

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Diseño de un tren de potencia para un kart eléctrico

Por: Mariana Córdoba Parra

Asesor: Andrés González Mancera

Proyecto de grado entregado en cumplimiento parcial para optar por el título de Ingeniera
Mecánica.

Mayo 18 de 2016

CONTENIDO

1. Abstract

2. Introducción

3. Objetivos

3.1. Objetivo general

3.2. Objetivos específicos

4. Marco Teórico

4.1. Karting y Superkarting

4.2. Tren de potencia

4.2.1. Trenes de potencia en Karts

4.2.2. Motores eléctricos

4.2.3. Baterías

4.3. Modelo dinámico de un vehículo

4.3.1. Ecuaciones del modelo dinámico

5. Resultados

5.1. Curvas de conducción kart de combustión interna

5.1.1. Determinación de variables

5.2. Elección del motor eléctrico

5.3. Elección de la relación de transmisión

5.4. Curvas de conducción kart eléctrico

5.4.1. Determinación de variables

5.5. Desempeño esperado del Kart eléctrico

5.5.1. Autonomía

5.5.2. CAE del diseño del tren de potencia final

6. Conclusiones

7. Bibliografía

1. ABSTRACT

ACERCA DEL PROYECTO

El propósito de esta tesis es principalmente entender el funcionamiento de un tren de potencia, la manera en que los subsistemas trabajan, tanto juntos, como por separado y luego aplicar todo lo aprendido en el diseño de un tren de potencia para un kart eléctrico. Lo primero que se hizo fue investigar, con el fin de refinar el modelo dinámico ya existente, en este caso se usó la teoría que se encuentra en el libro "Fundamentals of vehicle dynamics" de *Thomas D. Gillespie*. El siguiente paso fue obtener las curvas de conducción de un kart de combustión interna que tuviera un chasis Birel ya que ese fue el que se escogió para diseñar el kart eléctrico; para obtener las curvas de conducción, se utilizó un dispositivo que funciona con posicionamiento satelital y se construyeron las curvas con los datos obtenidos utilizando el modelo dinámico. En tercer lugar, se utilizó toda la información recolectada para escoger: una relación de transmisión que alcanzara velocidades cercanas a las que alcanza un kart de combustión interna y un motor eléctrico que cumpliera con los requisitos necesarios de torque y velocidad angular. Finalmente, se obtuvo un diseño conceptual del tren y se calculó con el modelo dinámico que la velocidad máxima que podría alcanzar el kart es de $70 \frac{km}{h}$ con una aceleración de 40 a $70 \frac{km}{h}$ en 2s.

THIS PROJECT

The purpose of this thesis, was to understand the different parts of a power train, the way they work together and to apply everything in the design of a power train for an electric kart. First was the refinement of the dynamical model of the vehicle using the theory of the book "Fundamentals of vehicle dynamics" of *Thomas D. Gillespie*. The next step was to compare the design of the electrical kart with that of an internal combustion (IC) kart with the same chassis and overall characteristics. For this, we made some field investigation and by using a GPS based device on an IC kart we obtained the information needed to compute the driving charts. The third part of the project was to select the different components for the drive train (motor, transmission ratio) using as a reference the driving charts of the IC kart. Finally we made the theoretical prediction of the maximum speed and acceleration of the electrical kart and the CAE of the power train in the real chassis.

2. INTRODUCCIÓN

ANTECEDENTES DEL PROYECTO

Para hacer este proyecto, se realizó un proyecto especial previo. En éste, lo primero que se hizo fue investigar sobre las diferentes configuraciones de un tren de potencia para un vehículo terrestre de 4 ruedas. Adicionalmente, se hizo la caracterización de un motor eléctrico utilizando un freno hidráulico, una celda de carga y un motor DC que estaba disponible en la universidad. La tercera y una de las partes más importantes, fue desarrollar un análisis dinámico utilizando métodos numéricos en Excel. En este caso se usó Runge Kutta de cuarto orden para ecuaciones diferenciales de segundo grado y con este se predijo la aceleración máxima y la velocidad máxima del vehículo de formula SAE eléctrico bajo condiciones específicas. Para una relación de transmisión de 1,60 la velocidad máxima que alcanza el vehículo es de $41 \frac{m}{s}$ y con una relacion de 3,20 la aceleración es de $0-100 \frac{km}{h}$ en 4s. Finalmente, se hizo un análisis energético para comparar entre 3 diferentes configuraciones del tren de potencia donde la mejor configuración era poner una relación de transmisión fija en cada llanta con un motor en cada llanta trasera. Con toda esta información se seleccionó la configuración que tenía una transmisión manual de varios cambios, para hacer un modelo rápido en Autodesk Inventor® con componentes que se consiguieran comercialmente.

HISTORIA

Los automóviles han sido el sistema de transporte más utilizado desde principios del siglo XX y en la actualidad se han convertido en los sistemas masivos públicos más utilizados en todo el mundo. Desde que fueron concebidos, los automóviles han utilizado varias fuentes de energía para lograr el movimiento: vapor, gasolina, gas y electricidad principalmente. Pero no fue sino hasta finales del siglo XX que descubrieron que la gasolina, la fuente energética más utilizada en los automóviles, estaba contribuyendo en gran medida a la destrucción de la capa de ozono y por consiguiente al daño progresivo del planeta. Es por esta razón, que empezaron a buscar alternativas con base en las que se habían trabajado antes, a fin de obtener automóviles mucho más ecológicos. Además, ahora tienen una

razón económica para hacerlo; el petróleo es cada vez más escaso, más costoso y se necesitan alternativas para que el automóvil siga siendo un medio de transporte viable.

La idea de un vehículo eléctrico fue desarrollada a finales del siglo XIX pero nunca había sido realmente investigada para optimizar su funcionamiento sino hasta finales del siglo XX. Esto, porque en esa época la tecnología era un gran limitante, los carros eléctricos no tenían la capacidad de competir en ningún ámbito con los carros de combustión interna, la velocidad de un vehículo eléctrico era de $20 \frac{km}{h}$ y su autonomía era de 50 km, mucho menos de lo que lograban alcanzar los de combustión. Además de esto, el petróleo empezó a ser más asequible y los motores de combustión interna más atractivos para el mercado (Diario Motor, 2011).

En la actualidad, la investigación todavía tiene muchas posibilidades y los carros eléctricos no están totalmente desarrollados. Por ejemplo, la eficiencia de los motores de este tipo es mayor que la de los motores de combustión, lo que es uno de los grandes impulsos de esta industria. Los motores de combustión interna tienen muchos puntos de contacto, lo que genera pérdidas por la fricción entre componentes, mientras que los motores eléctricos han llegado al punto en el que no existe contacto físico entre el rotor y el estator lo que hace que tenga menos pérdidas debido al calor que se disipa por la fricción de piezas y por ende sea más eficiente. Además el tren de potencia de un vehículo eléctrico tiene menos componentes mecánicos y la potencia es transmitida en menos etapas, lo que hace que en general la eficiencia sea mayor. Por otro lado, la duración de la fuente energética (la carga) es menor en un vehículo eléctrico lo que ha sido una fuerte desventaja. La razón por la cual la autonomía de un vehículo eléctrico sigue siendo una limitante es porque no existe todavía un compuesto químico que tenga una capacidad energética cercana a la de la gasolina. Los vehículos eléctricos que actualmente tienen mayor autonomía llegan a los 180 km y dependen de la velocidad que alcance el vehículo en ese recorrido y de las curvas de conducción del trayecto.

Son muchas las razones por las cuales en un país como Colombia se debe empezar a desarrollar investigación sobre este tema. Es en este momento, en que todavía hay muchas opciones de investigación, que se debe gestionar la creación de industria. Sin embargo, antes de crear industria es necesario investigar, aprender y descubrir, maneras de mejorar lo que el mercado actual está ofreciendo.

VEHÍCULOS DE COMPETENCIA

Los vehículos de competencia son una sub-división de los vehículos terrestres y en ellos hay una gran variedad de diseños que cumplen distintas características dinámicas. Los más conocidos en la actualidad son:

- Monoplazas (fórmula)
- Karts
- Superkarts
- Rally
- Drift
- Slalom
- GT

Todos los vehículos que compiten en estas categorías, tienen diseños especiales para el tipo de requerimientos dinámicos que satisface la competencia. Por ejemplo, los monoplazas tienen un centro de masa bajo, tienen neumáticos anchos con carenados aerodinámicos para que sean capaces de alcanzar altas velocidades tanto en las rectas, como en las curvas.

En esta división se encuentra la *Formula 1*, una de las competencias automovilísticas más famosas del mundo. Estos vehículos funcionan con motores de combustión interna de 1,6 litros y una velocidad máxima de 15,000 rpm; pero en su más reciente diseño incluyen 2 secciones nuevas el MGU-K y el MGU-H que son un generador de energía cinética y un generador de energía térmica respectivamente (FIA Sporting, 2016).

VEHÍCULOS DE COMPETENCIA ELÉCTRICOS (FORMULA E)

Inspirado en el movimiento ambientalista y en la emoción de las carreras de monoplazas, el español Alejandro Agag decidió tomar el proyecto del presidente de la FIA (Jean Todt) y hacer una *Formula E* donde los vehículos que compitieran fueran completamente eléctricos y que tuvieran otras características y atrajeran otro tipo de público. La primera carrera se llevó a cabo el 13 de septiembre de 2015 en Beijing y desde ese momento ha habido 8 carreras en diferentes ciudades del mundo en circuitos armados en las mismas calles de las ciudades (BBC Sport News, 2014).

Todos los carros en principio tienen el mismo diseño, pero para la siguiente convocatoria se permitirá innovar en el tren de potencia. Alcanzar velocidades de $225 \frac{km}{h}$ y aceleraciones de $0-100 \frac{km}{h}$ en 2.5 s. El vehículo es un Spark-Renault SRT_01E, tiene 5 m de largo y 1,8 m de ancho. Las baterías duran aproximadamente 25 minutos y luego por el reglamento de la carrera se utiliza otro carro. Las pistas por estar dentro de las calles de la ciudad son cortas y por las características de los trenes de potencia eléctricos alcanzan unos 80 dB que son aproximadamente 10 dB más que un carro normal a 70 *mph* (BBC Sport News, 2014).

KARTS ELÉCTRICOS

Actualmente existen varias empresas que manufacturan karts eléctricos y aunque no existe un campeonato específico para este tipo de automóviles, si existen algunos campeonatos donde pueden ser utilizados aunque no sea exclusivo para éstos. En Italia hay una compañía llamada *OTL Italia* que fabrica karts eléctricos. De éstos existen varias series que se diferencian principalmente por su carenado, la serie STORM es para competencias, la serie X MUD todoterreno es una variación de un kart donde ya hay una cabina para la monopla (OTL Electro Kart, 2013). En Francia también hay una empresa que fábrica karts eléctricos que se llama *KARTELEC*, uno de los que venden se llama *Speedomax* y cuenta con un motor de 6kW, 30Nm y baterías de plomo y gel de 12V-65Ah (KARTELEC, NA). Finalmente también hay unos fabricantes españoles que se llaman *PEKECARS*, estos específicamente son diseños más exclusivos para niños pequeños que quieren tener su propio carrito para montar. Una de las referencias cuenta con un motor DC de 1000 W y 4 baterías de 48V-12Ah, alcanza una velocidad máxima de $35 \frac{km}{h}$ pero tiene un sistema de control para los padres que permite regularla en 3 velocidades. El kart pesa 73 kg y soporta 60 kg de carga (PEKECARS, NA).

TRABAJOS PREVIOS EN KARTS ELÉCTRICOS

Otras universidades en el mundo han hecho trabajos relacionados con el diseño y construcción de karts eléctricos. El IATL (Institute for Advanced Teaching and Learning), un instituto de la Universidad de Warwick en Inglaterra que tiene como propósito hacer proyectos que promuevan el trabajo interdisciplinario de los estudiantes, decidió construir 2 karts eléctricos para participar en el Grand Prix de vehículos eléctricos (evGP). A través

de este proyecto el instituto también quería establecer vínculos con la Universidad de Purdue en Indiana, Estados Unidos. Luego de participar en la carrera el instituto quedó en 4to puesto con uno de sus karts entre 28 competidores. El equipo de estudiantes que participó en el proyecto estaba conformado por 9 estudiantes de 3er año de la escuela de ingeniería de Warwick (IATL, 2011). Otras universidades como la Nottingham en Inglaterra trabajan durante pregrado en la construcción de karts eléctricos en los departamentos de ingeniería eléctrica y electrónica (The University of Nottingham, 2016).

Por otro lado, profesores de diferentes universidades francesas como L'Institut Universitaire de Technologie de l'Aisne y L'Université François Rabelais de Tours consideran que diseñar y construir karts eléctricos es un ejercicio de ingeniería en pregrado bastante enriquecedor, pues es mucho más económico que construir un vehículo normal y los estudiantes interactúan con muchos elementos de ingeniería complejos. De hecho, en Francia se lleva a cabo una reunión internacional pedagógica que trata de los karts eléctricos y su objetivo es motivar a los estudiantes a implementar diferentes soluciones tecnológicas sobre los karts (Arnaud Sivert, 2015).

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar el tren de potencia para un kart eléctrico de tracción trasera.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Determinar los requerimientos del tren de potencia para el kart y establecer el estado del arte de trenes de potencia para vehículos eléctricos.
- Evaluar diferentes configuraciones aplicando modelos computacionales y modelos analíticos.
- Hacer un diseño detallado del tren de potencia escogido especificando materiales y procesos de manufactura.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 KARTING Y SUPERKARTING

El kartismo nació en 1951 en Estados Unidos. Al parecer el primer kart se construyó con materiales que se encontraban en una base de aviación. Los primeros karts alcanzaban

unos $50 \frac{km}{h}$. En la época de los 60 el deporte llegó a Europa y de esta manera empezó a consolidarse y a evolucionar hasta llegar a lo que conocemos hoy en día como karting profesional y superkarting (Galeon, 2016).

