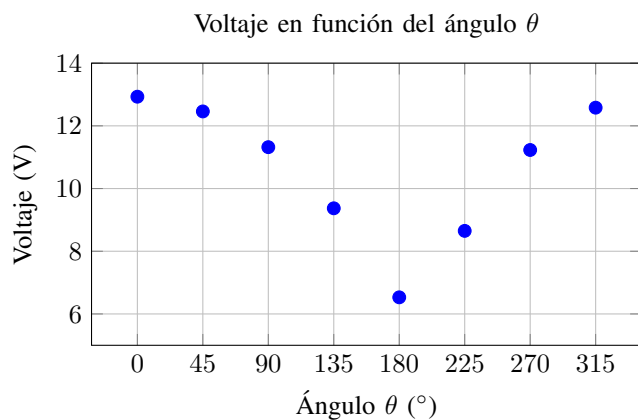


Figura 22. Gráfica del voltaje medido en función del ángulo θ para un radio $r = 8,9$ cm.

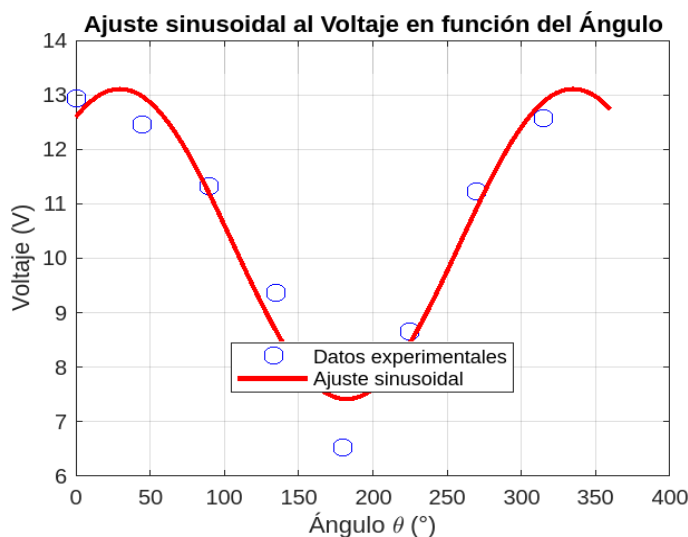


Figura 23. Gráfico función asociada a los datos.

Se ha ajustado una función sinusoidal a los datos experimentales que relacionan el voltaje V con el ángulo θ . La función ajustada tiene la siguiente forma:

$$V(\theta) = A \cos(k\theta + \phi) + B$$

donde cada uno de los parámetros tiene un significado físico y matemático importante, como se explica a continuación:

- **Amplitud A :** La amplitud A es el coeficiente multiplicativo que determina el "tamaño" de las oscilaciones de la función. En este contexto, A representa la máxima variación del voltaje respecto al valor medio B . Es decir, A mide la distancia desde el valor medio del voltaje hasta el valor máximo o mínimo alcanzado por la función. Si A es mayor, las oscilaciones del voltaje son más pronunciadas.
- **Frecuencia angular k :** La frecuencia angular k es el parámetro que determina cuántas oscilaciones completas realiza la función por cada intervalo de 2π radianes

(o 360°). Un valor de $k = 1$ implica que la función completa una oscilación completa (360°) cada vez que el ángulo θ varía desde 0° a 360° . En resumen, k controla la cantidad de ciclos de la función coseno por unidad de ángulo.

- **Desfase ϕ :** El parámetro ϕ es el desfase o fase inicial de la función, y se mide en radianes. Este parámetro determina el desplazamiento horizontal de la función coseno, es decir, la "desviación" de la curva respecto al origen. Si $\phi = 0$, la función coseno comienza en su valor máximo cuando $\theta = 0$. Sin embargo, si ϕ es distinto de cero, la función se desplaza a lo largo del eje θ . Un valor negativo de ϕ implica que la función está "desplazada hacia la derecha" respecto a su forma estándar.
- **Valor medio B :** El valor B es un desplazamiento vertical de la función. Mientras que las oscilaciones descritas por la función coseno están centradas en 0 en la forma básica $V(\theta) = A \cos(\theta)$, el término B eleva o desplaza esta curva hacia arriba o hacia abajo. El valor de B determina el valor medio del voltaje, que es el "centro" de las oscilaciones. Si $B > 0$, la curva estará desplazada hacia valores de voltaje mayores; si $B < 0$, la curva estará desplazada hacia valores de voltaje más bajos.

