Polarización

JaimeDGP

inv. Gauge

Dank Masiros

Resumen

Polarización de Partículas Masivas y sin Masa (Fotón)

Jaime Díez González-Pardo

Universidad de Cantabria

15 de enero de 2019

Invariancia Gauge

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotór

Part. Masivas

Dacuman

Cuadrivector potencial eléctrico $\Rightarrow A^{\mu} = (\phi, \mathbf{A})$

$$\mathcal{L}_0 = -\tfrac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \ \, \Rightarrow \ \, \partial_\mu \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu \partial_\mu A^\mu = j^\nu$$

Invariancia Gauge

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Cuadrivector potencial eléctrico
$$\Rightarrow A^{\mu} = (\phi, \mathbf{A})$$

$$\mathcal{L}_0 = -\tfrac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \ \, \Rightarrow \ \, \partial_\mu \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu \partial_\mu A^\mu = j^\nu$$

Invarianza Gauge
$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \chi} \\ \partial^{\mu} A'_{\mu} = \partial^{\mu} A_{\mu} - \Box \chi \\ \Box \chi = \partial^{\mu} A_{\mu} \quad | \quad \partial^{\mu} A'_{\mu} = 0 \end{cases}$$

Operador D'Alembertiano
$$\Rightarrow \left[\Box \equiv g^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu} = \partial_{\mu}\partial^{\mu}\right]$$

Invariancia Gauge

Polarización **JaimeDGP**

Inv. Gauge

Part. Masivas

Cuadrivector potencial eléctrico
$$\Rightarrow A^{\mu} = (\phi, \mathbf{A})$$

$$\mathcal{L}_{0} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \Rightarrow \partial_{\mu}\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}\partial_{\mu}A^{\mu} = j^{\nu}$$

Invarianza Gauge
$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu}\chi} \\ \partial^{\mu}A'_{\mu} = \partial^{\mu}A_{\mu} - \Box\chi \\ \Box\chi = \partial^{\mu}A_{\mu} & | \partial^{\mu}A'_{\mu} = 0 \end{cases}$$

Operador D'Alembertiano
$$\Rightarrow$$
 $\left[\Box \equiv g^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu} = \partial_{\mu}\partial^{\mu}\right]$

Lorenz gauge condition

Lorenz gauge

$$^{\mu}A_{\mu}=0$$

$$\Box A^{\mu} \equiv \partial_{\nu} \partial^{\nu} A^{\mu} = j^{\mu}$$

Polarización

JaimeDGP

nv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Resumen

Se estudia el fotón en ausencia de carga $j^\mu=0$

$$\Box A^{\mu} = j^{\mu} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

El Fotón

Part. Masivas

Resumen

Se estudia el fotón en ausencia de carga $j^\mu=0$

$$\Box A^{\mu} = j^{\mu} = 0$$

Se obtiene una ecuación de ondas con solución: $A^{\mu}=\epsilon^{\mu}(q)e^{-iqx}$

$$\Box A^{\mu} = \Box (\epsilon^{\mu} e^{-iqx}) = -q^{2} \epsilon^{\mu} e^{-iqx} = 0 \quad \Rightarrow \quad q^{2} = m^{2} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Se estudia el fotón en ausencia de carga $j^\mu=0$

$$\Box A^{\mu} = j^{\mu} = 0$$

Se obtiene una ecuación de ondas con solución: $A^{\mu}=\epsilon^{\mu}(q)e^{-iqx}$

$$\Box A^{\mu} = \Box (\epsilon^{\mu} e^{-iqx}) = -q^2 \epsilon^{\mu} e^{-iqx} = 0 \quad \Rightarrow \quad q^2 = m^2 = 0$$

Aplicando la condición gauge de Lorenz

$$\partial_{\mu}A^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon^{\mu}(q)e^{-iqx}) = -iq_{\mu}\epsilon^{\mu}e^{-iqx}$$
 $\Rightarrow \boxed{q_{\mu}\epsilon^{\mu} = 0}$
 \downarrow
3 grados de libertad

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Resumen

Imponiendo la condición de Lorenz

$$A_{\mu} \rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \Lambda(x) \quad | \quad \partial^{\mu} A'_{\mu} = \partial^{\mu} A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Resumen

Imponiendo la condición de Lorenz

$$A_{\mu} \rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \Lambda(x) \quad | \quad \partial^{\mu} A'_{\mu} = \partial^{\mu} A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$$

Se escoge un
$$\Lambda(x)$$
 tal que $\Box \Lambda(x) = 0$

$$\Lambda(x) = -iae^{-iqx} \Rightarrow \Box \Lambda = -q^2 \Lambda$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Imponiendo la condición de Lorenz

$$A_{\mu}
ightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \Lambda(x) \quad | \quad \partial^{\mu} A'_{\mu} = \partial^{\mu} A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$$