Los superkarts son karts con características de vehículos tipo “open-wheel”, es decir combinan algunos componentes de los vehículos de fórmula con el chasis y las bases físicas del kartismo. El carenado es diseñado aerodinámicamente y pueden competir en circuitos de hasta 1500 m. Para los karts y superkarts se utilizan motores de combustión interna conectados a transmisiones de más de 3 velocidades a este tipo de vehículos se les conoce como “shifters” en ambos deportes. También, en ambos, se utilizan motores y transmisiones de motocicleta, aunque existen industrias dedicadas al diseño de motores y transmisiones para karts y superkarts (Wikipedia, 2016).

- Los superkarts tienen 4 divisiones principales:

Tabla 1 Informacion divisiones en superkart (British Superkart Association, 2016)

	Division 1	MSA 250	Formula 125 open	450 National
Motor	250 cc, Twin cylinder, 2 stroke (90 bhp)	250 cc, 1 cylinder, 2 stroke, (70 bhp)	125 cc, 1 cylinder, 2 stroke.	450 cc, 4 strokes.
Características especiales	Mejor carenado de las 4 divisiones, velocidades máximas de 140 mph.	El chasis se asimila al de primera división.	Los motores normalmente son de motocicletas y el carenado es menos aerodinámico que las divisiones anteriores.	Motores de motos de motocross. Son más pesados y manejan torques más altos.

Algunos de los fabricantes especiales de trenes de potencia para karts y superkarts:

- DEA
- FPE
- ROTAX

- THR
- VIPER

Algunos fabricantes de chasis para karts y superkarts:

- Anderson
- Raider
- PVP
- Birel

En karts la división más alta es la de *shifters* y utilizan motores de 125 cc con cajas de varias velocidades que pueden alcanzar hasta $200 \frac{km}{h}$.

Existen superkarts eléctricos, específicamente hay dos compañías que los han desarrollado:

Angeli Motors (Francesa):

Tabla 2 Datos del superkart eléctrico s14e (Angeli Motors, 2016)

Nombre	Superkart s14e
Motor	2 motores con un sistema de refrigeración a base de agua.
Baterías	Litio-Intercambiables

Greenpropulsion (Belga):

Tabla 3 Datos del superkart eléctrico de Greenpropulsion (Greenpropulsion, 2016)

Motor	2 motores permanentes DC de imanes permanentes. 2,11 kW nominal y 80 kW pico por cada 22 kg.
Baterías	Litio-Polímero, 104 V- 800 A máx., control electrónico y densidad energética de $120 \frac{kg}{Wh}$
Especificaciones	Tiene una autonomía de 12 minutos por cada 60 minutos de carga. La aceleración es de 0-100 km en 2,5 s.

Datos importantes acerca de los karts:

- Los karts que no tienen transmisión con cambios, tienen clutch centrífugo. Este tipo de clutch no necesita un pedal y su función principal es desenganchar la cadena del motor cuando no está andando el kart (motores de combustión).
- Los karts normalmente utilizan conexión por cadena pero también es posible el uso de correas.
- Los karts no necesitan suspensión ni diferencial. La razón por la que no necesitan diferencial es porque la forma que tienen (terminación frontal) hace que al momento de dar curvas una de las llantas se eleve un poco.
- La distribución de peso de los karts es 35% al frente y 65% en la parte de atrás.
- Entre más baja se ponga la silla es mejor.
- Se debe tener en cuenta el alineamiento del motor con los engranajes de la transmisión fija.

Requerimientos Clave (Normas Generales del Kartismo):

Toda la información fue tomada de: (CIK-FIA, 2015)

1.2.1.1 Definición de kart:

Un kart es un vehículo de un solo pasajero para utilizar en tierra que no tiene techo o un tablero de manejo. Tampoco tiene suspensiones y puede tener o no tener elementos de carenado, con 4 llantas no alineadas que están en contacto con el suelo, las dos frontales controlan la dirección y las dos traseras están conectadas a un eje de una pieza que transmite la potencia.

Las partes principales son el chasis, las llantas y el motor.

Pg. 2

2.1.6 Acero Magnético

Acero estructural o aleación de acero estructural que cumpla las clasificaciones ISO 4948 y las designaciones ISO 4949.

Aleaciones de acero con al menos un elemento con contenido de masa mayor o igual al 5% están prohibidos.

Pg. 4

2.1.7 Partes de compuestos

Todas las partes hechas de material compuesto están prohibidas en el kart, excepto por la silla, el piso y el protector de la cadena del tren de potencia.

Pg. 4

2.3.4.2 Descripción (Asociada al dibujo técnico No.1)

Todas las partes que transmiten fuerzas de tracción al marco del chasis solamente pueden ser a través de las llantas:

- Rines con soporte
- Eje trasero
- Dirección
- Pines de conexión de la dirección y el chasis
- Soportes de los ejes frontales y traseros.
- Si existen partes de conexión, traseras y frontales.

Pg. 6

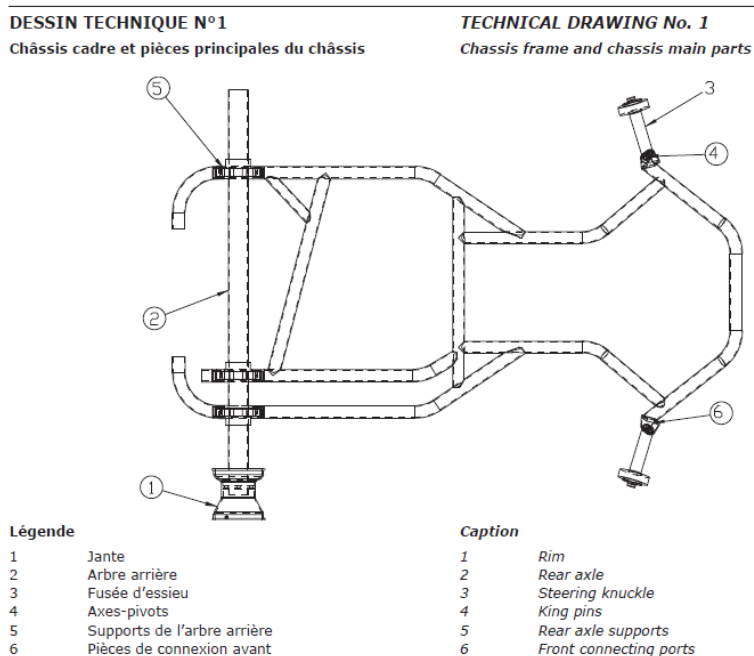


Imagen 1 Dibujo técnico No. 1 (CIK-FIA, 2015, pág. 51)

2.3.4.3 Requerimientos

Todas las partes principales del chasis deben estar sólidamente atadas entre ellas o al marco del chasis.

Una construcción rígida es necesaria (sin articulaciones de ningún tipo).

Las articulaciones son solamente permitidas para el soporte convencional de la dirección y para girar el timón.

Cualquier dispositivo neumático o hidráulico para absorber las vibraciones está prohibido.

El eje trasero debe tener un diámetro máximo exterior de 50 mm y un espesor de pared de mínimo 1,9 mm en todos los puntos.

El grosor del eje trasero debe ser en todos los puntos (menos en las chavetas) de al menos:

Tabla 4 Grosor mínimo del eje de las llantas traseras con diámetro máximo externo (CIK-FIA, 2015, págs. 6-7)

Diámetro máximo externo (mm)	Grosor Mínimo (mm)
50	1.9
49	2.0
48	2.0
47	2.1
46	2.2
45	2.3
44	2.4
43	2.5
42	2.6
41	2.8
40	2.9
39	3.1
38	3.2
37	3.4
36	3.6
35	3.8

34	4.0
33	4.2
32	4.4
31	4.7
30	4.9
29	5.2
28	Full
27	Full
26	Full
25	Full

Cada eje trasero debe llevar la calcomanía de identificación CIK-FIA específica de cada empresa de manufactura y debe estar estampado o grabado en la parte de afuera con el logo, visible en todo momento.

El material del eje debe ser de acero magnético.

Pg.7

2.3.5.3 Requerimientos

Las partes auxiliares deben estar fijadas sólidamente. Conexiones flexibles están permitidas.

Todos los elementos que contribuyen al funcionamiento normal del Kart deben cumplir las regulaciones. Estas partes deben estar montadas de tal manera que no se caigan mientras el kart está en movimiento.

Pg. 8

2.8 Transmisión

La transmisión debe ser siempre dirigida a las llantas traseras. El método es libre pero cualquier tipo de diferencial (en el eje, en las llantas o en cualquier otro lado) está prohibido.

Cualquier caso de lubricacion de la cadena esta prohibido a menos que este permitido por FIA-CIK.

Pg. 15

2.9 Guarda Cadena/ Correa

En todas las categorías sin transmisión de cambios, es completamente obligatorio tener una protección efectiva sobre la cadena y los engranajes, a ambos lados y por lo menos hasta el plano inferior del eje trasero.

En todas las categorías con caja de cambios es obligatorio cubrir los engranajes y los porta-relación hasta el centro del eje del porta-relación.

Pg. 15

2.22 Llantas: Rines y Neumáticos

Los rines deben estar con llantas neumáticas (con o sin tubos) y deben ser 4 llantas.

Solamente las llantas deben tocar el suelo cuando el piloto esta abordo. 4 llantas significa que van dos adelante y dos atrás cualquier otra combinación está prohibida.

No se pueden usar llantas de diferentes "estilos" como las de lluvia con las normales. El acople de las llantas a los ejes debe incorporar un sistema de cierre de seguridad (por ejemplo pines de los que se abren por el otro lado y quedan enganchados, tuercas autoblocantes o "circlips").

Pg. 25

2.22.1 Rines

El uso de rines está relacionado al dibujo técnico número 4 en los apéndices.

1. Diámetro de acoplamiento de la llanta para rines de 5 in: 126,2 mm con una tolerancia de ± 1 mm para diámetros de rin tipo hump y de tipo tornillo.
2. El ancho del espacio de la llanta: 10 mm mínimo.
3. Diámetro externo para rin de 5 in: 136,2 mm
4. Radio para facilitar el balanceo de la llanta en su espacio: 8 mm
5. Presión máxima para ensamblaje: 4 Bar.
6. El test de resistencia de la llanta ante explosión por fluido interno es con una presión de 8 Bar.

7. Este rin debe estar manufacturado concordantemente con el dibujo técnico número 4.

Pg. 26

2.28 Batería

Solamente baterías selladas, que no necesiten mantenimiento, que sean anti-fuga son permitidas.

El uso apropiado suministrado por el fabricante debe ser respetado.

En los superkarts la batería puede alimentar la luz trasera, la ignición del motor y la bomba de agua. Deben estar ubicadas en el perímetro del chasis (Para KF en una zona ubicada al lado izquierdo de la silla detrás del puntal lateral o detrás de la silla). Estas baterías deben estar mecánicamente atadas al marco del chasis o en el Superkart al piso.

Pg. 31

Para categoría V, vehículos clase 1 (Karts-Eléctricos), la tracción de la batería debe ser cambiada durante la carrera si las regulaciones suplementarias lo permiten (Artículo 7.15).

(CIK-FIA, 2016, pág. 12)

Los siguientes tipos de baterías están permitidos:

- Níquel-hierro
- Níquel-Zinc
- Níquel-Hidruro-Metálico
- Ion-Litio
- Litio-Polímero
- Litio-Hierro-Fosfato

(CIK-FIA, 2016, pág. 12)

4.1.2 Voltaje de operación

El voltaje está limitado por 1000 voltios (Para los de categoría V, Clase 1 hasta 200 voltios) entre dos puntos (CIK-FIA, 2016, pág. 12).

4.1.3 Capacidad de energía de la batería de tracción

La capacidad C1 es la capacidad de la batería en Ah a una temperatura de 25°C y para una descarga completa de máximo 1 hora.

La capacidad C5 es la capacidad de la batería en Ah a una temperatura de 25°C y para una descarga completa de máximo 5 horas.

La capacidad C20 es la capacidad de la batería en Ah a una temperatura de 25°C y para una descarga completa de máximo 20 horas.

La energía es calculada como el resultado del producto del voltaje nominal de la batería en voltios y la capacidad C5 en Ah. La capacidad de energía debe estar expresada en kWh.

(CIK-FIA, 2016, págs. 12-13)

4.2 TREN DE POTENCIA

¿Qué es el tren de potencia?

El tren de potencia de un vehículo terrestre es en esencia, el conjunto de sistemas que produce la fuerza de tracción necesaria para moverlo. Cada parte de este gran sistema se considera un sistema por el nivel de complejidad de su funcionamiento individual. Se llama "tren" porque cada uno de los sistemas va en secuencia con el siguiente, como vagones en un tren y dependiendo del tipo de vehículo hay partes que no son necesarias o que deben tener ciertas modificaciones para que se acoplen correctamente al desempeño y funcionamiento del vehículo.