Los parámetros obtenidos para la función ajustada a los datos experimentales son:

$$A = 3,20, \quad k = 1,00, \quad \phi = -0,50 \text{ rad}, \quad B = 9,73.$$

Por lo tanto, la función ajustada que describe el comportamiento del voltaje en función del ángulo es:

$$V(\theta) = 3,20 \cos(1,00\theta - 0,50) + 9,73 \quad (12)$$

Aquí, el ángulo θ está en radianes. Esta ecuación describe cómo el voltaje oscila a medida que cambia el ángulo θ , con un desplazamiento vertical $B = 9,73$, un valor máximo de oscilación de 3,20 unidades, y un desfase de $-0,50$ radianes que determina cómo se alinea la función con los datos experimentales.

En términos físicos, esta función describe el comportamiento del voltaje en un sistema que exhibe variaciones periódicas con el ángulo, como es el caso de las líneas equipotenciales en el experimento. El modelo de ajuste sinusoidal es apropiado para describir fenómenos periódicos donde el voltaje varía de forma repetitiva y predecible con respecto a una variable, en este caso, el ángulo θ .

Cuadro IX
MEDICIONES DEL ANILLO CON CARGA NEGATIVA PARA UN RADIO
 $r = 8,9 \text{ cm}$ EN FUNCIÓN DEL ÁNGULO θ .

Ángulo θ ($^\circ$)	Voltaje (V)
0	7.97
45	5.07
90	3.27
135	2.60
180	2.46
225	2.63
270	3.30
315	5.29

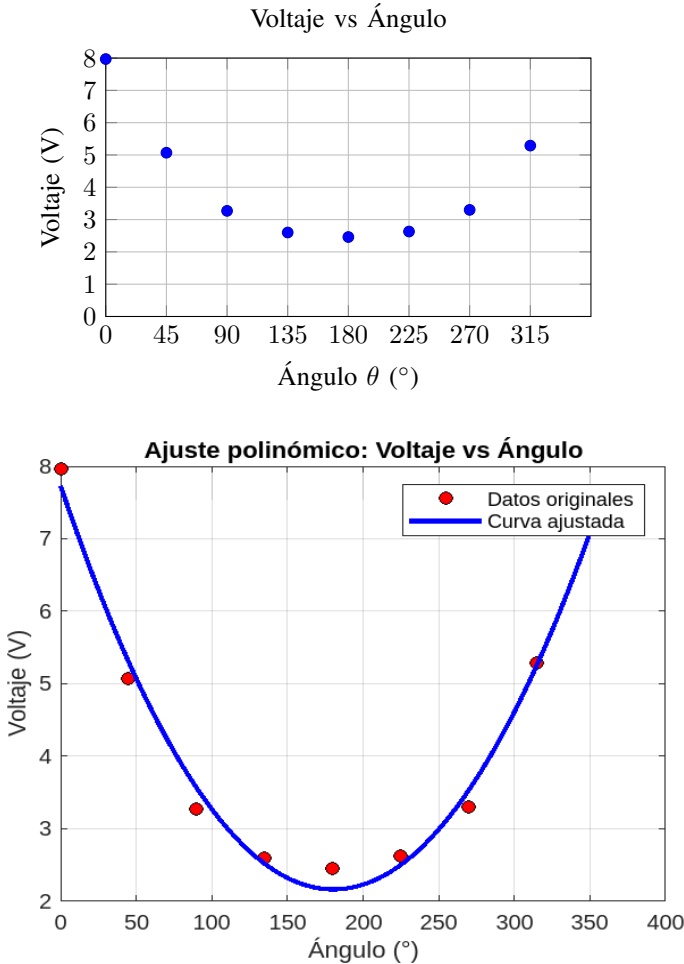


Figura 24. Gráfico función asociada a los datos.

EXPLICACIÓN DE LA FUNCIÓN AJUSTADA

En el presente experimento, se analizó el comportamiento del voltaje en función del ángulo (θ) en un sistema de líneas equipotenciales. La relación entre el voltaje y el ángulo fue modelada mediante un ajuste polinómico de segundo grado, lo que permite describir el comportamiento observado en los datos experimentales.