Se escoge un $\Lambda(x)$ tal que $\Box \Lambda(x) = 0$

$$\Lambda(x) = -iae^{-iqx} \Rightarrow \Box \Lambda = -q^2 \Lambda$$

$$A_{\mu} o A'_{\mu} = A_{\mu} = \partial_{\mu} \Lambda(x) = \epsilon_{\mu} e^{-iqx} + ia\partial_{\mu} e^{-iqx}$$

$$= \epsilon_{\mu} e^{-iqx} + ia(-iq_{\mu}) e^{-iqx}$$

$$= (\epsilon_{\mu} + aq_{\mu}) e^{-iqx}$$

Polarización

JaimeDGP

nv. Gauge

El Fotón

Part. Masivas

Resumen

$$\epsilon_{\mu} \rightarrow \epsilon'_{\mu} = \epsilon_{\mu} + aq_{\mu}$$

Cualquier vector polarización que sea multiplo del cuadrimomento del fotón corresponde al mismo fotón físico. De esta forma se escoge un *a* de tal forma que la componente temporal se anule. De esta forma la expresión de la condición gauge de lorenz queda como:

$$q_{\mu}\epsilon^{\mu}=0\Rightarrow \boxed{oldsymbol{q}\cdot\epsilon=0}$$

Polarización

JaimeDGP

. .

El Fotón

2. . 0.0...

Part. Masivas

$$\epsilon_{\mu}
ightarrow \epsilon'_{\mu} = \epsilon_{\mu} + aq_{\mu}$$

Cualquier vector polarización que sea multiplo del cuadrimomento del fotón corresponde al mismo fotón físico. De esta forma se escoge un *a* de tal forma que la componente temporal se anule. De esta forma la expresión de la condición gauge de lorenz queda como:

$$q_{\mu}\epsilon^{\mu}=0\Rightarrowoldsymbol{q}oldsymbol{\epsilon}=0$$

$$ig| \epsilon_1^\mu = (0, 1, 0, 0) \quad ext{ y } \quad \epsilon_2^\mu = (0, 0, 1, 0) ig|$$

$$\epsilon_{-}^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0)$$
 y $\epsilon_{+}^{\mu} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0)$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gaug

Part Masivas

Lagrangiano
$$\Rightarrow \mathcal{L}_m = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^2B^{\mu}B_{\mu}$$

Euler-Lagrange $\Rightarrow (\Box + m^2)B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$

Polarización

JaimeDGP

TIV. Gau

Part. Masivas

Resumer

Lagrangiano
$$\Rightarrow$$
 $\mathcal{L}_m = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^2B^{\mu}B_{\mu}$
Euler-Lagrange \Rightarrow $(\Box + m^2)B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$

$$\partial_{\mu} \cdot \left\{ (\Box + m^{2})B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) \right\} = 0$$

$$(\Box + m^{2})\partial_{\mu}B^{\mu} - \partial_{\mu}\partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

$$(\Box + m^{2})\partial_{\mu}B^{\mu} - \Box(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

$$m^{2}\partial_{\mu}B^{\mu} = 0$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\partial_{\mu}B^{\mu} = 0$$

$$(\Box + m^{2})B^{\mu} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gaug

Part Masivas

Puesto que para partícular masivas se tiene que $q^2=m^2$ se puede utilizar solución de onda plana.

$$B^{\mu} = \epsilon^{\mu} e^{-iqx}$$

$$\Box e^{-iqx} = -q^2 e^{-iqx} = -m^2 e^{-iqx} \quad \Rightarrow \quad (\Box + m^2) B^{\mu} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

Part Masivas

Puesto que para partícular masivas se tiene que $g^2 = m^2$ se puede utilizar solución de onda plana.

$$B^{\mu} = \epsilon^{\mu} e^{-iqx}$$

$$\Box e^{-iqx} = -q^2 e^{-iqx} = -m^2 e^{-iqx} \quad \Rightarrow \quad (\Box + m^2) B^{\mu} = 0$$

Se aplica la condición de lorenz.

$$\partial_{\mu}B^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon^{\mu}e^{-iqx}) = -i\epsilon^{\mu}q_{\mu}e^{-iqx}$$

Polarización JaimeDGP Puesto que para partícular masivas se tiene que $q^2=m^2$ se puede utilizar solución de onda plana.

lnv. Gauge

ón

Part. Masivas

_

$$B^{\mu} = \epsilon^{\mu} e^{-iqx}$$

$$\Box e^{-iqx} = -q^2 e^{-iqx} = -m^2 e^{-iqx} \implies (\Box + m^2) B^{\mu} = 0$$

