



FACULTAD DE CIENCIAS

---

# **Simulación de peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor**

Simulation of optical frequency comb generated by  
semiconductor lasers

---

Trabajo de Fin de Grado para acceder al  
**Grado en Física**

*Autor*

Jaime DÍEZ GONZÁLEZ-PARDO

*Director*

Dr. Á.A. VALLE GUTIERREZ

13 de septiembre de 2019

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Láseres de Semiconductor . . . . .	2
1.2. Procesos Estocásticos . . . . .	2
1.3. Dinámica No Lineal . . . . .	2
1.4. Peines de Frecuencia Óptica . . . . .	2
1.4.1. Encendido por Ganancia . . . . .	2
1.4.2. Inyección Óptica . . . . .	2
1.4.3. Aplicaciones . . . . .	2
1.5. Objetivo del Estudio . . . . .	2
<b>2. Modelo Computacional</b>	<b>3</b>
2.1. Modelo de láser de semiconductor encendido por ganancia . . . . .	3
2.2. Código de la Simulación . . . . .	3
2.2.1. Término de la temperatura . . . . .	3
2.2.2. Transitorio . . . . .	3
<b>3. Láser en solitario</b>	<b>4</b>
3.1. Láser en corriente continua . . . . .	4
3.1.1. Espectros de emisión . . . . .	4
3.1.2. Oscilaciones de Relajación . . . . .	6
3.2. OFC (Gain-Switching) . . . . .	8
3.2.1. Efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias . . . . .	8
3.2.2. Efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias . . . . .	11
<b>4. Inyeccion Óptica</b>	<b>14</b>
<b>5. Inyeccion Óptica en un láser encendido por ganancia</b>	<b>19</b>
<b>6. Conclusiones</b>	<b>22</b>
<b>A. Código de la simulación</b>	<b>24</b>

# Capítulo 1

## Introducción

Hola a todos

### 1.1. Láseres de Semiconductor

### 1.2. Procesos Estocásticos

### 1.3. Dinámica No Lineal

### 1.4. Peines de Frecuencia Óptica

Que son, características principales y como se generan,...

#### 1.4.1. Encendido por Ganancia

hola que tal todos

#### 1.4.2. Inyección Óptica

adios a todos

#### 1.4.3. Aplicaciones

### 1.5. Objetivo del Estudio

## Capítulo 2

# Modelo Computacional

Hola a todos

NO SE DONDE PONER ESTA ECUACION

$$P(t) = \eta_f \frac{hf_0 V_{act}}{\Gamma \tau_p} S(t) \quad (2.1)$$

### 2.1. Modelo de láser de semiconductor encendido por ganancia

### 2.2. Código de la Simulación

Se explicará el código utilizado para el trabajo

#### 2.2.1. Término de la temperatura

Explicar el término de la temperatura

#### 2.2.2. Transitorio

Explicar el transitorio

## Capítulo 3

# Láser en solitario

Antes de abordar el estudio de la dinámica no lineal del láser de semiconductor de modo discreto se ha realizado la simulación del láser en solitario, sin inyección de luz del láser esclavo ( $P_{Iny} = 0$ ). Se han realizado simulaciones para el láser tanto en corriente continua (CW de sus siglas en inglés), como en encendido por ganancia, comparando los resultados con los obtenidos experimentalmente en condiciones similares [2].

### 3.1. Láser en corriente continua

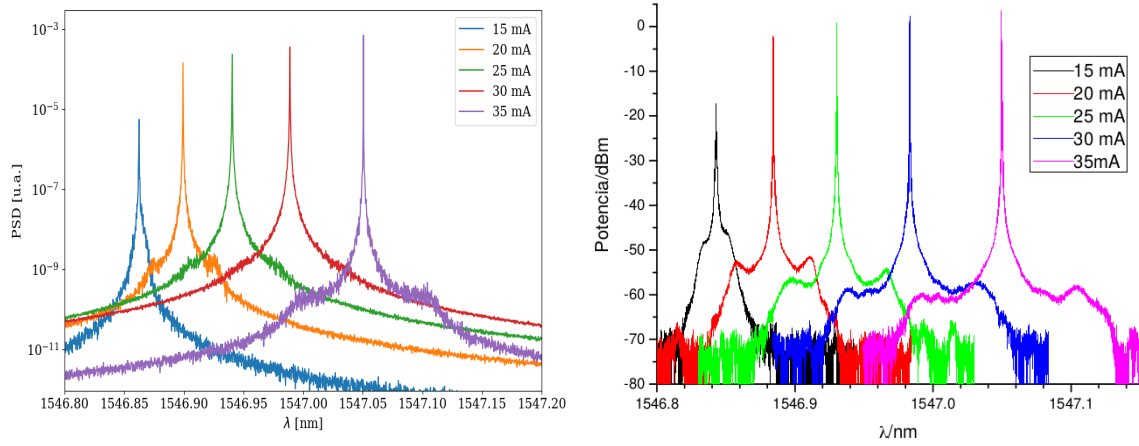
Para poder realizar las simulaciones en corriente continua se ha trabajado con una corriente de inyección constante e igual a la corriente de polarización ( $I(t) = I_{bias}$ ), tomando  $V_{RF} = 0$ .