La ecuación ajustada que mejor describe esta relación es:

$$V(\theta) = 0,00017\theta^2 - 0,06173\theta + 7,73460 \quad (13)$$

donde:

- $V(\theta)$ es el voltaje en función del ángulo θ , medido en voltios (V).
- θ es el ángulo en grados, que varía entre 0° y 360° .
- Los coeficientes 0,00017, $-0,06173$, y 7,73460 son los parámetros obtenidos del ajuste polinómico, los cuales minimizan el error cuadrático entre los datos experimentales y la función propuesta.

El término cuadrático ($0,00017\theta^2$) sugiere una ligera curvatura en la relación voltaje-ángulo, lo que indica que el voltaje no sigue una dependencia lineal directa con el ángulo. El término lineal ($-0,06173\theta$) representa una variación que disminuye el voltaje a medida que aumenta el ángulo, lo que es característico de ciertos patrones en sistemas de líneas equipotenciales. El término constante (7,73460) representa el valor de voltaje cuando el ángulo es 0° , y puede interpretarse como el valor inicial o el punto de referencia del sistema.

La gráfica de la función ajustada muestra una curva que se ajusta a los datos experimentales, y esta curva describe cómo el voltaje varía en función del ángulo en un sistema de líneas equipotenciales. La función obtenida proporciona una aproximación precisa a los datos observados, lo que respalda la hipótesis de que el voltaje depende de forma cuadrática y lineal del ángulo en el contexto de las mediciones realizadas.

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este informe se presenta un análisis de los resultados obtenidos a partir de las mediciones realizadas. A continuación, se detallan los comportamientos observados en las gráficas y los posibles errores que podrían haber influido en los datos.

1. Comportamientos anómalos en las gráficas

En las gráficas presentadas, se identificaron varios comportamientos inusuales que merecen ser analizados con detalle. Estos comportamientos pueden ser explicados por diversas causas, tanto instrumentales como experimentales.

- **Oscilaciones inesperadas en los datos:** En varios gráficos de voltaje versus tiempo, se observaron oscilaciones que no deberían haber ocurrido, dado que se esperaba un comportamiento estable. Estas fluctuaciones pueden ser el resultado de interferencias externas o de un mal funcionamiento en el equipo de medición.
 - **Posible causa:** Interferencias electromagnéticas de equipos cercanos, como motores o fuentes de alimentación, o mala conexión de cables.
 - **Solución recomendada:** Verificar y ajustar la configuración de los equipos, asegurando que estén bien aislados y calibrados, y utilizar filtros de ruido si es necesario.

- **Valores fuera de rango (outliers):** En algunas gráficas, ciertos puntos de datos mostraron valores fuera del rango esperado, especialmente en las mediciones de voltaje. Estos outliers pueden indicar fallos en el sistema de medición.

- **Posible causa:** Desajustes en las conexiones de los sensores o errores en la calibración del equipo.
 - **Solución recomendada:** Revisar las conexiones y recalibrar el equipo antes de realizar nuevas mediciones.
- **Comportamiento no lineal inesperado:** En algunos gráficos, se observó que la relación entre el voltaje y otros parámetros, como el ángulo, no seguía una tendencia lineal. Este comportamiento sugiere que el modelo teórico utilizado no es completamente adecuado.
 - **Posible causa:** El modelo empleado para predecir el comportamiento del sistema no incluye todos los factores relevantes, como la resistencia adicional o efectos térmicos.
 - **Solución recomendada:** Ajustar el modelo teórico o considerar la inclusión de otros factores físicos que puedan estar influyendo en el sistema.
- **Estancamiento o saturación en los datos:** En algunos gráficos, se observó que los datos se estabilizaban después de ciertos valores, lo que podría indicar que el sistema alcanzó un límite operativo.
 - **Posible causa:** Saturación del sensor o el equipo alcanzando su rango máximo de medición.
 - **Solución recomendada:** Comprobar los límites de medición del equipo y, si es necesario, utilizar equipos con mayores capacidades de medición.
- **Cambios abruptos en las pendientes:** En varias gráficas, se observaron cambios bruscos en las pendientes de las curvas, lo que indica posibles transiciones rápidas en el comportamiento del sistema.
 - **Posible causa:** Fluctuaciones externas, como variaciones en la temperatura ambiente o fallos en los sensores.
 - **Solución recomendada:** Monitorear las condiciones ambientales y realizar pruebas adicionales para asegurarse de que el equipo no se vea afectado por factores externos.