A continuación se puede observar la configuración general del tren de potencia de un vehículo de tracción trasera de 4 llantas:

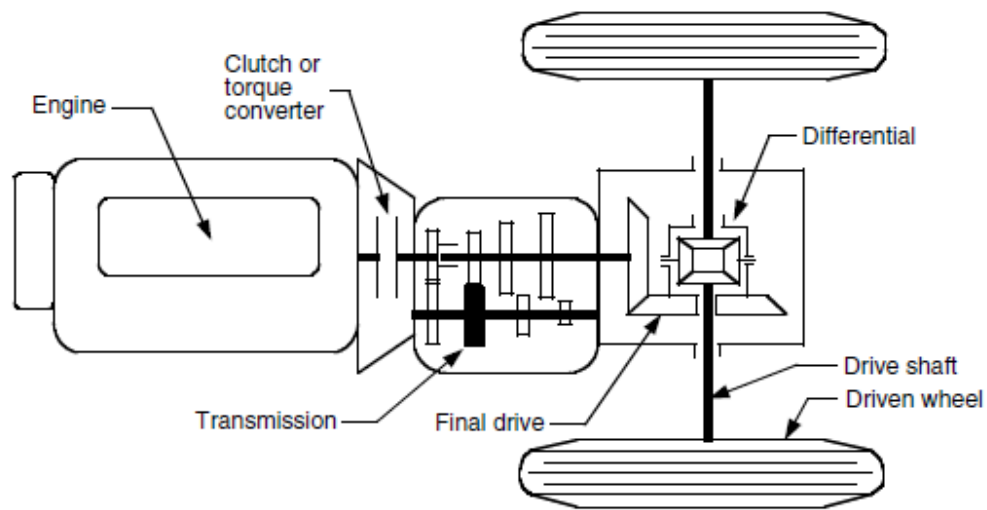


Ilustración 1 Tren de potencia de un vehículo terrestre (Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, Figura 2.8 Conceptual Illustration of an automobile power train, 2005)

Componentes:

1. Fuente de poder: Motor eléctrico o de combustión interna
2. Clutch o Conversor de Torque (Para más de una relación de transmisión):
Sirve para engranar o desengranar la caja de cambios al eje de salida de la transmisión que conecta con las llantas a través del diferencial.
3. Transmisión.
4. Diferencial: Engranajes que reparten el torque entregado por el motor a través de la transmisión dependiendo de las necesidades dinámicas instantáneas.
5. Llantas.

¿Qué es una transmisión?

Sistema que ajusta el perfil de velocidad-torque que entrega la fuente de poder a las necesidades de carga del vehículo.

Porcentaje de eficiencia de algunos componentes del tren de potencia:

- 99% La presencia de un clutch
- 95-97% por cada par de engranajes
- 98-99% por cada unión o cojinete

- En las Transmisiones manuales: 90% Relación directa, 85% Cualquier otra relación.

(Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, 2. Vehicle Fundamentals, 2005)

4.2.1 TRENES DE POTENCIA EN KARTS

Para entender un poco mejor los trenes de potencia de los karts, se decidió hablar con un estudiante de la Universidad de los Andes que lleva 8 años practicando este deporte automovilístico en Colombia. John ha manejado varios tipos de karts: El mejor que ha manejado es un *shifter* con un motor y transmisión honda (de una motocicleta) que alcanzaba unos $180 \frac{km}{h}$ y una aceleración de $0-100 \frac{km}{h}$ en 11 s. John también dijo que los karts normalmente utilizan una sola relación de transmisión y que dependiendo de las condiciones de la pista se hacen cambios en los piñones (va conectado al motor) y platos (va conectado al eje de las llantas) para suplir las necesidades de velocidad y torque del circuito.

Otro factor importante que entra en el diseño del tren de potencia de un kart es el hecho de que no es necesario tener un diferencial. Cuando el kart toma una curva se genera una fuerza centrípeta que actúa sobre éste y por el agarre de las llantas se produce una aceleración angular que fuerza al vehículo a hacer la curva (Hughes, 2010). Esta fuerza centrípeta tiene dos componentes, una vertical y una horizontal. La fuerza vertical en este caso imparte un torque a través del kart que hace que haya un cambio de peso hacia el lado exterior del kart (es decir el que va al exterior de la curva) (Hughes, 2010). Este cambio de peso ayuda a que la llanta que va al interior de la curva se levante un poco y no se necesiten velocidades angulares distintas en ellas, pues es solo una la que está dando la curva. Es importante resaltar que esto no ocurre en todos los vehículos y que la distancia entre las llantas traseras del kart afecta la manera en que la fuerza centrípeta es distribuida (Hughes, 2010).

4.2.2 MOTORES ELÉCTRICOS

Motores Eléctricos:

Motores de Corriente Directa	Motores de Corriente Alterna
------------------------------	------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> • De excitación: <ul style="list-style-type: none"> ❖ Independiente ❖ Serie ❖ "Shunt" o Derivación ❖ Compuesta o "Compund" 	<ul style="list-style-type: none"> • Síncronos • Asíncronos: <ul style="list-style-type: none"> ❖ Monofásicos: <ul style="list-style-type: none"> ▪ De bobinado auxiliar ▪ De espira en cortocircuito ▪ Universal ❖ Trifásicos: <ul style="list-style-type: none"> ▪ De rotor bobinado ▪ De rotor en cortocircuito o "Jaula de Ardilla"
---	---

Tabla 5 Clasificación de Motores Eléctricos (McGrawHill, 2010)

Los motores más utilizados en cualquier tipo de aplicación son los motores asíncronos de corriente alterna. La razón es que los motores de corriente continua y los síncronos tienen costos mucho más elevados de mantenimiento y de fabricación y por eso sólo se diseñan para aplicaciones específicas en las que no haya más opción.

MOTORES ASÍNCRONOS DE INDUCCION

A este tipo de motores se les da el nombre de asíncronos porque su eje móvil gira a una velocidad diferente que el sincronismo (campo magnético que rota) que lo compone. La forma de calcular la velocidad del sincronismo de un motor AC (Corriente Alterna) es:

$$n = \frac{60f}{p}$$

Donde n es la velocidad angular del sincronismo en RPM, f es la frecuencia de la red y p es la cantidad de pares de polos del motor.

Los motores **NO VARIAN** su velocidad nominal, la única forma de hacer que un motor eléctrico varíe la velocidad es con variadores de frecuencia.

Los motores eléctricos tienen dos partes principales, el rotor y el estator. Estas dos piezas van cubiertas por una carcasa.

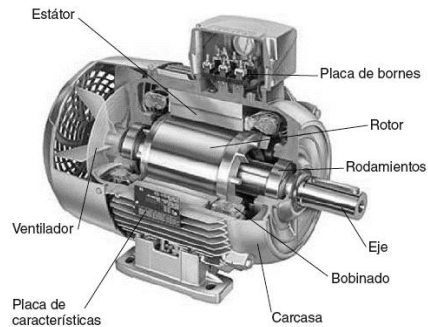


Imagen 2 Interior de un Motor eléctrico general (McGrawHill, 2010)

MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA

Los motores eléctricos de corriente directa o continua se dividen en tres clases principales y se diferencian por la manera en que la corriente de excitación está relacionada con el circuito inducido. El primero es el independiente o de excitación permanente, donde la corriente es independiente del circuito inducido, es decir que ambos devanados son alimentados por fuentes distintas (Xunta de Galicia, 2014). Los segundos son los motores de excitación en serie, a ambos devanados los recorre una misma corriente (la del circuito inducido). Finalmente están los derivados o "shunt", también conocidos como los motores de excitación en paralelo y como su nombre lo indica ambos devanados se conectan en paralelo (Xunta de Galicia, 2014).

FUENTE DE PODER, MOTOR DC:

La fuente de poder del vehículo es el principio de todo el tren, es con éste que se va a convertir la energía, ya sea almacenada en baterías o contenida en la gasolina, en movimiento. Para el caso del kart eléctrico se decidió utilizar motores con las siguientes características:

- Sin escobillas (*Brushless*)
- De imanes permanentes (*PM*)
- Sincrónico
- Trifásico
- Con entrada de voltaje DC.

¿QUÉ SIGNIFICAN ESTAS CARACTERÍSTICAS?

Principalmente, el rotor del motor, tiene incrustado imanes permanentes y el estator tiene 3 bobinas desfasadas (trifásico). Sincrónico significa que el rotor gira a la misma velocidad del sincronismo, es decir a la velocidad del flujo del campo magnético que se crea en el estator. El campo magnético es creado por una corriente directa, cuando la corriente entra al estator y pasa por las bobinas se convierte en una señal sinusoidal, por esta razón no necesita un conversor externo y se puede conectar directamente a las baterías. Finalmente no tienen escobillas que conecten el rotor con el estator, ya que no es necesario conducir la corriente de las bobinas al rotor (Seeler, 2014). El torque no depende de la velocidad de rotación del motor es por eso que sirven cuando se necesitan varias velocidades a un mismo torque, o cuando se necesitan varios torques de salida a una misma velocidad.

4.2.3 BATERÍAS

Las baterías son consideradas dispositivos, éstas almacenan energía eléctrica a través de compuestos químicos. El término "batería" aplica para dispositivos de almacenamiento recargables aunque su vida útil no es infinita (EcuRed, 2011). Hay diferentes tipos de baterías y se dividen principalmente por su composición química, a continuación se discuten algunas de las que son permitidas por la FIA-CIK:

Baterías de Ion-Litio

Estas baterías existen desde 1960 y su uso principal es en el área de la telefonía ya que tienen la capacidad de almacenar mucha energía. Otra de sus ventajas es que no pierden significativamente su capacidad de almacenamiento al no ser utilizadas. Una desventaja es que se sobrecalientan con más facilidad que otras baterías (Renobat, 2014).

Baterías Litio-Polímero

Son relativamente nuevas en el mercado (2006) y su tecnología sigue en desarrollo. Al cambiar el ion por un polímero hay más libertad en la forma que puede tener la batería. La densidad de almacenamiento es más alta que la de Ion-Litio. La desventaja principal es que se vuelven inestables cuando se pasan de los rangos de carga y descarga (Renobat, 2014).

Baterías de Níquel-Hidruro Metálico

Estas baterías existen desde los años 70 pero hasta hace poco fueron introducidas en el mercado como reemplazo de las baterías de níquel-cadmio pues fueron prohibidas en los países de la unión europea (Renobat, 2014).

4.3 MODELO DINÁMICO DE UN VEHÍCULO

El modelo dinámico es la herramienta que se utiliza tanto para caracterizar las curvas de conducción de un vehículo, cuando no se tienen los dispositivos necesarios para sacar directamente todas las variables que influyen en el movimiento del carro; como para predecir el comportamiento de un vehículo que se está diseñando y no se tiene un prototipo físico.

Los modelos dinámicos están limitados por el análisis de fuerzas y no por la velocidad de rotación del motor. Para comprobar que los resultados se ajustan al rango de velocidades del motor se utiliza la ecuación que relaciona la velocidad angular con la velocidad del carro.

La construcción del modelo dinámico requiere de una investigación previa del funcionamiento y el comportamiento de un vehículo bajo ciertas condiciones, a continuación se hace un breve resumen de la investigación. Al final de esta sección se explicará concretamente los datos que se incluyeron dentro del modelo.

Capítulo 1 Introducción

En 1886 se desarrollaron los primeros automóviles prácticos con motores de combustión los pioneros más reconocidos fueron Karl Benz y Gottlieb Daimler. Algunos otros que surgieron por los avances de esta época fueron:

- Rene Panhard
- Emile Lavassor
- Armand Peugeot
- Frank y Charles Duryea
- Henry Ford
- Ransom Olds

En Estados Unidos el modelo T de Henry Ford fue uno de los más importantes de la época y la creación de General Motors. En Europa los más importantes de la época fueron Daimler, Opel, Renault, Benz y Peugeot (Gillespie, 1992, pág. 2).

En las primeras décadas del siglo XX los esfuerzos ingenieriles se concentraron en invención y diseño de carros que fueran más rápidos, confiables y cómodos. Durante esta época los subsistemas de los carros funcionaban muy bien si se analizaban separadamente, pero cuando se unían en un solo sistema (vehículo) dejaban de ser eficientes. La mayoría de los problemas estaban relacionados a la vibración y a la respuesta del vehículo al tomar curvas; actualmente se sabe que había poco conocimiento de la mecánica de las llantas, una parte esencial del análisis de dinámica vehicular.

En el año 1931 se inventaron el dinamómetro de llantas y con esto lograron un avance en ingeniería y dinámica vehicular muy grande (Gillespie, 1992, pág. 3).

Introducción a la dinámica de vehículos

Para entender la dinámica de los vehículos se deben conocer las fuerzas y momentos generados por el neumático sobre el pavimento/suelo. El desempeño del vehículo es una respuesta a fuerzas impuestas sobre el carro. Parte del estudio de la dinámica de vehículos es entender cómo y porqué se producen estas fuerzas. Parte de la respuesta a estas preguntas resulta de la interacción entre el neumático y el suelo, que son las fuerzas dominantes en la dinámica vehicular.

A continuación se presentan algunas definiciones que van a ser necesarias para distinguir ciertos comportamientos del vehículo con respecto a otro:

- Tomar curvas (*Cornering*): puede ser cuantificado como en nivel de aceleración lateral que se puede mantener en una condición estable.
- Respuesta direccional: se cuantifica como el tiempo requerido para que una aceleración lateral se desarrolle completamente después de una entrada dada por el timón.
- Manejo: Es la facilidad con la que el conductor controla el carro usando las dos cualidades anteriores. Se evalúa que tanto del desempeño del vehículo depende de la combinación de conductor y carro.

(Gillespie, 1992, pág. 5)

Método analítico de dinámica vehicular

Este método es presentado en el libro *Fundamentos de dinámica vehicular* de Thomas de Gillespie y su propósito es explicar la mecánica de interés basándose en leyes físicas conocidas. El modelo presentado sirve también para identificar los factores más importantes, cómo operan y bajo qué condiciones. Lo más importante de este modelo es que predice situaciones bajo ciertas condiciones y se pueden modificar para alcanzar un desempeño deseado.

Como en todos los métodos analíticos se hacen simplificaciones y se asumen cosas que deben cumplirse en la realidad para que el método refleje correctamente lo que se desea. Es importante que el ingeniero entienda qué tipo de cosas fueron las que se asumieron cuando se modeló el sistema para evitar errores en el momento de aplicar el modelo a la realidad.

Las fuerzas principales que afectan la dinámica del vehículo son la gravedad, las fuerzas aerodinámicas y las de contacto en las llantas.

Masa Agrupada

Se puede representar todo el carro como una masa localizada en el centro de gravedad, esto se puede hacer cuando se van a hacer análisis de:

- Aceleración
- Frenado
- La mayoría de análisis de giros

Para el análisis de conducción con un camino determinado es necesario tratar las llantas como masas agrupadas separadas de la masa del resto del vehículo. El vehículo sería una masa con amortiguamiento y las llantas sin amortiguamiento. Aunque para el caso del kart que no tiene suspensión son sencillamente masas separadas.