Se pueden obtener expresiones analíticas en el estado estacionario para  $N(t)$  y  $S(t)$ ,  $N_0$  y  $S_0$  haciendo  $\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} = 0$  [3]. Para el caso de  $N(t)$  se obtiene el resultado sencillo de  $N_0 = N_{th}$ . Para el caso de  $S(t)$ , esta constante es igual  $S_0 = cte(I - I_{th})$ . En estas condiciones la fase cambiará linealmente con el tiempo, haciéndose cero en el caso de que corriente sea la corriente umbral.

#### 3.1.1. Espectros de emisión

Es importante conocer el valor de la longitud de onda del pico de emisión del láser en solitario en función de la corriente de polarización  $I_{bias}$ , de cara a realizar el estudio de la inyección de luz.

En la Figura 3.1 se muestran las densidades espectrales de potencia del láser a diferentes corrientes de polarización, comparando los datos obtenidos mediante la simulación del láser(Figura 3.1a), con los obtenidos experimentalmente(Figura 3.1b).



(a) Espectros ópticos obtenidos mediante simulación para distintos valores de la corriente. (b) Espectros ópticos obtenidos experimentalmente para distintos valores de la corriente.

**Figura 3.1:** Espectros ópticos del DML para diferentes corrientes de polarización  $I_{bias}$  obtenidos mediante simulación (izquierda 3.1a) y mediante experimento (derecha, 3.1b).

Comparando los espectros obtenidos mediante simulación con los obtenidos experimentalmente se observa un gran parecido en la forma. Se observa además un corrimiento hacia el rojo y un aumento de la potencia óptica, a medida que aumenta la corriente. El corrimiento hacia el rojo se debe a efectos térmicos: Al aumentar la corriente aumenta la temperatura de la región activa, por efecto Joule, debido a la resistencia eléctrica del dispositivo. En semiconductores el índice de refracción aumenta con la temperatura y por tanto la longitud de onda de resonancia aumenta con la corriente 3.1. Además, la simulación permite observar los picos propios de las oscilaciones de relajación del láser que se observan en el experimento. Estos picos son los picos satélites que aparecen al rededor de la línea dominante, correspondiendo la diferencia de frecuencias ópticas entre el pico satélite y el pico dominante a la frecuencia de las oscilaciones de relajación [3].

$$\lambda_0 = \frac{2nL}{q} \quad (3.1)$$

Además, a partir de los espectros de la Figura 3.1 se pueden obtener las longitudes de onda de los picos de emisión en función de la corriente  $I_{bias}$ . En la Tabla 3.1 se muestran los valores de las longitudes de onda  $\lambda$  obtenidas de los espectros de la Figura 3.1 tanto para la simulación como para el experimento.

$I_{bias}$ [mA]	$\lambda_{sim}$ [nm]	$\lambda_{exp}$ [nm]
15	1546.86	1546.84
20	1546.90	1546.88
25	1546.94	1546.93
30	1546.99	1546.98
35	1547.05	1547.05

**Tabla 3.1:** Longitud de onda de las líneas de emisión del DML en función de la  $I_{bias}$  obtenidas de la figura 3.1. Se muestran los valores experimentales  $\lambda_{exp}$  obtenidos de la gráfica 3.1b, y los valores obtenidos de la simulación de la gráfica 3.1a.

