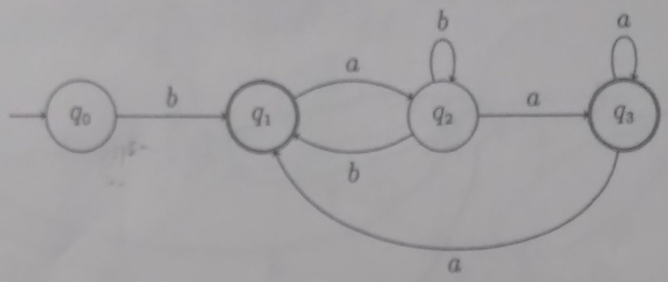
Introducción a la Teoría de la Computación **I Semestre 2024**

Examen Parcial # 2 **Profesor:** *Rodrigo De Castro K.*

Nombre: [redacted] *Calificación:* $\frac{100}{100}$

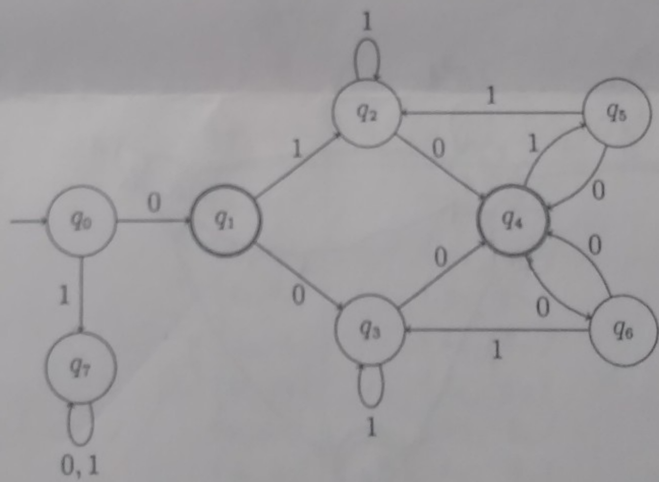
25

1. *(25 puntos)* Utilizar el procedimiento de eliminación de estados presentado en clase para encontrar una expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el siguiente autómata. Presentar el procedimiento completo.



25

2. *(25 puntos)* Aplicar el algoritmo de minimización presentado en clase para encontrar un autómata finito determinista (AFD) con el mínimo número de estados posible equivalente al siguiente autómata. Presentar el procedimiento completo, mostrando las iteraciones del algoritmo.



20

3. *(20 puntos)* Sea $\Sigma = \{0, 1\}$. Utilizar ya sea un argumento por contradicción o el criterio de no-regularidad para demostrar que el lenguaje $L = \{01^{n+1}01^n : n \geq 0\}$ no es regular. Explicar claramente el argumento.

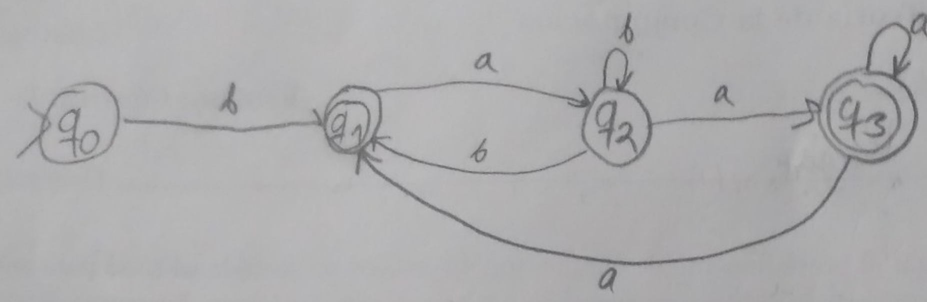
30

4. *(30 puntos)* Determinar si los siguientes problemas de decisión se pueden o no resolver utilizando autómatas finitos. Justificar completamente las respuestas, ya sean afirmativas o negativas.