Se aplica la condición de lorenz.

$$\partial_{\mu}B^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon^{\mu}e^{-iqx}) = -i\epsilon^{\mu}q_{\mu}e^{-iqx}$$

$$\epsilon^{\mu}q_{\mu}=0$$
 3 grados de libertad



Polarización

JaimeDGP

IIIV. Gat

El Fotón

Part. Masivas

Resumer

Si intentamos realizar una transformación guage:

$$B_{\mu} \rightarrow B'_{\mu} = B_{\mu} - \partial_{\mu} \chi(x)$$

$$\partial^{\mu}B'_{\mu}=\partial^{\mu}B_{\mu}-\Box\chi(x)$$

Polarización

JaimeDGP

mv. Gat

Part. Masivas

Si intentamos realizar una transformación guage:

$$B_{\mu} \rightarrow B'_{\mu} = B_{\mu} - \partial_{\mu} \chi(x)$$

$$\partial^{\mu}B'_{\mu}=\partial^{\mu}B_{\mu}-\Box\chi(x)$$

Al contrario que en el caso del fotón, $\chi=e^{-iqx}$ no cumple que $\Box\chi=0$ por lo que se determina que las partículas masivas tiene 3 estados independientes de polarización.

Polarización

JaimeDGP

In.. Comme

El Fotó

Part. Masivas

Resum

Si intentamos realizar una transformación guage:

$$B_{\mu} \rightarrow B'_{\mu} = B_{\mu} - \partial_{\mu} \chi(x)$$

$$\partial^{\mu}B'_{\mu}=\partial^{\mu}B_{\mu}-\Box\chi(x)$$

Al contrario que en el caso del fotón, $\chi=e^{-iqx}$ no cumple que $\square\chi=0$ por lo que se determina que las partículas masivas tiene 3 estados independientes de polarización.

$$\epsilon_{-}^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0)$$
 y $\epsilon_{+}^{\mu} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0)$

$$\epsilon_L^\mu \propto (lpha,0,0,eta) \ \Rightarrow \ \boxed{\epsilon_L^\mu = rac{1}{m}(p_z,0,0,E)}$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

Part. Masivas

$$\mathcal{L}_0 = -rac{1}{4} F^{
u\mu} F_{
u\mu}$$

$$\mathcal{L}_{m} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$$

Polarización

JaimeDGP

inv. Gaug

LITOLOII

Part. Masivas

$$\mathcal{L}_{0} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} \qquad \qquad \mathcal{L}_{m} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$$

$$\Box A^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}A^{\nu}) = 0 \qquad \qquad (\Box + m^{2})B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

Polarización

JaimeDGP

IIIV. Gat

Part. Masivas

$$\mathcal{L}_{0} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} \qquad \qquad \mathcal{L}_{m} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$$

$$\Box A^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}A^{\nu}) = 0 \qquad \qquad (\Box + m^{2})B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

$$\partial_{\mu}A^{\mu} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Box A^{\mu} = 0 \qquad \partial_{\mu}B^{\mu} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\Box + m^{2})B^{\mu} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

Part. Masivas

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} F^{\nu\mu} F_{\nu\mu}$$

$$\Box A^{\mu} - \partial^{\mu} (\partial_{\nu} A^{\nu}) = 0$$

$$\partial_{\mu}A^{\mu} = 0 \Rightarrow \Box A^{\mu} = 0$$

$$A^{\mu}=\epsilon(q)e^{-iqx}$$

$$B^{\mu} = \epsilon(q)e^{-iqx}$$

$$\mathcal{L}_{m} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$$
$$(\Box + m^{2})B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

$$(\Box + m^2)B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$
$$\partial_{\mu}B^{\mu} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\Box + m^2)B^{\mu} = 0$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gaug

Part. Masivas

Resumen

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} F^{\nu\mu} F_{\nu\mu}$$

$$\Box A^{\mu} - \partial^{\mu} (\partial_{\nu} A^{\nu}) = 0$$

$$\partial_{\mu}A^{\mu}=0 \Rightarrow \Box A^{\mu}=0$$

$${\cal A}^\mu = \epsilon(q) e^{-iqx}$$

$$\partial_{\mu}A^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon e^{-iqx}) = 0$$

$$B^{\mu}=\epsilon(a)e^{-iqx}$$

 $\mathcal{L}_{m}=-rac{1}{4}F^{
u\mu}F_{
u\mu}+rac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$