Los valores de las longitudes de onda que se muestran en la Tabla 3.1 muestran una gran similitud entre los valores experimentales y los obtenidos mediante simulación, obteniendo una discrepancia máxima de 0.02 nm. De esta forma, la buena concordancia entre los valores de  $\lambda$  experimentales y los obtenidos a partir de la simulación, junto con la gran similitud en la forma de los espectros, muestra la capacidad de la simulación de reproducir computacionalmente los resultados obtenidos experimentalmente en el laboratorio.

Para el estudio de la inyección de luz se trabajará con una corriente  $I_{bias} = 35$  mA. Por tanto, la Tabla 3.1 permite obtener su longitud de onda de emisión de  $\lambda = 1547.05$  nm, siendo además la misma que la obtenida en el experimento.

### 3.1.2. Oscilaciones de Relajación

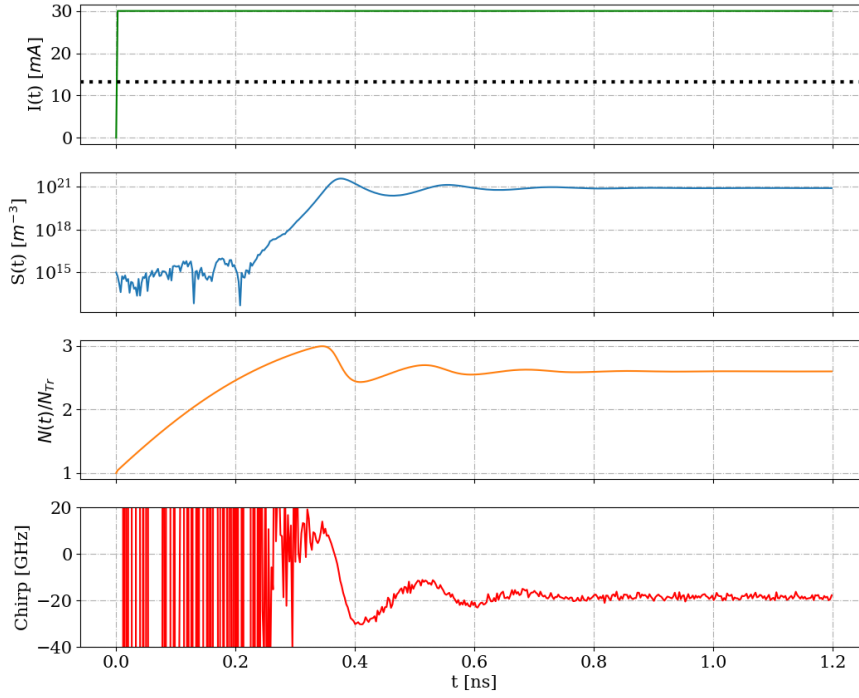
Para que el láser comience a emitir se ha de cumplir que la emisión estimulada domine frente a la emisión espontánea. Esto se produce cuando la corriente inyectada en la región activa supera un valor umbral,  $I_{th}$ , a partir del cuál el láser comienza a emitir una cantidad apreciable de fotones por emisión estimulada. Si la inyección de corriente que se le aplica al láser es constante (corriente continua), la densidad de portadores de carga tenderá a estabilizarse en  $N_{th}$ . Del mismo modo, la densidad de fotones se estabilizará para valores  $S_0$  y el  $\nu_{chirp}$  para valores de  $C(I)$ .

Si se parte de unas condiciones iniciales del láser con valores  $N(t = 0) < N_{th}$ , será necesario que transcurra un cierto tiempo hasta que el láser alcance un estado estacionario en el que las variables alcanzan valores constantes. A este tiempo se le denomina transitorio.

Se considerará una intensidad de corriente  $I(t)$  función escalón con  $I(t > 0) = I_{bias}$ . En la ecuación 3.2 se muestra la función escalón  $I(t)$  utilizada así como las condiciones iniciales para la densidad de portadores de carga  $N(0)$ , la densidad de fotones  $S(0)$  y de la fase óptica  $\Phi(0)$ .

$$I(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ I_{bias} = 30 \text{ mA} & t > 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} N(0) &= N_{tr} \\ S(0) &= 10^{15} \text{ m}^{-3} \\ \Phi(0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

En la Figura 3.2 se muestra la evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$  junto con los valores obtenidos en la simulación para la  $N(t)$  la  $S(t)$  y del  $\nu_{chirp}$  para el transitorio  $t_{trans} = 1.2$  ns.