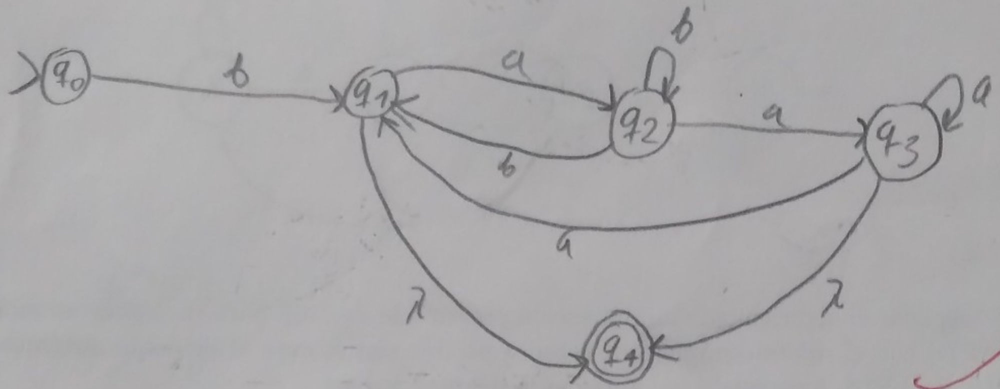
15 (i) $\Sigma = \{a, b\}$. Dada $u \in \Sigma^*$, ¿se cumple que $\#_a(u) = \#_b(u) + 2$?

15 (ii) Sea $\Sigma = \{0, 1\}$. Dada $u \in \Sigma^*$, ¿es u una cadena de longitud ≥ 3 en la que el segundo símbolo (de izquierda a derecha) difiere del último símbolo (de izquierda a derecha)?

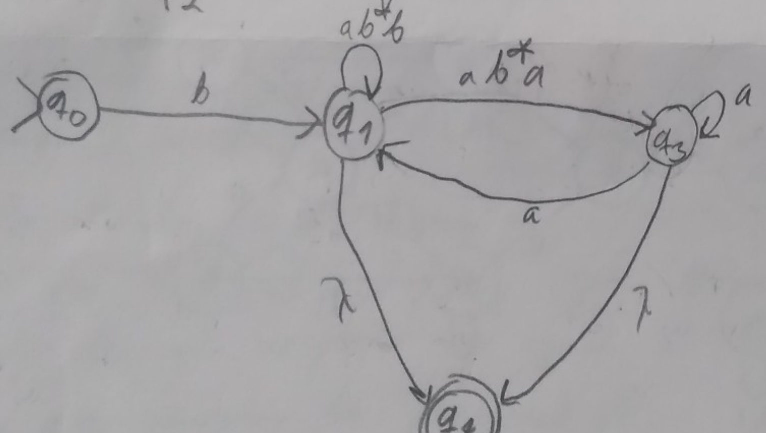
1.



