ESTADÍSTICA .... enero 2018

1. (2'5 puntos). En un edificio inteligente dotado de sistemas de energía solar y eólica, se sabe que la energía suministrada cada día proviene de placas solares con probabilidad 0.4, de molinos eólicos con probabilidad 0.26 y de ambos tipos de instalaciones con probabilidad 0,12. Elegido un día al azar, calcúlese la probabilidad de que la energía sea suministrada al edificio:

a) por alguna de las dos instalaciones
b) solamente por una de las dos

<u>Solución</u>:

Sea S = energía suministrada por placas solares
Sea E = energía suministrada por molinos eólicos
P(S) = 0.4
P(E) = 0.26
P(SIE) = 0.12

a) P(SYE) = P(S) + P(E) - P(SIE) = 0.4 + 0.26 - 0.12 = 0.54

b)
$$P\left((\bar{S} \cap E) \cup (S \cap \bar{E})\right) = P(\bar{S} \cap E) + P(S \cap \bar{E}) - P\left((\bar{S} \cap E) \cap (S \cap \bar{E})\right)$$
$$= P(\bar{S} \cap E) + P(S \cap \bar{E})$$

$P(\bar{S} \cap E)$ = P(E) - P(SIE) = 0.26 - 0.12 = 0.14

$P(S \cap \bar{E})$ = P(S) - P(SIE) = 0.4 - 0.12 = 0.28

$P\left((\bar{S} \cap E) \cap (S \cap \bar{E})\right) = 0$

Luego
$P\left((\bar{S} \cap E) \cup (S \cap \bar{E})\right) = 0.14 + 0.28 = 0.42$

2. (2'5 puntos). En una fábrica de tornillos se realiza una selección de las piezas antes de proceder al empaquetado. Para seleccionar los tornillos, se hace una medición del radio de cada unidad, que en *mm* sigue una variable aleatoria cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & resto \end{cases}$$

a) Halla la *k* para que sea una función de densidad
b) Para que un tornillo sea seleccionado para empaquetar, su radio debe medir al menos 4.25 *mm*. Calcula la probabilidad de que un tornillo sea empaquetado
c) ¿Cuál es la probabilidad de que un tornillo empaquetado mida menos de 5 *mm*?
d) En una caja de 20 tornillos que todavía no han pasado la selección, ¿qué probabilidad hay de que haya más de 15 válidos para empaquetar?

<u>Solución</u>:

a)

$$\int_4^6 kxdx = 1 = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_4^6 = k \cdot 10 \to k = \frac{1}{10}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{10}, & 4 \le x \le 6 \\ 0, & resto \end{cases}$$

b)

$$P(X \ge 4.25) = \int_{4.25}^{6} \frac{x}{10} dx = \left[\frac{x^2}{20}\right]_{4.25}^{6} = 0.8969 \approx 0.9$$

c)

$$P(X \le 5 | X \ge 4.25) = \frac{\int_{4.25}^{5} \frac{x}{10} dx}{\int_{4.25}^{6} \frac{x}{10} dx} = \frac{\left[\frac{x^2}{20}\right]_{4.25}^{5}}{0.8969} = \frac{0.3469}{0.8969} = 0.3868$$

d) Consideramos los no válidos:

$$Y \sim B(20{,}0.1) \to P(Y \le 4) = F(4) = 0.9568$$

3. (2'5 puntos). El número de resfriados que padecen los niños de edad preescolar en un colegio viene dado según la edad por la función de cuantía (función de probabilidad) conjunta:

Edad					
5	0.02	0.07	0.15	0.11	
4	0.03	0.07	0.14	0.09	
3	0.02	0.06	0.14	0.10	
	0	1	2	3	**Resfriados**

Calcula:

a) La covarianza
b) La desviación típica de la edad
c) La esperanza del número de resfriados para los niños de 3 años

<u>Solución</u>:

a)

Resfriados X	0	1	2	3
	0.07	0.20	0.43	0.30

Edad Y	
5	0.35
4	0.33

3	0.32

$$E(XY) = 7.90$$

$$E(X) = 1.96$$

$$E(Y) = 4.03$$

$$Cov(X,Y) = 7.90 - 1.96 \cdot 4.03 = 0.0012$$

b)

$$E(Y^2) = 16.91$$

$$Var(Y) = 16.91 - 4.03^2 = 0.6691$$

$$\sigma_Y = \sqrt{0.6691} = 0.8180$$

c)

$X\|Y$=3	0	1	2	3
$g_1(x\|3)$	0.02/0.32	0.06/0.32	0.14/0.32	0.10/0.32

$$E(X|Y=3) = 2$$

4. (2'5 puntos). Una fábrica aeronáutica produce en cada turno 100000 bolas para rodamientos, siendo la probabilidad de bola defectuosa 0.04. Las bolas se supervisan todas, depositando las defectuosas en un recipiente que se vacía al final de cada turno. ¿Cuántas bolas han de caber en el recipiente para que la probabilidad de que su capacidad no sea rebasada, sea 0.95?

<u>**Solución**</u>:

Sea X = "número de bolas defectuosas entre 100000"

donde X es B(100000, 0.04)

Como el número de bolas es muy grande se puede aproximar por una normal de media E(X) = 100000 x 0.04 = 4000 y Var(X)=100000 x 0.04 x 0.96

X es N (4000, 61,96)

La capacidad del recipiente C debe verificar que P (X < C) = 0.95

Tipificando la variable:

P (X < C) = P ((X – 4000)/61,96 < (C – 4000)/61,96) = P (Z < (C – 4000)/61,96) = 0.95

Buscando en las tablas:

(C – 4000)/61,96 = 1,65

Y despejando el valor de C

C = 4102,23 = 4103 bolas