 $(\Box + m^2)B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$

 $\partial_{\mu}B^{\mu}=0 \Rightarrow (\Box+m^2)B^{\mu}=0$

$$\partial_{\mu}B^{\mu} = \epsilon(q)e^{-iqx}$$

$$\partial_{\mu}B^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon e^{-iqx}) = 0$$

Polarización **JaimeDGP**

Part. Masivas

Resumen

 $\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} F^{\nu\mu} F_{\nu\mu}$ $\Box A^{\mu} - \partial^{\mu} (\partial_{\nu} A^{\nu}) = 0$

$$A^{\mu}=\epsilon(q)e^{-iqx}$$

 $\partial_{\mu}A^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon e^{-iqx}) = 0$

$$\partial_{\mu}A^{\mu}=0 \ \Rightarrow \ \Box A^{\mu}=0$$

$$u=0$$

 $|\epsilon^{\mu}q_{\mu}=0| \Rightarrow 3 \text{ grados de libertad de } \epsilon$

$$\partial_{\mu}$$
E

$$(\Box + m^2)B^{\mu} - \partial^{\mu}(\partial_{\nu}B^{\nu}) = 0$$

 $\partial_{\mu}B^{\mu} = 0 \implies (\Box + m^2)B^{\mu} = 0$

$$\Rightarrow$$

 $\mathcal{L}_{m} = -\frac{1}{4}F^{\nu\mu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}m^{2}B^{\mu}B_{\mu}$

$$(\Box + m^2)$$

4D > 4A > 4B > 4B > B 990

$$\partial_{\mu}B^{\mu}=0 \quad \Rightarrow \quad (\Box+m^2)B^{\mu}=0$$

 $B^{\mu} = \epsilon(q)e^{-iqx}$

 $\partial_{\mu}B^{\mu} = \partial_{\mu}(\epsilon e^{-iqx}) = 0$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

Part. Masivas

$$\boxed{\epsilon^{\mu}q_{\mu} = 0} \Rightarrow 3 \text{ grados de libertad de } \epsilon$$

Polarización

JaimeDGP

Inv. Gauge

Part. Masivas

Fart. Iviasiva

$$\boxed{\epsilon^{\mu}q_{\mu}=0} \Rightarrow 3$$
 grados de libertad de ϵ

$$\partial^{\mu}A'_{\mu} = \partial^{\mu}A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$$
 $\partial^{\mu}B'_{\mu} = \partial^{\mu}B_{\mu} - \Box \chi(x)$
$$\Box \Lambda = -q^{2}\Lambda = 0$$

$$\Box \chi = -q^{2}\chi = -m^{2}\chi \neq 0$$

$$\Lambda(x) = -iae^{-iqx}$$

Polarización

JaimeDGP

. .

El Fotór

Part. Masivas

$$\boxed{\epsilon^{\mu}q_{\mu}=0} \Rightarrow 3 \text{ grados de libertad de } \epsilon$$

$$\partial^{\mu}A'_{\mu} = \partial^{\mu}A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$$
 $\partial^{\mu}B'_{\mu} = \partial^{\mu}B_{\mu} - \Box \chi(x)$

$$\Box \Lambda = -q^2 \Lambda = 0$$

$$\Box \chi = -q^2 \chi = -m^2 \chi \neq 0$$

$$\Lambda(x) = -iae^{-iqx}$$

$$A_{\mu} \rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \Lambda(x) = \epsilon_{\mu} e^{-iqx} + ia\partial_{\mu} e^{-iqx}$$

Polarización **JaimeDGP**

 $|\epsilon^{\mu}q_{\mu}=0|\Rightarrow 3$ grados de libertad de ϵ

Part. Masivas

Resumen

 $\Box \Lambda = -a^2 \Lambda = 0$

 $\partial^{\mu}A'_{\mu} = \partial^{\mu}A_{\mu} - \Box \Lambda(x)$

 $\Box \chi = -a^2 \chi = -m^2 \chi \neq 0$

 $\partial^{\mu}B'_{\prime\prime}=\partial^{\mu}B_{\mu}-\Box\chi(x)$

 $\Lambda(x) = -iae^{-iqx}$

 $A_{\mu} \rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu} \Lambda(x) = \epsilon_{\mu} e^{-iqx} + ia\partial_{\mu} e^{-iqx}$

 $\epsilon_{\mu} \rightarrow \epsilon'_{\mu} = \epsilon_{\mu} + aq_{\mu} \ \Rightarrow$

 $\boldsymbol{\epsilon}\cdot\boldsymbol{q}=0$

2 grados de libertad

4 D > 4 P > 4 E > 4 E > E 990

Polarización

 ${\sf JaimeDGP}$

nv. Gauge

_

Part. Masivas

Resumen

Mark Thomson.

Modern particle physics.

Cambridge University Press, New York, 2013.