El vehículo como una masa separada se asume como un cuerpo rígido.

Sistema de coordenadas del vehículo

Por convención de la SAE:

Lo más importante de las fuerzas en el modelo dinámico es que son definidas cuando actúan sobre el vehículo.

Por la convención del sistema de coordenadas hay algunas fuerzas que se deben explicar con más cuidado:

- Fuerza Normal: Va en la dirección positiva del eje "Z" (va hacia el suelo en condiciones normales de manejo).
- Fuerza Vertical: Va al contrario de la fuerza normal y es igual en magnitud.

Segunda Ley de Newton

Para hacer el análisis dinámico de un carro de manera práctica y correcta lo primero que se debe tener en cuenta es la Segunda Ley de Newton que dice que la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al producto de la aceleración de ese objeto en la dirección del movimiento por su masa.

$$\sum F = ma$$

Cuando es un sistema en rotación:

$$\sum T = I\alpha$$

Fuerzas dinámicas axiales

En el caso de los vehículos de 4 ruedas, las fuerzas dinámicas axiales son las que determinan la fuerza de tracción necesaria. Esta fuerza, por la segunda ley de newton, debe afectar la aceleración del vehículo.

Cuando el vehículo está acelerando es conveniente representar el efecto mediante una fuerza inercial equivalente conocida como la fuerza d'Alembert, ésta se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{W}{ga_x}$$

Donde el peso del vehículo es W , g es la gravedad y a_x la aceleración en el eje de análisis, que en el caso de los vehículos es normalmente el eje x.

Esta fuerza d'Alembert actúa en el centro de gravedad del vehículo en dirección opuesta a la aceleración del mismo.

Para comenzar el análisis, se puede mirar la condición más sencilla: cuando el vehículo está quieto y está en una carretera sin ningún gradiente (ángulo 0°).

Las fuerzas verticales en cada llanta son:

$$W_{fs}(front): \frac{Wc}{L}$$

$$W_{rs}(rear): \frac{Wb}{L}$$

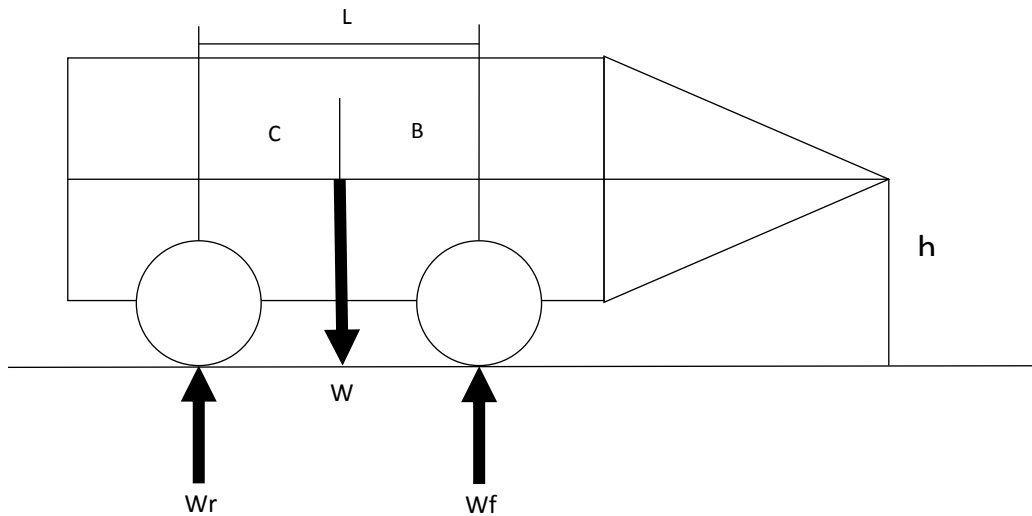


Ilustración 3 vehículo en una carretera

La siguiente condición es cuando el carro está andando a bajas velocidades y no hay ángulo en la carretera. Por la condición de bajas velocidades se aproxima a que la fuerza aerodinámica sobre el carro es 0 y las ecuaciones de las fuerzas verticales en cada llanta son:

$$W_f: W \left(\frac{c}{L} - \frac{a_x}{g} \frac{h}{L} \right)$$

$$W_r: W \left(\frac{b}{L} + \frac{a_x}{g} \frac{h}{L} \right)$$

(Gillespie, 1992, pág. 13)

Con estas ecuaciones lo que se puede ver es que cuando el carro acelera la carga se distribuye proporcionalmente con la aceleración, del eje frontal al eje trasero.

Finalmente se analiza este comportamiento cuando hay un gradiente lo suficientemente pequeño para que:

$$\cos(\theta) = 0,99 \cong 1$$

$$\text{sen}(\theta) = \theta$$

$$W_f = W \left(\frac{c}{L} - \frac{h}{L} \theta \right)$$

$$W_r = W \left(\frac{b}{L} - \frac{h}{L} \theta \right)$$

(Gillespie, 1992, pág. 14)

Capítulo 2 Desempeño de aceleración

La máxima aceleración longitudinal de un vehículo está determinada por uno de dos limitantes:

- La potencia del Motor.
- Límites de tracción en las llantas conectadas al tren de potencia.

Dependiendo de cuál de los dos es más "importante" la velocidad del vehículo se ve afectada.

Normalmente a poca velocidad el limitante es la tracción y a altas velocidades el limitante es la potencia del motor (Gillespie, 1992, pág. 21).

Aceleración limitada por la potencia

Para identificar si este es el caso, se debe hacer un análisis de las características del motor y de la interacción de estas en el tren de potencia (Gillespie, 1992, pág. 21).

Motores

La propulsión del tren viene del motor. Las curvas que caracterizan a un motor son las de Torque vs. Velocidad y las de Potencia vs. Velocidad; el torque y la potencia están relacionados con la velocidad angular del motor mediante la siguiente ecuación:

$$Potencia = Torque \times Velocidad Angular$$

La razón entre la potencia del motor y el peso del vehículo es el primer determinante del desempeño de aceleración (Gillespie, 1992, pág. 22). En velocidades bajas y moderadas un límite superior de la velocidad puede ser obtenido si se ignoran todas las fuerzas de resistencia que actúan sobre el vehículo. De la segunda Ley de Newton:

$$ma_x = F_x$$

Donde F_x es la fuerza de tracción del vehículo, a_x es la aceleración del vehículo y m es la masa del vehículo. Para cálculos rápidos existe una ecuación basada en la anterior que relaciona la velocidad lineal del carro con la potencia:

$$a_x = \frac{1}{m} F_x = 550 \frac{g}{V} \frac{P(hp)}{W} \left(\frac{ft}{s^2} \right) \text{ (Gillespie, 1992, pág. 23)}$$

Donde g es la gravedad, W es el peso del vehículo, V la velocidad lineal del vehículo y $P(hp)$ la potencia del motor en caballos de fuerza.

Los cálculos rápidos para los cuales es posible usar esta ecuación son: diseño de rampas, distancia de visibilidad para una intersección, etc.

Tren de potencia

Aunque anteriormente se habló del tren de potencia en general, aquí se van a discutir las ecuaciones que gobiernan su funcionamiento general.

El torque nominal del motor se mide a velocidad constante en un dinamómetro, cuando se usa realmente el motor en el carro y se conecta a todas las partes que componen el tren de potencia, este torque se reduce porque existe una cantidad necesaria que debe utilizarse para acelerar la inercia de los componentes rotacionales (Gillespie, 1992, pág. 23). Por eso para calcular el torque real que entrega a través del clutch a la transmisión (hay que recordar que este libro se basa en vehículos de combustión interna):

$$T_{clutch} = T_i + I_i \alpha_i$$

El subíndice i indica que es del motor. Ahora el torque que entrega la transmisión al eje que conecta con el diferencial (*driveshaft*):

$$T_{diferencial} = (T_{clutch} - I_t \alpha_i) N_g$$

Donde el subíndice t indica que es de la transmisión y N_g es la relación numérica de transmisión. La transmisión aumenta el valor del torque entregado por el motor a través del clutch pero la inercia de la misma disminuye un poco este valor (Gillespie, 1992, pág. 25).

$$T_a = F_t r + I_{ll} \alpha_{ll} = (T_{diferencial} - I_{diferencial} \alpha_{diferencial}) N_f$$

Donde T_a es el torque en el eje de las llantas, F_t es la fuerza de tracción, I_{ll} es la inercia de las llantas, α_{ll} es la aceleración rotacional de las llantas, r es el radio de las llantas y N_f es la relación numérica del diferencial.

Las aceleraciones rotacionales están dadas por:

$$\alpha_{diferencial} = N_f \alpha_{ll}$$

$$\alpha_i = N_g \alpha_{diferencial}$$

Con todas las ecuaciones anteriores se puede calcular la fuerza de tracción disponible en el piso:

$$F_t = \frac{T_i N_{tf} \eta_{tf}}{r} - \{(I_i - I_t) N_{tf}^2 + I_d N_f^2 + I_{ll}\} \frac{a_x}{r^2}$$

Donde N_{tf} es la multiplicación de las relaciones numéricas del diferencial y la transmisión y η_{tf} es la multiplicación de las eficiencias de la transmisión y el diferencial.

Explicación de la ecuación de la fuerza tractiva

El primer término es la fuerza tractiva en estado estable que está disponible para superar las fuerzas de resistencia: la rodadura, la aerodinámica y la fuerza debida al gradiente de la carretera. El segundo término representa la "pérdida" de fuerza de tracción debida a la inercia de los componentes rotatorios del tren de potencia (Gillespie, 1992, pág. 26).

Desempeño de aceleración del vehículo

$$M a_x = \frac{W}{g} a_x = F_t - F_g - F_w - F_r$$

Esta ecuación originalmente en el libro de Thomas D. Gillespie tiene una variable más denominada como R_{hx} que es la fuerza de un remolque si fuese agarrado a la parte trasera del vehículo pero para este caso no es necesaria.

Las demás variables son: F_g que es la fuerza que se opone al movimiento del vehículo cuando existe un gradiente en la carretera, F_w es la fuerza que ejerce el viento sobre el vehículo. Esta fuerza tiene dos componentes: el arrastre geométrico y la fricción debido a la capa límite (Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, 2. Vehicle Fundamentals, 2005, pág. 25). El arrastre geométrico ocurre porque el carro empuja una masa de aire que se encuentra frente a él, pero como el aire no se desplaza tan rápidamente se comprime y aumenta la presión. Además el espacio que deja el carro en la parte trasera donde el aire no llega tan rápidamente crea una zona de baja presión. Por otro lado, la fricción debido a la capa límite es principalmente que las moléculas de aire cercanas al carro se mueven a la velocidad del mismo pero a medida que se alejan en el sentido vertical son más lentas por la viscosidad del fluido (aire), esta diferencia de velocidades crea una fuerza que se opone al movimiento del vehículo (Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, 2. Vehicle Fundamentals, 2005, pág. 26). Por último F_r es la fuerza de rodadura que es causada por la histéresis en el material de las llantas y se genera una distribución asimétrica de las fuerzas de reacción con el piso. La fuerza se hace más grande en la parte más delantera de la llanta que está en contacto con el piso y genera un par que va en contra del rodamiento de la llanta (Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, 2. Vehicle Fundamentals, 2005, pág. 23).

El término de las inercias se suma a la masa del vehículo como una masa equivalente:

$$(m + m_r)a_x = \frac{W + W_r}{g} a_x$$

$$(m + m_r)a_x = \frac{T_i N_{tf} \eta_{tf}}{r} - F_g - F_w - F_r$$

Donde:

$$m_r = \frac{I_{efectiva}}{r^2}$$

Aceleración limitada por la tracción

Asumiendo que la potencia del motor es suficiente para alcanzar las aceleraciones deseadas, la aceleración va a estar limitada por el coeficiente de fricción entre la llanta y la carretera:

$$F_t = \mu W_l$$

Donde W_l es el peso en las llantas tractivas y μ es el valor pico del coeficiente de fricción (Gillespie, 1992, pág. 35). El peso en las llantas tractivas depende de: la carga estática y dinámica y en cualquier cambio de carga transversal debida al torque.

Este último tipo de carga ocurre en todos los ejes sólidos así sea en la parte delantera o trasera del vehículo.

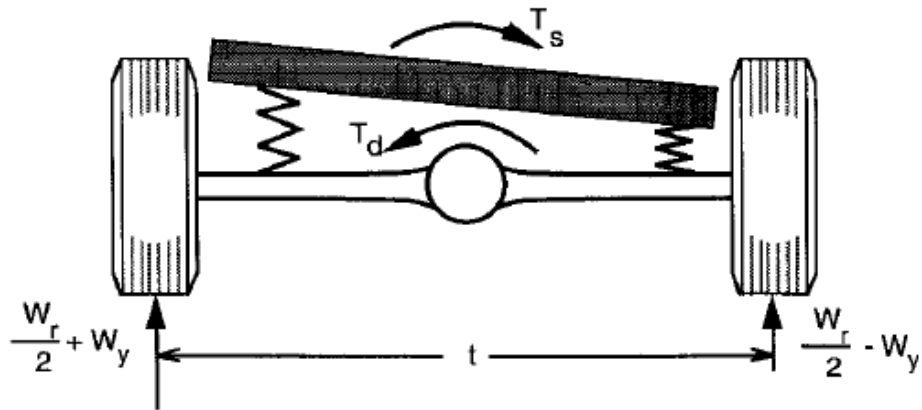


Ilustración 4 Distribución de carga lateral en un vehículo con diferencial

(Gillespie, 1992, pág. 36)

Lo que se puede observar en la ilustración 4, el eje que conecta la transmisión con el diferencial hace un torque (T_d) y la reacción del chasis es hacer un torque en sentido contrario (T_s). La diferencia entre los torques es absorbida por las llantas como una diferencia de peso. Si ambas llantas soportan diferentes cargas, la llanta con menos carga va a ser la que establezca el límite, pues F_t va a ser más pequeña (Gillespie, 1992, pág. 36).