**Figura 3.2:** Evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$ , la  $S(t)$ , la  $N(t)$  y del  $\nu_{chirp}$  durante el transitorio. Para la corriente de inyección  $I(t)$  se ha marcado la corriente umbral del láser  $I_{th} = 14.8$  mA con una línea horizontal discontinua.

Se observan en las evoluciones temporales de  $N(t)$ ,  $S(t)$  y  $\nu_{chirp}$  de la Figura 3.2 tres regiones diferentes en función del comportamiento de las tres magnitudes: *i*) Una vez que la corriente inyectada supera la corriente umbral  $I_{th}$  (en  $t = 0$ ) la  $N(t)$  comienza a aumentar. No obstante, el valor de  $N(t)$  se mantiene inferior a  $N_{th}$  por lo que no se produce emisión estimulada, y así, la densidad de fotones no aumenta y toma valores aleatorios, debido a la emisión espontánea, alrededor de  $S(0)$ . Esto también se puede observar en el comportamiento también aleatorio del  $\nu_{chirp}$ . *ii*) La  $N(t)$  continua aumentando alcanzando el valor umbral  $N_{th}$  en  $t = 0.23$  ns. En este punto la densidad de fotones comienza a aumentar debido a la emisión estimulada producida al superar  $N_{th}$ . Sin embargo,  $N(t)$  continua creciendo tomando valores por encima de  $N_{th}$  hasta que sufre una disminución brusca acompañada de la emisión de un pulso de luz (ver  $S(t)$  entre 0.35 y 0.45 ns). Una vez emitido el pulso  $N(t)$  vuelve a crecer de tal forma que tanto  $N(t)$  como  $S(t)$  tienen un comportamiento oscilatorio al rededor de  $S_0$  y  $N_{th}$  con una amplitud decreciente. Estas oscilaciones se les llama oscilaciones de relajación. En la figura 3.2 se observan claramente estas oscilaciones, estando en fase para  $N(t)$  y para el  $\nu_{chirp}$  (máximos en el mismo tiempo  $t$ ). También se observa la relación entre las oscilaciones de estas magnitudes con las de  $S(t)$ . Tienen la misma frecuencia aunque existe un desfase entre ellas, obteniendo un máximo en  $S(t)$  cuando  $N(t) = N_{th}$ . *iii*) Las oscilaciones de relajación van disminuyendo a medida que el tiempo avanza alcanzando el estado estacionario en el que las tres magnitudes se mantienen constantes.

A partir de los datos de la figura 3.2 se pueden obtener las frecuencias de las oscilaciones de relajación en el transitorio, a partir del tiempo entre los máximos. Una primera estimación permite obtener una frecuencia de oscilación de  $\nu_{RoF} \approx 5.9$  GHz, que pasado a longitud de onda equivale a  $\lambda = 0.05$  nm. Comparando dicho valor con los picos debidos a las oscilaciones de relajación de



los espectros para  $I = 30$  mA de la figura 3.1 observamos que se encuentran en el mismo orden de magnitud, mostrando una buena concordancia entre la simulación y el experimento.

### 3.2. OFC (Gain-Switching)

Para el estudio del método de generación de OFC mediante encendido por ganancia se ha trabajado con una corriente de inyección  $I(t)$  modulada mediante una función sinusoidal superpuesta a una corriente de polarización  $I_{bias}$  tal y como se muestra en la ecuación 3.3.

$$I(t) = I_{bias} + \frac{2\sqrt{2}V_{RF}}{Z_0 + Z_l} \sin(2\pi f_R t) \quad (3.3)$$