Insertar estado único de aceptación

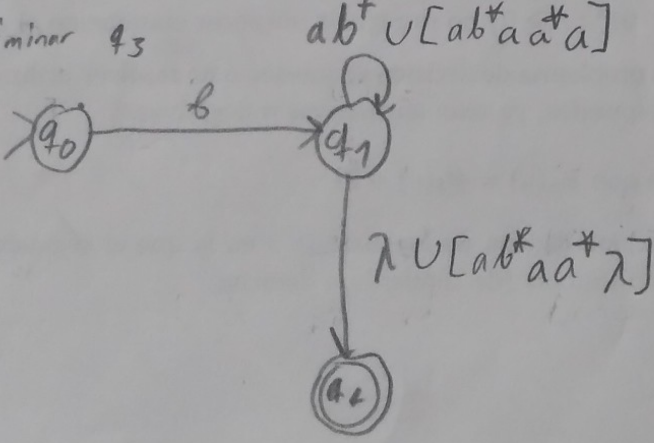


Eliminar q_2



$ab^*b = ab^+$

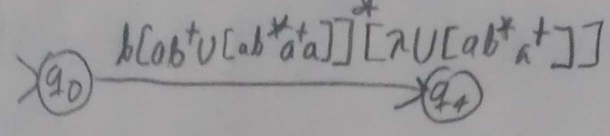
Eliminar q_3



$ab^*aa^*a = ab^*a^+a$

$ab^*aa^*\lambda = ab^*a^+$

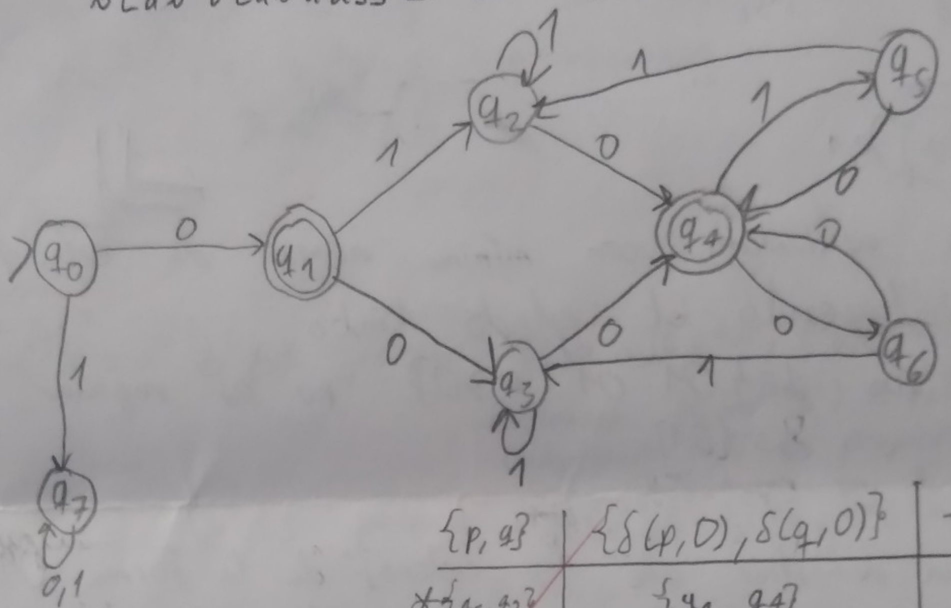
Eliminar q_1



Entonces el lenguaje aceptado por este autómata está representado por la siguiente expresión regular

$\ulcorner b[ab^+ \cup [ab^* a^+ a]]^* [\lambda \cup [ab^* a^+]] \lrcorner$

2



$\{p, q\}$	$\{\delta(p,0), \delta(q,0)\}$	$\{\delta(p,1), \delta(q,1)\}$
* $\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_7, q_2\}$ ⊗
* $\{q_0, q_3\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_7, q_3\}$ ⊗
* $\{q_0, q_5\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_7, q_2\}$ ⊗
* $\{q_0, q_6\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_7, q_3\}$ ⊗
⊗ $\{q_0, q_7\}$	$\{q_1, q_7\}$ X	
$\{q_1, q_4\}$	$\{q_3, q_6\}$	$\{q_2, q_5\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_5\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_2, q_2\}$
$\{q_2, q_6\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_2, q_3\}$
⊗ $\{q_2, q_7\}$	$\{q_4, q_7\}$ X	
$\{q_3, q_5\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_3, q_2\}$
$\{q_3, q_6\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_3, q_3\}$
q_7 ⊗ $\{q_3, q_7\}$	$\{q_4, q_7\}$ X	
$\{q_5, q_6\}$	$\{q_4, q_4\}$	$\{q_2, q_3\}$
⊗ $\{q_5, q_7\}$	$\{q_4, q_7\}$ X	
⊗ $\{q_6, q_7\}$	$\{q_4, q_7\}$ X	

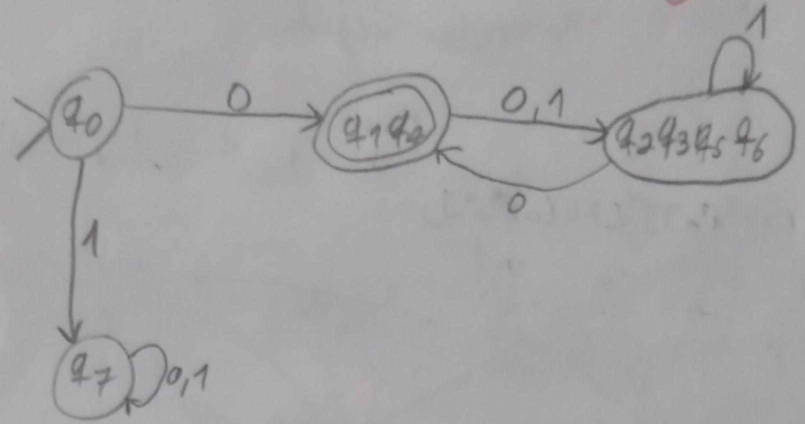
q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
X						
*	X					
*	X					
X		X	X			
*	X			X		
*	X			X		
⊗	X	⊗	⊗	X	⊗	⊗

Iteración 1: X
Iteración 2: ⊗
Iteración 3: *

Entonces

$q_1 \approx q_4$

$q_2 \approx q_3 \approx q_5 \approx q_6$



El autómata equivalente con mínimo número de estados tiene 4 estados, incluyendo el estado limbo

3. Demostrar que $L=\{01^{n+1}01^n : n \geq 0\}$ no es regular

$\Sigma = \{0,1\}$

Por criterio de no regularidad.