ECUACIONES DEL MODELO DINÁMICO

Fuerza de Tracción:

$$F_t = \frac{T_i N_g \eta_g}{r_{ef}} - \left\{ \frac{(I_i - I_g)}{N_g^2} + I_{eje} + I_{ll} \right\} \frac{a_x}{r_{ef}^2}$$

Donde

$F_t = \text{Fuerza de tracción}$

$T_i = \text{Torque del motor}$

$N_g = \text{Relación de la transmisión}$

$\eta_g = \text{eficiencia de la transmisión}$

$r_{ef} = \text{Radio efectivo de las llantas}$

$I_i = \text{Inercia del rotor del motor}$

$I_g = \text{Inercia de la transmisión}$

$I_{eje} = \text{Inercia del eje de las llantas}$

$I_{ll} = \text{Inercia de las llantas}$

$a_x = \text{Aceleración del carro en el eje } x$

Aceleración del vehículo

$$ma_x = \frac{W}{g} a_x$$

$$ma_x = F_t - F_g - F_w - F_r$$

Donde

$F_g = \text{Fuerza por ángulo de la carretera}$

$F_w = \text{Fuerza de arrastre}$

$F_r = \text{Resistencia a la rodadura}$

$W = \text{peso del kart}$

$m = \text{masa del kart}$

Unidas

$$(m + m_r)a_x = \frac{T_i N_g \eta_g}{r_{ef}} - F_g - F_w - F_r$$

Donde

$m_r = \text{Masa equivalente de las inercias}$

Ahora las ecuaciones para cada uno de los términos son:

$$N_g = \frac{\text{Número de dientes out}}{\text{Número de dientes in}}$$

$$\eta_g = 95 - 97\%$$

$$r_{ef} = 0,98 r$$

Donde

$$r = \text{radio geométrico}$$

Siguiendo

$$I_g = \frac{m_p r_p^2}{2} + \frac{m_{pl} r_{pl}^2}{2}$$

Donde

$$r_p = \text{Radio del piñon}$$

$$r_{pl} = \text{Radio del plato}$$

Siguiendo

$$I_{eje} = \frac{m_{eje} r_{eje}^2}{2}$$

Donde

$$r_{eje} = \text{Radio del eje}$$

Siguiendo

$$I_{ll} = m_b r^2 + \frac{m_d (r^2 - r_i^2)}{2}$$

Donde

$$m_b = \text{masa de la banda del entramado de la llanta}$$

$$m_d = \text{masa del disco de la llanta}$$

$$r_i = \text{radio interno del neumático}$$

Siguiendo

$$F_g = W \sin(\theta)$$

Donde

$$\theta = \text{ángulo de la carretera}$$

Siguiendo

$$F_w = \frac{1}{2} \rho A_f C_d (v + v_w)^2$$

Donde

$$\rho = \text{Densidad del aire}$$

$$A_f = \text{Área frontal del Kart}$$

$$C_d = \text{Coeficiente de arrastre (0,80 – 0,89)}$$

$$v = \text{velocidad del kart}$$

$$v_w = \text{velocidad del viento (para este caso 0)}$$

Siguiendo

$$F_r = W_r f_r \cos(\theta)$$

Donde

$$W_r = W \left(\frac{b}{L} + \frac{a_x}{g} \frac{h}{L} \right)$$

$$f_r = 0,01 \left(1 + \frac{v}{100} \right)$$

(Ehsani, Gao, Gay, & Emadi, 2. Vehicle Fundamentals, 2005, pág. 25)

Donde

$$v = \text{en } \frac{km}{h} \text{ hasta 128 funciona la ecuación}$$

Siguiendo

$$m_r = \frac{\left\{ \frac{(I_i - I_g)}{N_g^2} + I_{eje} + I_{ll} \right\}}{r_{ef}^2}$$

Para calcular la velocidad angular del motor:

$$\omega_i = \frac{N_g v}{r_{ef}}$$

5. RESULTADOS

5.1 CURVAS DE CONDUCCION DEL KART DE COMBUSTION INTERNA

El día 19 de marzo de 2016, se hizo una salida de campo al Kartódromo de Tocancipá. Las personas que asistieron a este evento fueron: John Paul Portilla, David Muñoz, Andrés González, Felipe Velázquez y Mariana Córdoba. John es estudiante de Ingeniería Mecánica y por medio de él se consiguió el permiso para asistir al Kartódromo a sacar curvas de conducción.

Las curvas de conducción se obtuvieron de un Kart con chasis Birel, (como el que el equipo de FSAE tiene disponible en la Universidad) de combustión interna, con un motor de 125 cc de 2 tiempos de Parilla-Iame, su referencia exacta es: SUDAM 125 Parilla 2 Stroke. La mezcla de aceite con gasolina es del 6%, aproximadamente 7 onzas de aceite (XPS ROTAX FULL SYNTHETIC) por cada galón de gasolina extra.

Las pruebas fueron hechas en dos tiempos: una de 9:57 am a 10:08 am y otra de 10:42 am a 10:53 am. El conductor era John y los datos fueron recolectados en el VBox III Racelogic y con el VBox Sport, ambos dispositivos de la Universidad de los Andes.

INFORMACIÓN RECOLECTADA

Los dispositivos utilizados tienen las mismas características de funcionamiento, la diferencia principal es el tamaño (el VBox Sport es mucho más compacto) y la frecuencia de muestreo.

VBox III Racelogic: Este es un dispositivo que funciona principalmente con un Sistema de Posicionamiento Global (GPS- Siglas en inglés) y que va archivando sus datos en una tarjeta SD. Tiene dos frecuencias de muestreo principales: 100 Hz y 20 Hz. Los datos que guarda por defecto son los siguientes:

- Número de satélites a los que está conectado (de los que está recibiendo información).
- Tiempo en el que se guardó esa línea de datos.
- Latitud (min)
- Longitud (min)
- Velocidad ($\frac{km}{h}$)
- Rumbo (°)
- Altitud (m)
- Velocidad Vertical ($\frac{m}{s}$)
- Tiempo de Frenado

A continuación, en la tabla 5 se puede ver cómo se guardan todos los datos mencionados anteriormente:

Tabla 6 Líneas de datos del VBox III en Excel.

[column]	names]								
sats	time	lat	long	velocity	heading	height	vert-vel	pot	event-1
[data]									
7	145640,16	297,76	4436,98	0,13	0,00	2600,55	-0,03	2,05E-03	0
7	145640,17	297,76	4436,98	0,07	0,00	2600,45	0,00	2,12E-03	0

5.1.1 CONDICIONES DE LA PRUEBA

Para la primera toma de datos las condiciones climáticas, al principio de la prueba, eran las siguientes:

Temperatura del aire: 21°C

Presión: 101600 Pa

Humedad relativa: 74%

Utilizando un programa disponible en el Centro Nacional de Meteorología Mexicano (CENAM) es posible calcular la densidad del aire:

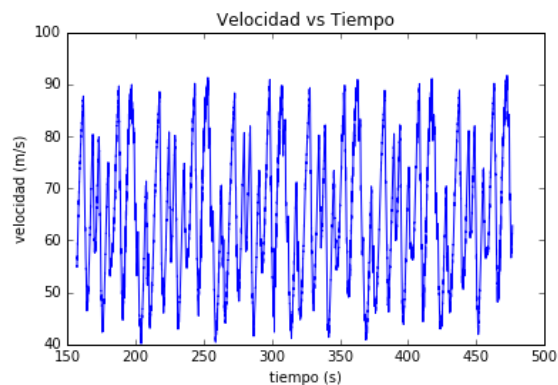
$$\rho = 1.19549 \frac{kg}{m^3}$$

(CENAM, 2013)

El coeficiente de arrastre utilizado fue tomado de una tesis de la *Universidad de Vergata* en Roma Italia. La tesis consiste en cuantificar el coeficiente de arrastre en un go-kart y se hace por dos métodos, uno experimental donde se prueba un go-kart con ciertas condiciones en una pista y otro mediante CFD donde se ponen unas condiciones de manejo y se calcula el coeficiente (Giancolini, 2014). El valor obtenido fue de 0.889 y para el modelo se utilizó 0.89.

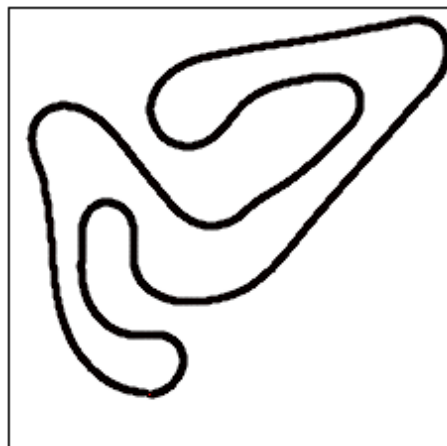
GRÁFICAS

Después de tratar los datos con el código realizado, basado en la teoría de modelamiento dinámico de vehículos de Gillespie, se obtuvieron las siguientes gráficas:

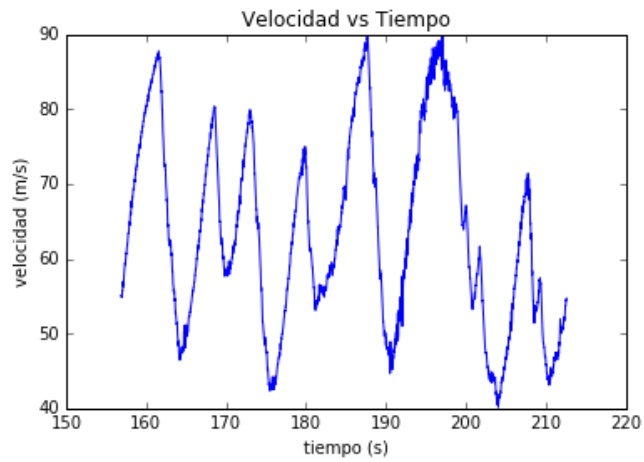


Gráfica 1 Velocidad vs. Tiempo muestreo general de las 5 vueltas analizadas.

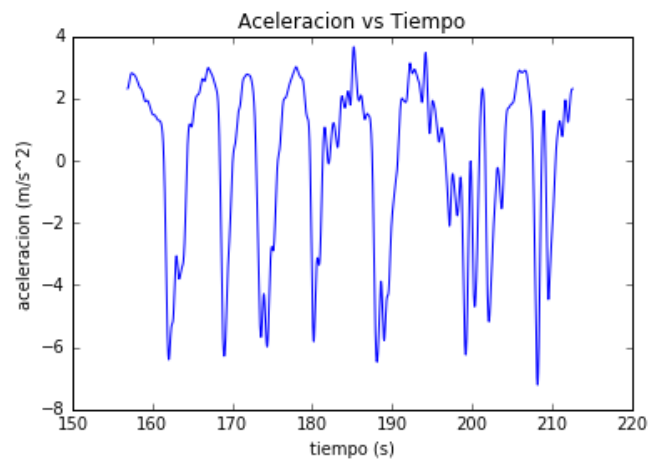
Primera Vuelta



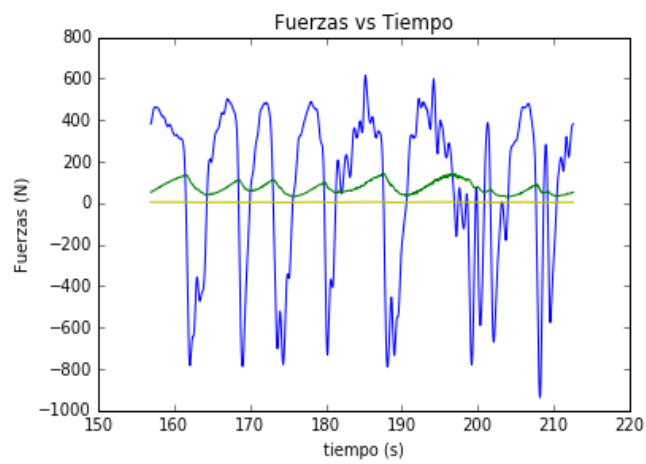
Gráfica 2 Recorrido en la Primera Vuelta.