2. Tipos de error y sus posibles causas

Además de los comportamientos anómalos mencionados, también se identificaron varios tipos de error en los datos que deben ser considerados.

- **Error sistemático:** Este tipo de error puede ser causado por factores como una mala calibración del equipo, lo que afectaría todas las mediciones de manera constante.
 - **Causa:** Calibración incorrecta de los sensores, como una desviación constante en las mediciones de voltaje.
 - **Solución:** Realizar una nueva calibración de los equipos antes de continuar con el experimento.
 - **Error aleatorio:** Los errores aleatorios se producen por fluctuaciones impredecibles en las mediciones, como pequeñas variaciones en el equipo o en las condiciones experimentales.
 - **Causa:** Condiciones ambientales cambiantes o fluctuaciones en la fuente de alimentación.
 - **Solución:** Promover un ambiente experimental más controlado y utilizar técnicas estadísticas para minimizar estos errores.
- **Error humano:** Este tipo de error es el resultado de fallos en la manipulación del equipo, como un mal manejo de los sensores o el registro incorrecto de los datos.
 - **Causa:** Lecturas incorrectas o conexiones defectuosas de los cables.
 - **Solución:** Capacitar al personal en el uso adecuado del equipo y realizar las mediciones de manera controlada y repetitiva.

VI. CONCLUSIONES

1. **Importancia de la calibración del equipo:** A lo largo del análisis de las gráficas y resultados obtenidos, se ha observado que la calibración precisa de los equipos es esencial para asegurar mediciones exactas. Las fluctuaciones inesperadas en algunas curvas podrían haberse reducido con un proceso de calibración más riguroso antes de las mediciones. Esto resalta la necesidad de realizar verificaciones periódicas para minimizar errores sistemáticos que puedan afectar la precisión de los datos.
2. **Relevancia de considerar variables externas:** A pesar de los controles experimentales, las condiciones ambientales como la temperatura y la humedad pueden haber influido en el comportamiento observado en las gráficas. En futuros experimentos, se recomienda registrar y monitorear las condiciones ambientales de manera más detallada para comprender mejor su impacto en las mediciones y mejorar la reproducibilidad de los resultados.
3. **Utilización de modelos más complejos:** La discrepancia entre los resultados experimentales y el modelo teórico puede indicar que el modelo utilizado no es completamente representativo de las condiciones reales del sistema. En consecuencia, se sugiere la integración de modelos más complejos que tomen en cuenta variables adicionales, como la resistencia del material o la influencia de factores térmicos, para lograr una mayor precisión en las predicciones.
4. **Repetición de experimentos y variabilidad:** Aunque los resultados generales fueron consistentes, algunos puntos de datos mostraron variabilidad inesperada. Esto resalta la importancia de realizar mediciones repetidas bajo condiciones controladas para identificar tendencias y minimizar los efectos de posibles errores aleatorios. La repetición de experimentos también proporcionaría una base más sólida para el análisis estadístico.
5. **Relevancia del análisis de tendencias a largo plazo:** Aunque el análisis se centró en las variaciones inmedia-

tas de los datos experimentales, se recomienda en futuros estudios prestar especial atención a las tendencias a largo plazo en los resultados. Al estudiar las variaciones a lo largo de períodos más largos, se podrían identificar patrones o ciclos que no son evidentes en análisis de corto plazo. Estos patrones pueden ser cruciales para comprender fenómenos complejos y ayudar en la optimización de los sistemas o procesos estudiados.

REFERENCIAS

- [1] E. M. Purcell, **Berkeley Physics Course**, 2nd ed., vol. 2, **Electricity and Magnetism**. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [2] W. Grunberger, *Respuesta en frecuencia de circuitos eléctricos de primer y segundo orden*”, YouTube, 25 de abril de 2023. [Video]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=nA4aCd5qFWs&t=32s>