Se busca demostrar que las cadenas de la forma $01^{n+1}0$ con $n \geq 0$ ($010, 01^20, 01^30, \ldots$) son L-distinguibles dos a dos

Sean dos cadenas $01^{i+1}0$ y $01^{j+1}0$ con $i \neq j$,

Si son L-distinguibles, existe una cadena $x \in \Sigma^*$ tal que $01^{i+1}0x \in L$ y $01^{j+1}0x \notin L$ o viceversa

Sea $x = 1^i$

Entonces

$$\begin{cases} 01^{i+1}0x = 01^{i+1}01^i \in L \\ 01^{j+1}0x = 01^{j+1}01^i \notin L \end{cases}$$

porque $j \neq i$, entonces $j+1 \neq i+1$, incumpliendo la condición del lenguaje

Por lo tanto $01^{i+1}0$ y $01^{j+1}0$ son cadenas L-distinguibles y por lo tanto, por el criterio de no regularidad, L no es un lenguaje regular.

1. ¿ $\Sigma=\{a,b\}$. Dada $u\in\Sigma^*$, ¿se cumple que $\#_a(u)=\#_b(u)+2$?

Sea P: "$\#_a(u)=\#_b(u)+2$"

Sea $L_P=\{u\in\Sigma^*: P(u)\}$

Por criterio de no regularidad.

Demostrar que las cadenas a^{n+2} con $n\geq 0$ son L_P-distinguibles

Sean las cadenas a^{i+2} y a^{j+2} con $i\neq j$. Encontrar una cadena $x\in\Sigma^*$ tal que $a^{i+2}x\in L$ y $a^{j+2}x\notin L$ o viceversa.

Sea $x=b^i$

Entonces

$a^{i+2}x=a^{i+2}b^i\in L$ porque $\#_a(a^{i+2}b^i)=i+2$, $\#_b(a^{i+2}b^i)=i$

Entonces $\#_a(a^{i+2}b^i)=\#_b(a^{i+2}b^i)+2$, cumpliendo así la propiedad del lenguaje

$a^{j+2}x=a^{j+2}b^i\notin L$ porque $\#_a(a^{j+2}b^i)=j+2$, $\#_b(a^{j+2}b^i)=i$

Entonces

$\#_a(a^{j+2}b^i)\neq\#_b(a^{j+2}b^i)+2$ porque $j\neq i$, incumpliendo así la propiedad del lenguaje

Por lo tanto, las cadenas a^{i+2} y a^{j+2} son L_P-distinguibles.

Por lo tanto, por el criterio de no regularidad, L_P no es regular.

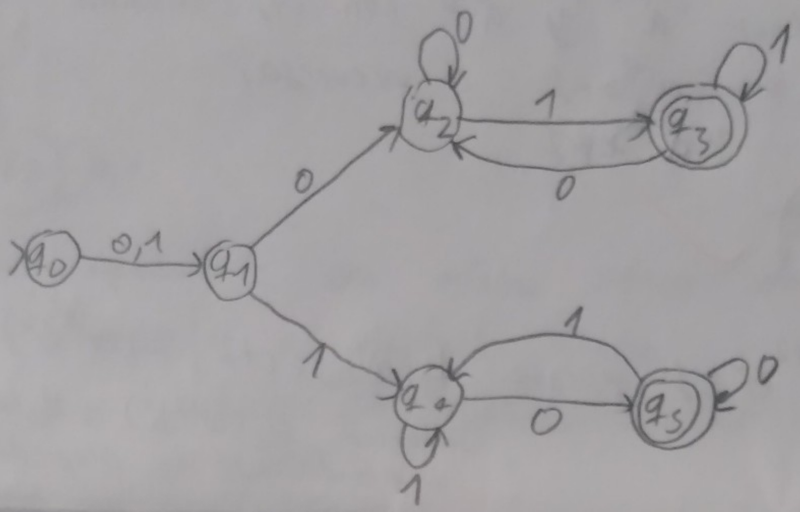
Por lo tanto, el problema de decisión para esta propiedad P no es soluble mediante autómatas finitos, debido a que el lenguaje de todas las cadenas que cumplen la propiedad P no es regular.

ii $\Sigma=\{0,1\}$. Dada $u\in\Sigma^*$, ¿es u una cadena de longitud ≥ 3 en la que el segundo símbolo (de izq a der) difiere del último símbolo (de izq a der)

Sea P: "$|u|\geq 3$ y el segundo símbolo $\neq$ último símbolo (izq $\rightarrow$ der)"

Sea $L_P=\{u\in\Sigma^* : P(u)\}$

Sea M:



El lenguaje aceptado: $L[M]=L_P$

Por lo tanto, el problema de decisión para la propiedad P es soluble por autómatas finitos, ya que existe el autómata (AFD) M, cuyo lenguaje aceptado es igual al lenguaje de todas las cadenas que cumplen la propiedad P.