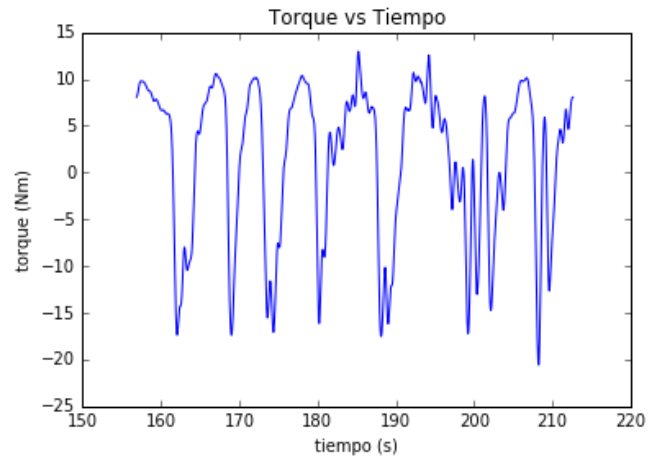
Grafica 3 Velocidad Primera Vuelta



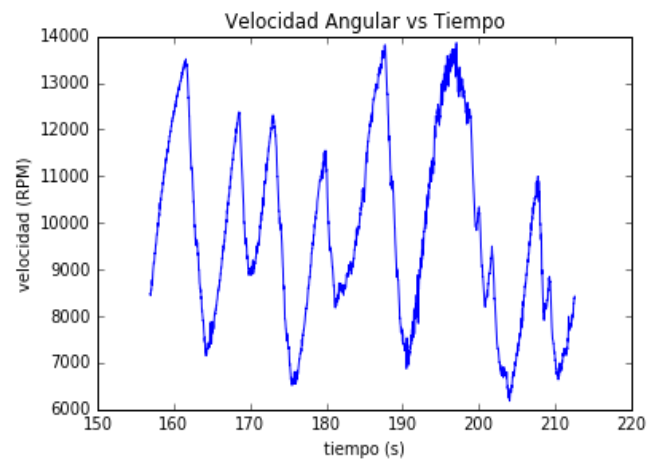
Grafica 4 Aceleración Primera Vuelta



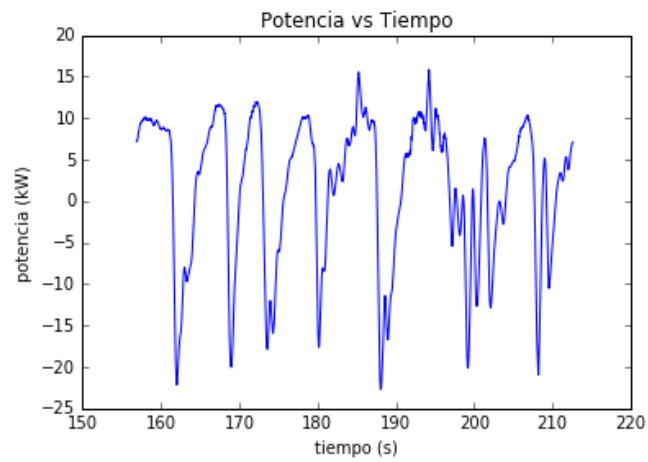
Grafica 5 Fuerzas Primera Vuelta



Grafica 6 Torque Primera Vuelta

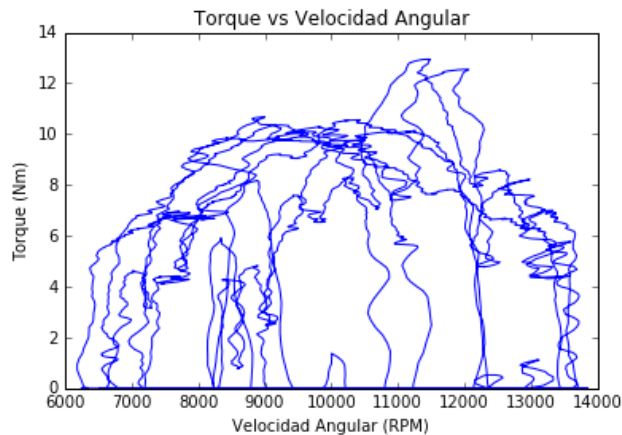


Grafica 7 Velocidad Angular del Motor Primera Vuelta



Grafica 8 Potencia entregada por el motor Primera Vuelta

Gráfica de torque contra velocidad angular del motor de combustión



Gráfica 9 torque vs. Velocidad angular del motor de combustión

Como se puede observar de las gráficas anteriores las 5 vueltas que fueron medidas con el VBOX fueron consistentes entre ellas. Todas tienen un comportamiento muy similar y alcanzan velocidades máximas parecidas cercanas a los $90 \frac{km}{h}$. La gráfica 2 es en realidad el recorrido realizado por el kart y fue diagramado utilizando los datos de posición que entrega el VBOX. Esta gráfica nos muestra como era físicamente el circuito en el que se estaba trabajando y las características de las curvas y las rectas en él.

La gráfica 3 es la de velocidad contra tiempo, en ésta se puede ver que las velocidades máximas siempre rondaban los $90 \frac{km}{h}$ y las mínimas era de $40-45 \frac{km}{h}$. Además, se puede observar que la conducción de un kart en este tipo de circuitos tiene pocas zonas estables de velocidad, todo el tiempo se está acelerando y desacelerando alcanzando picos en ambas ocasiones. Después de esta sigue la gráfica de aceleración donde es posible afirmar que hay desaceleraciones de hasta $7 \frac{m}{s^2}$ que es un cambio de velocidad de $90 \frac{km}{h}$ a $40 \frac{km}{h}$ en alrededor de 7 s. Las aceleraciones máximas registradas son de $3.66 \frac{m}{s^2}$ y $3.21 \frac{m}{s^2}$.

Seguidamente se puede observar la gráfica 5 que es la gráfica de fuerzas en este punto se debe aclarar que significa cada color, es decir a que fuerza está asociada. La gráfica en color azul representa la fuerza de tracción y es posible notar que alcanza valores de $500 N$ en las 5 vueltas. La gráfica de color verde representa la fuerza de arrastre esta alcanza valores de hasta $200 N$ y tiene un comportamiento similar durante toda la vuelta, es decir tiene un patrón. La fuerza que depende del ángulo de inclinación es 0 en este caso ya que

los cambios en la inclinación de la pista no eran significativos. La última gráfica es la de color amarillo y representa la fuerza de rodadura. Se puede ver que tiene valores muy pequeños y esto se debe al coeficiente de rodadura que como se pudo observar en la sección de ecuaciones del modelo, depende de la velocidad del vehículo. Este coeficiente es la única ecuación que no fue tomada del libro de Gillespie si no que fue tomada del libro *Modern Electric, Hybrid Electric and Fuel Cell Vehicles* y se usa para vehículos corrientes hasta velocidades de $128 \frac{km}{h}$.

La gráfica 6 es la de torque, los valores máximos alcanzados de torque son de $15 Nm$. Luego se puede ver la gráfica de velocidad angular del motor donde alcanza revoluciones por minuto de 14000. Finalmente se muestra la curva de potencia contra tiempo del kart de combustión interna (gráfica 8) y se puede ver que alcanza $14000 kW$, que son aproximadamente $19 hp$ este resultado fué lo que los asistentes de pista de John dijeron que entregaba nominalmente ese motor.

Por último, la gráfica 9, es la gráfica de torque del motor contra velocidad angular, se puede ver que tiene el comportamiento de una gráfica típica de un motor de combustión interna. En las revoluciones más bajas el torque es bajo y a medida que llega a su zona óptima se va estabilizando en un rango de velocidad, en este caso entre 8500 y 11500 *rpm*. Luego a velocidades angulares altas vuelve a caer el torque hasta llegar a 0 en 14000 *rpm*.

5.2 ELECCION DEL MOTOR ELÉCTRICO

Teniendo en cuenta las características presentadas en el marco teórico para la elección del motor, se escogieron 10 referencias de motores para ser comparadas y elegir el que más se ajustara a los requerimientos del vehículo. A continuación se puede ver el resumen de las características de los motores, todos fueron tomados de la página web del distribuidor *Electric Motor Sport*:

Tabla 7 características de los motores en comparación (Electric Motor Sport, 2016).

Referencias	Tipo	Potencia Continua (kW)	Potencia Pico (kW)	Velocidad Angular Máx (rpm)	Voltaje máx (V DC)	Eficiencia Máxima (%)
DLC-20	Brushless	12,00	30,00	6500	72	92
DLC-28	Brushless	15,00	38,00	6500	120	92
ME1202	Brushless	10,00	24,00	6500	72	84
ME0201014201	Brushless	5,00	13,00	5000	96	92
ME0201013601	Brushless	4,47	14,17	3600	72	90
ME0913	Brushless	12,00	30,00	5000	96	92
ME1114	Brushless	10,00	24,00	5000	72	92
ME1115	Brushless	12,00	30,00	5000	96	92
ME1117	Brushless	4,47	14,17	5000	48	90
ME1118	Brushless	4,47	14,17	5000	72	90
ME1305	Brushless	4,47	14,17	5000	48	90

Tabla 8 Características de los motores en comparación. (Electric Motor Sport, 2016)

Referencias	Peso (kg)	Torque Continuo (Nm/amp)	Torque Pico (Nm)	Precio (US)	Notas Importantes
DLC-20	15,88	0,120	101,68	1395	Se enfria con agua
DLC-28	15,88	0,150	100,00	1495	Se enfria con agua y glycol
ME1202	16,47	0,120	81,35	1200	Golfcars
ME0201014201	NA	NA	NA	450	Necesita un ventilador externo
ME0201013601	9,98	0,135	NA	450	La velocidad angular fue deducida
ME0913	15,88	NA	90,00	950	
ME1114	15,88	0,120	81,35	1050	
ME1115	15,88	0,150	90,00	1150	
ME1117	9,98	0,135	38,00	615	
ME1118	9,98	0,135	NA	615	
ME1305	9,98	0,135	NA	615	

Por los resultados obtenidos de las curvas de conducción del kart de combustión interna es de esperar que el kart eléctrico alcance velocidades de $90 \frac{km}{h}$ y que el torque entregado debe estar alrededor de los $40 Nm$ para obtener aceleraciones de $3.65 \frac{m}{s^2}$. Además de ésto, otros factores como el voltaje máximo fueron tenidos en cuenta pues entre más alto sea este valor más baterías son necesarias para aprovechar realmente el motor y por ende más peso y más costo es añadido al carro.

A continuación la tabla de valores donde se puede observar cuál es el motor que mejor se acopla a las necesidades del kart:

Tabla 9 Análisis de características de los motores

Referencias	Tipo	Potencia Continua (kW)	Potencia Pico (kW)	Velocidad Angular Máx (rpm)	Voltaje máx (V DC)	Eficiencia Máxima (%)
DLC-20	Brushless	3	3	1	2	3
DLC-28	Brushless	4	4	1	0	3
ME1202	Brushless	2	2	1	2	1
ME0201014201	Brushless	1	1	1	1	3
ME0201013601	Brushless	1	1	0	2	2
ME0913	Brushless	3	3	2	1	3
ME1114	Brushless	2	2	2	2	3
ME1115	Brushless	3	3	2	1	3
ME1117	Brushless	1	1	2	3	2
ME1118	Brushless	1	1	2	2	2
ME1305	Brushless	1	1	2	3	2

Tabla 10 Análisis de las características de los motores.

Referencias	Peso (kg)	Torque Continuo (Nm/amp)	Torque Pico (Nm)	Precio (US)	Total
DLC-20	1	1	0	0	14
DLC-28	1	3	0	0	16
ME1202	1	1	1	0	11
ME0201014201	NA	NA	NA	3	10
ME0201013601	3	2	NA	3	14
ME0913	1	NA	1	1	15
ME1114	1	1	1	1	15
ME1115	1	3	1	0	17
ME1117	3	2	2	2	18
ME1118	3	2	NA	2	15
ME1305	3	2	NA	2	16

Siguiendo los criterios que fueron enunciados anteriormente el motor que mejor se ajusta a nuestras necesidades es el ME1117, luego el ME1115 y en tercer lugar se encuentran el ME1305 y el DLC-28.

5.3 ELECCIÓN DE LA RELACION DE TRANSMISIÓN

Para elegir la relación de transmisión del kart eléctrico se utilizó el código del modelo dinámico y los datos de las curvas de conducción del kart de combustión interna, haciendo variaciones en la masa total del vehículo y en detalles como la inercia del rotor. Cuando se hizo la prueba con estos datos, se llegó a la conclusión que el kart eléctrico no podía seguir rigurosamente esas curvas pues las condiciones bajo las cuales trabaja el motor no

se acoplan completamente a las del vehículo de combustión interna. A continuación en la tabla 11 se pueden ver las tres relaciones obtenidas, las velocidades angulares y los torques máximos necesarios para ajustarse a los datos en cada una de las 5 vueltas:

Tabla 11 relaciones obtenidas para cada vuelta.

Vuelta	Dientes del Piñon	Dientes del Plato	N_g	Torque máx requerido (N/m)	Velocidad angular (rpm)	Velocidad Lineal Máx (km/h)	Velocidad máx reales (km/h)	Aceleraciones máx reales (m/s^2)
1	11	31	2,82	38,61	4939,01	90	89,95	3,66
	11	35	3,18	34,20	4956,71	80		
	11	39	3,55	30,69	4832,79	70		
2	11	31	2,82	33,98	4939,01	90	91,30	3,13
	11	35	3,18	30,10	4956,71	80		
	11	39	3,55	27,01	4832,79	70		
3	11	31	2,82	31,85	4939,01	90	90,89	2,98
	11	35	3,18	28,21	4956,71	80		
	11	39	3,55	25,31	4832,79	70		
4	11	31	2,82	35,06	4939,01	90	90,92	3,09
	11	35	3,18	31,05	4956,71	80		
	11	39	3,55	27,87	4832,79	70		
5	11	31	2,82	33,73	4939,01	90	91,06	3,21
	11	35	3,18	29,88	4956,71	80		
	11	39	3,55	26,81	4832,79	70		

En conclusión los platos y piñones con los que se puede trabajar son:

Tabla 12 relación de transmisión para el kart eléctrico

Dientes del Piñon	Dientes del Plato	N_g
11	31	2,82
11	35	3,18
11	39	3,55

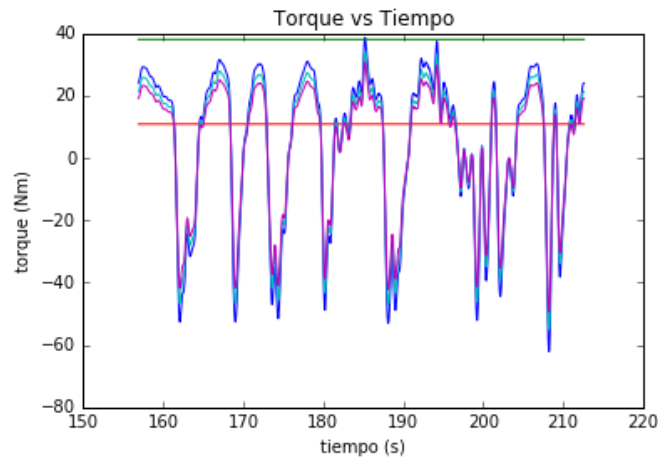
La forma real de comprobar que estas relaciones funcionarían y darían curvas muy cercanas a las curvas del kart de combustión interna es probándolas en la pista de Tocancipá con el kart eléctrico, por ahora sólo se pueden sacar algunas conclusiones que se irán explicando a lo largo de la siguiente sección.

5.4 CURVAS DE CONDUCCIÓN DE UN KART ELÉCTRICO

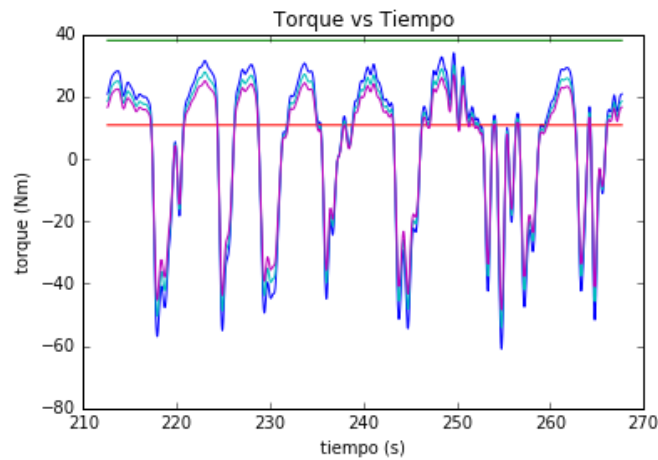
En este caso las curvas de conducción del kart eléctrico no son realmente las que corresponden a su desempeño, son el ajuste de las curvas de conducción del kart de combustión interna. Para ilustrar mejor algunos factores que se ven involucrados en el desempeño del vehículo se muestran las curvas de torque contra tiempo para las

diferentes relaciones escogidas y para las diferentes vueltas, además se marcan el torque continuo (línea roja, $5.42Nm$) que entrega el motor y el torque pico (línea verde, $38 Nm$):

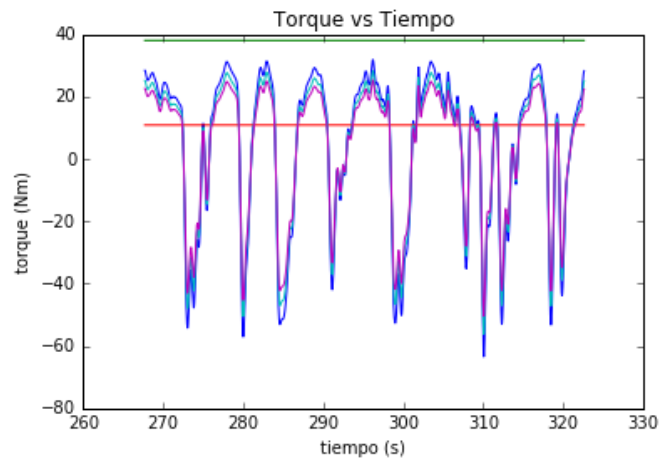
La gráfica de color azul oscuro representa la curva de torque del motor para una relación de transmisión de 2,82, la gráfica de color cian representa la curva del torque del motor para una relación de transmisión de 3,18 y la gráfica de color magenta representa la curva del torque del motor para una relación de transmisión de 3,55.



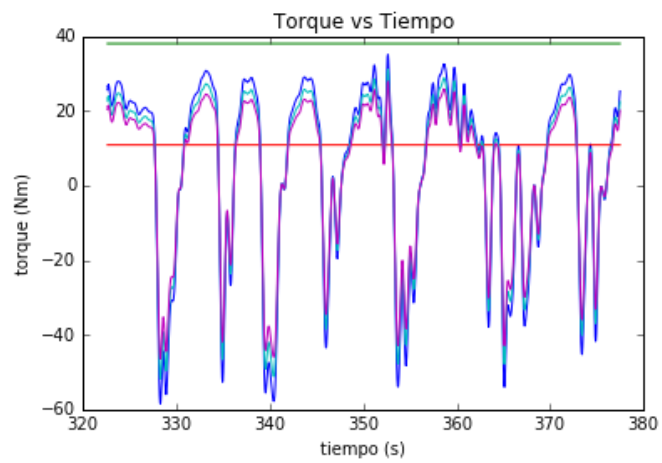
Grafica 10 vuelta 1



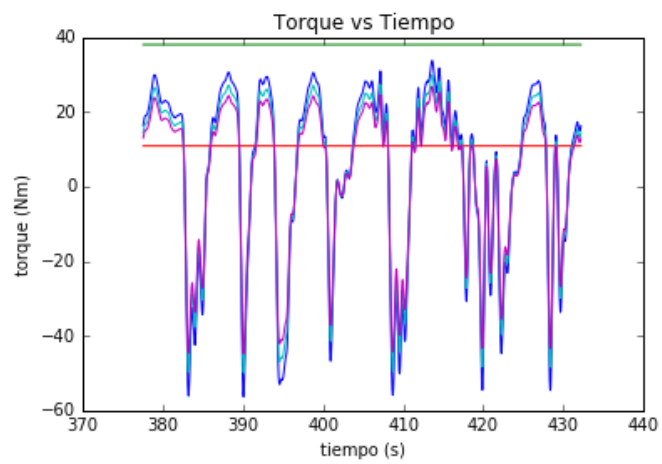
Grafica 11 vuelta 2



Grafica 12 vuelta 3



Grafica 13 vuelta 4



Grafica 14 vuelta 5

Lo otro que se determinó mediante el uso de las gráficas de torque fue el tiempo que el motor eléctrico debía durar por encima del torque continuo y por debajo con el fin de asemejarse a la conducción del kart de combustión interna.

El tiempo más largo que el motor dura trabajando por encima del torque continuo es de 6 segundos que es en el sexto pico (se puede observar en la gráfica). El máximo tiempo que dura trabajando por debajo son 3.8 segundos aproximadamente.

5.4.1 DETERMINACIÓN DE VARIABLES

Para calcular la masa del vehículo se realizó un modelo del chasis original que se encuentra en la universidad en un programa de diseño de ingeniería llamado Autodesk Inventor®. En la imagen 3 se puede observar la primera configuración con la que se trabajó para calcular las primeras gráficas de torque que se mostraron en la sección anterior:

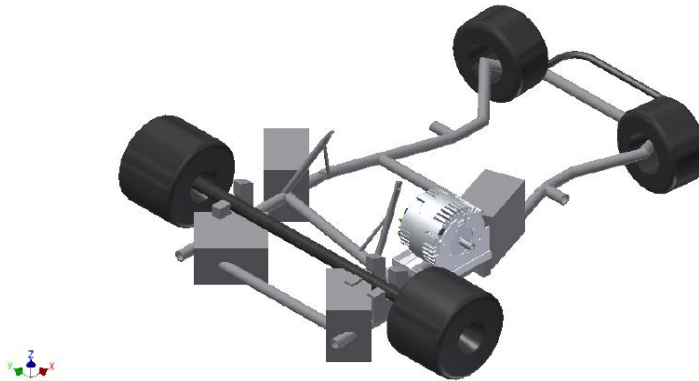


Imagen 3 PDF del CAE de la primera aproximación del kart eléctrico.

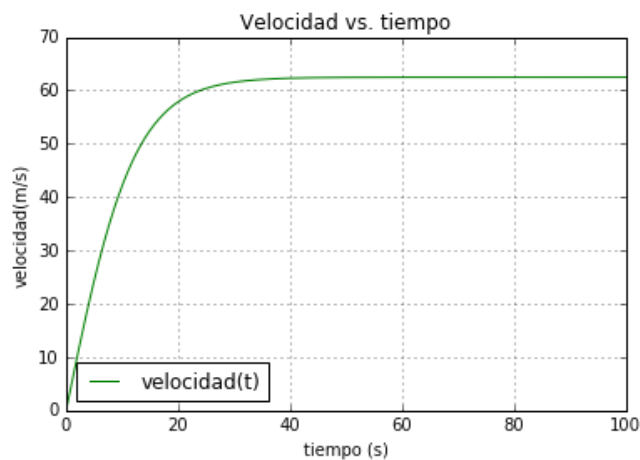
Lo que se puede ver en la imagen son el chasis sin la sección del timón, ni la dirección, las 4 baterías separadas para mantener un centro de gravedad bajo, centrado y con tendencia a la parte trasera del vehículo, el eje de las llantas traseras, las llantas traseras y las llantas delanteras acopladas al chasis solo para mantener la distribución real que tiene el chasis. Por otro lado se puede observar el motor en el soporte que fue diseñado con la ayuda de Felipe Velázquez y Diego Rodríguez, estudiantes de ingeniería mecánica de la Universidad de los Andes que se encuentran en 4to semestre.

Con este modelo se calculó un peso de 152 *kg* para el kart eléctrico teniendo en cuenta el peso de un piloto de 70*kg* y se pudieron definir las distancias al centro de gravedad

necesarias para el modelo. Las demás variables como la densidad del aire se mantuvieron iguales, asemejándose a la prueba realizada en el Kartodromo. Algo que es importante de resaltar es que el vehículo eléctrico pesa aproximadamente 10 *kg* más que el kart de combustion.

5.5 DESEMPEÑO ESPERADO DEL KART ELÉCTRICO

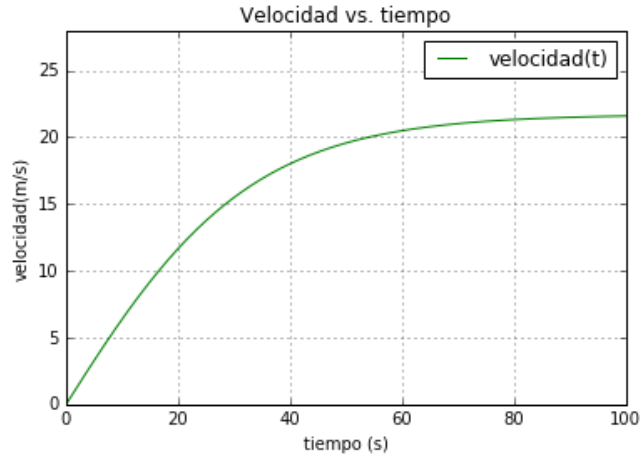
Para mostrar el desempeño esperado del kart ya sin recurrir a los datos calculados con el VBOX del kart de combustión interna, se utilizó el mismo modelo dinámico pero en este caso se utilizó un solucionador de ecuaciones diferenciales para predecir el desempeño del kart partiendo de unas condiciones iniciales específicas. A continuación se muestra la gráfica (gráfica 15) de velocidad contra tiempo obtenida para un torque de 38 *Nm*, empezando desde el reposo:



Gráfica 15 Velocidad vs. Tiempo del kart eléctrico (Torque máximo)

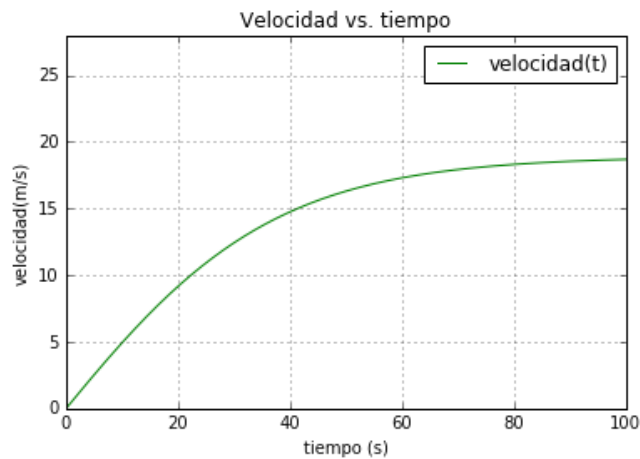
Se puede observar que con el torque máximo, la velocidad máxima que alcanzaría el kart con un plato de 39 dientes es de $62.49 \frac{m}{s}$ que es $224.93 \frac{km}{h}$ pero este valor no está restringido por la velocidad angular que entrega el motor, si no por la sumatoria de fuerzas sobre el vehículo. Como se observó anteriormente la máxima velocidad que puede alcanzar el kart limitada por la velocidad angular máxima del motor es de $70 \frac{km}{h}$. Además acá se está usando el torque máximo del motor.

La gráfica 16 se realizó con el torque continuo de 5.42 *Nm*:



Grafica 16 Velocidad vs. Tiempo (Torque 5.42 Nm y Plato 39)

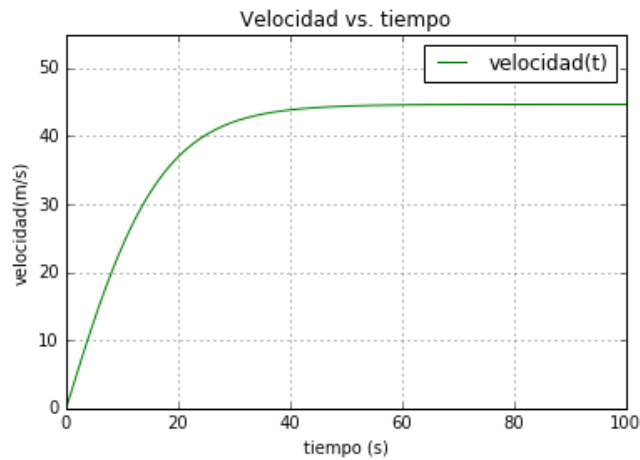
En esta gráfica se puede observar que la velocidad máxima manteniendo el motor en el torque continuo es de $21.58 \frac{m}{s}$ lo que equivale a $77.68 \frac{km}{h}$. Esto quiere decir que es muy probable que el vehículo alcance los $70 \frac{km}{h}$ limitados por la velocidad angular de 5000 *rpm*. La siguiente gráfica es con el mismo torque continuo pero con el plato de 31 dientes:



Grafica 17 Velocidad contra Tiempo (Torque 5.42 Nm y Plato 31).

En esta configuración la velocidad máxima alcanzada es de $18.68 \frac{m}{s}$ es decir un poco menor que en la configuración anterior (gráfica 16), pero cuando se hace el análisis de velocidad angular y velocidad máxima lineal da una velocidad mayor a la configuración anterior, esto es evidente en las ecuaciones, pues la relación de transmisión divide en la ecuación del torque mientras que multiplica en la ecuación de velocidad angular.

La gráfica 18 se hace con un torque de 20 Nm y un plato con 39 dientes:

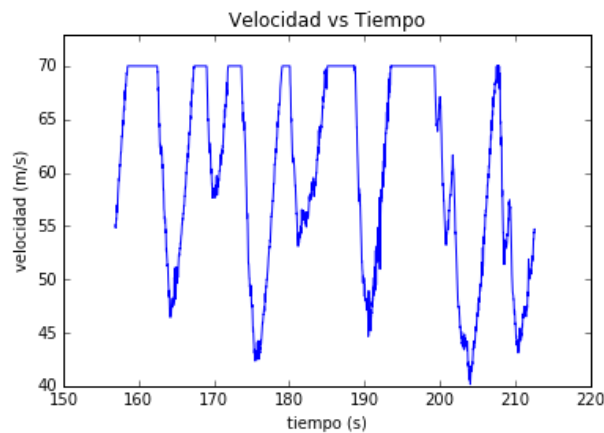


Grafica 18 Velocidad vs. Tiempo (Torque 20 Nm y Plato 39)

La velocidad máxima que alcanza esta configuración es de $44.68 \frac{m}{s}$.

5.5.1 AUTONOMÍA

Parte del análisis del tren de potencia es calcular cuál va a ser la autonomía teórica del kart eléctrico que se está diseñando. Para ésto se utilizó el código del modelo dinámico y la relación de transmisión que se utilizó fue la de 3,55. En este caso se ajustaron las curvas del kart de combustión interna para que la velocidad máxima siempre fuera $70 \frac{km}{h}$. En la gráfica 19 se puede observar el resultado que tiene este cambio en los picos de la gráfica:



Grafica 19 ajuste de velocidad del kart eléctrico

Para calcular la autonomía del kart eléctrico se volvió a correr el código pero con la velocidad nueva que se mostró en la gráfica 4 y se calculó la energía requerida por el vehículo para realizar una vuelta con la siguiente ecuación:

$$E_{requerida} = \sum_{i=0}^n \frac{T_i * \omega_i * \Delta t}{90\%}$$

Con la restricción que cuando el torque es negativo existe regeneración en el vehículo con una eficiencia del 30%.

Es importante enfatizar que se calculó la densidad energética teórica de las baterías con la información que provee el fabricante. Este valor es de 1900 Wh todo el conjunto de baterías.

$$Autonomía = \frac{Energía\ entregada}{Energía\ requerida}$$

La energía requerida es de: 229887 J

$$Autonomía = 30\text{ vueltas}$$

Cada vuelta duraba aproximadamente 1 min. Es decir que la autonomía del vehículo eléctrico esta alrededor de los 30 minutos.

5.5.2 CAE DEL DISEÑO DEL TREN DE POTENCIA FINAL

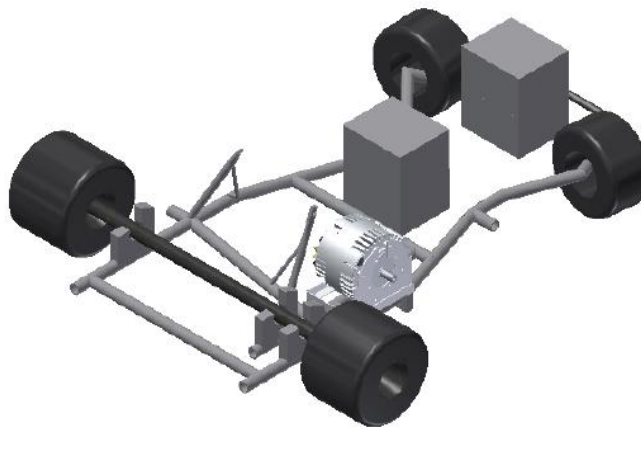


Imagen 4 configuración final del tren de potencia del kart eléctrico.

En la imagen 4, se puede observar la configuración final del tren de potencia. En la parte trasera del vehículo se puede ver el motor en el soporte diseñado para acoplarlo al chasis sin que sea una unión permanente. El soporte del motor está compuesto de dos prensas que se ajustan a los tubos del chasis.

En la parte de adelante se puede ver que se ubicaron las baterías de litio polímero en dos bancos de dos baterías cada uno, ya que, sin hacer modificaciones sobre el chasis, es la única forma en la que se pueden ubicar.

Finalmente hay que resaltar que el CAE fue hecho con las medidas reales del chasis, utilizando como método para mejorar la precisión, las fotografías. La parte que no se encuentra desarrollada en este CAE final es la parte de la dirección.

6. CONCLUSIONES

A través de este documento se puede evidenciar todo el proceso llevado a cabo durante el semestre para realizar el diseño del tren de potencia de un kart eléctrico con la restricción principal que debía acoplarse al chasis que está disponible en la universidad y que pertenece al equipo de formula SAE eléctrico.

La idea principal es utilizar el modelo dinámico del kart de combustión interna y teniendo como base las curvas de conducción, tener una aproximación del desempeño esperado del kart eléctrico. Durante el transcurso de esta investigación, se hizo evidente que los trenes de potencia de los vehículos de combustión y los vehículos eléctricos difieren en varios puntos, es por esta razón que no es posible, ni deseable lograr el mismo comportamiento en ambos karts, lo indispensable en realidad es tener un kart eléctrico competitivo dentro de los rangos que se manejan en el circuito de Tocancipá. Posteriormente, se hace un análisis de lo que podría ser el desempeño del kart eléctrico utilizando el modelo dinámico, pero con la solución de la ecuación diferencial. En este caso se deben hacer varios casos hipotéticos para poder entender el comportamiento del vehículo en varias situaciones.

Como se puede observar, el kart de combustión interna alcanza $90 \frac{km}{h}$ y aceleraciones de $3.56 \frac{m}{s^2}$ mientras que el kart eléctrico alcanza velocidades de $70 \frac{km}{h}$ con un plato de 39 dientes. También se puede ver que las baterías suministran suficiente energía para que el kart realice 30 vueltas en la pista del Kartódromo de Tocancipá, lo anterior, comparado

con los dos galones de gasolina que alcanzan a dar 34 vueltas, es un rendimiento energético satisfactorio.

En cuanto a la ubicación de las baterías en el kart, después de consultar con el técnico de la empresa donde venden las baterías, se sabe que se puede dividir el paquete en 2, y que si los dos paquetes de baterías no están separados a más de 50 cm, que es este caso, solamente hay que extender los cables de poder y de señal para completar el circuito y que el controlador pueda usarse para ambos como si fueran un solo paquete.

En cuanto a las limitaciones de un kart eléctrico en comparación con un kart de combustión, esta es, principalmente, la velocidad angular que entrega el motor eléctrico, ya limita la velocidad lineal máxima que puede alcanzar el kart eléctrico. También se puede hablar de la autonomía, aunque en este caso específicamente no ocurre esto pues ambos karts pueden dar prácticamente la misma cantidad de vueltas.

Es importante que se haga un análisis mecánico de las piezas que componen el tren de potencia, es decir, dimensionar correctamente los ejes, bujes, engranajes y demás componentes mecánicos para analizar su resistencia a los ciclos de trabajo, los torques a los que va a estar sometido. También sería enriquecedor para este proyecto hacer pruebas en varias ocasiones (días distintos) con el mismo kart de combustión, para tener los efectos del clima sobre el desempeño dinámico del kart.

En cuanto al trabajo futuro, es necesario empezar a construir. Al hacer todo este proceso de diseño se aproximan varias variables utilizando métodos teóricos para tener una solución que apunte en la dirección deseada del modelo dinámico, pero si no se tiene por lo menos un montaje de pruebas es imposible refinar cada una de las variables en las que se hicieron aproximaciones. También es necesario trabajar en el comportamiento de los neumáticos del kart; este subsistema es uno de los más influyentes en el comportamiento dinámico del vehículo y tiene un nivel de complejidad bastante alto, lo que quiere decir que debe ser un trabajo paralelo al del diseño del resto del tren de potencia para obtener resultados más rápidamente y óptimos.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Angeli Motors. (Julio de 2016). *Superkart s14e*. Obtenido de Presse: <http://www.angeli-motors.com/fr/superkart-s14e/presse-presentation-3>
- Arnaud Sivert, F. B. (2015). *Pedagogical study of electric go-karts: Tecnological choices, instrumentations, characteristics, challenge*. Obtenido de <http://www.wseas.org/multimedia/journals/education/2015/a205710-153.pdf>
- BBC Sport News. (10 de Septiembre de 2014). *Formula E: Does it have a future in a world dominated by F1?* Obtenido de BBC Sport Motorsport: <http://www.bbc.com/sport/motorsport/26482236>
- British Superkart Association. (Julio de 2016). *Superkarts...Man and Machine*. Obtenido de <http://www.bsagp.co.uk/onecolumn.html>
- CENAM. (27 de Marzo de 2013). *Centro Nacional de Meteorología de México*. Obtenido de Cálculo de la densidad del aire utilizando la formula del CIPM-2007: <http://www.cenam.mx/publicaciones/cdensidad.aspx>
- CIK-FIA. (2015). *Karting Technical Regulations*. París. Obtenido de <http://www.cikfia.com/regulations/documents.html>
- CIK-FIA. (2016). *Technical regulations for alternative energy vehicles*. París.
- Diario Motor. (19 de Julio de 2011). *La historia del coche eléctrico: un largo proceso de desarrollo*. Obtenido de <http://www.diariomotor.com/tecmovia/2011/07/19/la-historia-del-coche-electrico-un-largo-proceso-de-desarrollo/>
- EcuRed. (Marzo de 2011). *Batería (Eléctrica)*. Obtenido de Definicion y Términos: [http://www.ecured.cu/Bater%C3%ADa_\(El%C3%A9ctrica\)](http://www.ecured.cu/Bater%C3%ADa_(El%C3%A9ctrica))
- Ehsani, M., Gao, Y., Gay, S. E., & Emadi, A. (2005). 2. Vehicle Fundamentals. En M. Ehsani, Y. Gao, S. E. Gay, & A. Emadi, *Modern electric, Hybrid electricand Fel Cell Vehicles* (págs. 21-46). New York: CRC Press.
- Ehsani, M., Gao, Y., Gay, S. E., & Emadi, A. (2005). Figura 2.8 Conceptual Illustration of an automobile power train. En M. Ehsani, Y. Gao, S. E. Gay, & A. Emadi, *Modern electric, Hybrid electricand Fel Cell Vehicles* (pág. 32). New York: CRC Press.
- Electric Motor Sport. (NA de NA de 2016). *Brushless Motors*. Obtenido de <http://www.electricmotorsport.com/ev-parts/motors/brushless-motors>
- FIA Sporting. (2016). *Formula 1*. Obtenido de Power unit and ERS: https://www.formula1.com/content/fom-website/en/championship/inside-f1/rules-regs/Power_Unit_and_ERS.html
- Galeon. (01 de 05 de 2016). *Historia del Karting*. Obtenido de Karting Motor: http://kartingmotor.galeon.com/historia_karting.htm

- Giancolini, M. E. (18 de Marzo de 2014). *Departamento de Ingeniería Mecánica*. Obtenido de Tor Vergara University: www.torvergata-karting.it/.../The%20evaluation%20of%20aerod
- Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Danvers: SAE.
- Greenpropulsion. (Julio de 2016). *Panneau Superkart*. Obtenido de http://www.greenpropulsion.be/admin/uploads/vignettes/pdf/en/panneau_superkart_EN.pdf
- Hughes, J. (NA de NA de 2010). *Black Sheep Racing*. Obtenido de Kart Steering, Physical Forces and Setup-Theory and Practice: http://www.blacksheepacing.com/Technical_Steering2.htm
- IATL. (30 de 06 de 2011). *evGrandPrix-Building links to Purdue University through electric kart racing*. Obtenido de http://www2.warwick.ac.uk/fac/cross_fac/iatl/funding/fundedprojects/studentresearch/kenyon/evgrandprix_-_final_report.pdf
- KARTELEC. (NA de NA de NA). *Video del kart Speedomax*. Obtenido de KARTELEC: http://www.kartelec.com/f/const/sp_speedomax.htm
- McGrawHill. (2010). Capítulo 11: Motores Eléctricos. McGrawHill. Obtenido de <http://www.mcgraw-hill.es/bcv/guide/capitulo/8448173104.pdf>
- OTL Electro Kart. (NA de NA de 2013). *Go-Karts Eléctricos OTL*. Obtenido de Gama Karts: <http://otlkart.es/go-kart/gama-karts-electricos.html>
- PEKECARS. (NA de NA de NA). *Karts eléctricos de 24V crazy razor y 48V pekecars*. Obtenido de Inicio: <http://www.pekecars.com/Karts-electricos.htm>
- Renobat. (20 de Enero de 2014). *Principales tipos de baterías en el mercado*. Obtenido de <http://www.renobat.eu/es/comunicacion/articulos/130-principales-tipos-de-baterias-en-el-mercado>
- Seeler, K. (2014). Chapter 11: AC Circuits and Motors. En K. Seeler, *System Dynamics* (págs. 635-659). New York: Springer Science+Business Media.
- Siemens. (2011). *Motores Trifásicos Siemens*. Obtenido de <http://www.jnvingenieros.com/Web/CATALOGOS/10.pdf>
- The University of Nottingham. (2016). *Electrical and Electronical Engineering*. Obtenido de <https://www.nottingham.ac.uk/ugstudy/downloads/school-brochure-pdf/electrical-and-electronic-eng.pdf>
- Tilleman, L. M. (16 de Enero de 2015). Why cheap gas can't kill the electric car. *The Washington Post*. Obtenido de https://www.washingtonpost.com/opinions/why-cheap-gas-cant-kill-the-electric-car/2015/01/16/131341ba-9c10-11e4-bcfb-059ec7a93ddc_story.html
- Universidad de las Americas Puebla. (2004). Capítulo 1. Motores de Inducción. Puebla. Obtenido de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lep/salvatori_a_m/capitulo1.pdf

Wikipedia. (Julio de 2016). *Superkart*. Obtenido de Wikipedia, the free encyclopedia:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Superkart>

Xunta de Galicia. (11 de Septiembre de 2014). *Tema 7. Motores de corriente continua*. Obtenido de

<http://www.edu.xunta.es/centros/iesnumero1ribeira/?q=system/files/Tema%207.pdf>