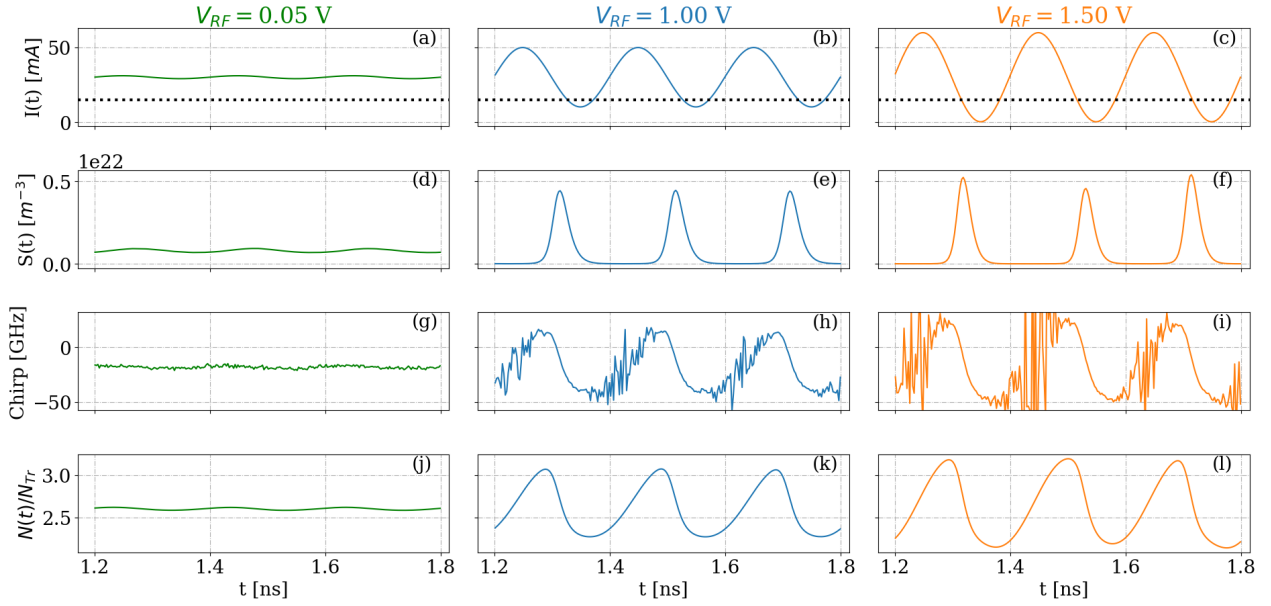
Tal y como se vió en el apartado 1.4.1 la calidad del encendido por ganancia viene dada tanto por la intensidad de los picos como por la duración del pulso. De esta manera, se ha procedido a caracterizar los peines ópticos de frecuencia en función del encendido por ganancia aplicado modificando la frecuencia de oscilación y la amplitud de la corriente inyectada. Para el estudio del encendido por ganancia en función de la frecuencia de oscilación se ha modificado el valor de  $f_R$ , estudiando primero los OFC para altas frecuencias ( $f_R = 5.0$  GHz) y luego para bajas frecuencias ( $f_R = 500$  MHz). Cabe destacar que al variar el valor de la frecuencia de oscilación  $f_R$ , la impedancia del láser  $Z_l$  también cambia y así también la suma  $Z_0 + Z_l$ .

Para ambos valores de frecuencias  $f_R$  se han estudiado los efectos producidos al variar la amplitud de la corriente de inyección, comparando tanto los espectros ópticos obtenidos como las variables dinámicas para diferentes amplitudes. Para el estudio con diferentes amplitudes ha bastado con modificar los valores de  $V_{RF}$ , ya que  $(Z_0 + Z_l)$  solo varía para la frecuencia.

#### 3.2.1. Efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias

Para el estudio del efecto de la amplitud de modulación a altas frecuencias se ha trabajado con una corriente de polarización  $I_{bias} = 30$  mA y una frecuencia  $f_R = 5.0$  GHz. Tal y como se vió en el apartado 3.1.2, la frecuencia de oscilaciones de relajación del láser para  $I_{bias} = 30$  mA es de  $\nu_{RoF} \approx 5.9$  GHz, del orden de  $f_R$ . Se han resuelto las ecuaciones de balance, obteniendo los OFC para tres amplitudes diferentes con  $V_{RF}$ : 0.05 V, 1.00 V y 1.50 V.

En la Figura 3.3 se muestra la evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$ , la  $S(t)$ , la  $N(t)$  y de  $\nu_{chirp}$  para varios valores de  $V_{RF}$  pasada la zona del transitorio.



**Figura 3.3:** Evolución temporal de la corriente de inyección  $I(t)$  ((a)-(c)), la  $S(t)$  ((d)-(f)), la  $N(t)$  ((g)-(i)) y del  $v_{chirp}$  ((j)-(l)) en función de  $V_{RF}$  pasada la zona del transitorio. Para la corriente de inyección  $I(t)$  se ha marcado la corriente umbral del láser  $I_{th} = 14.8$  mA con una línea horizontal discontinua. En la primera columna se muestran las evoluciones temporales para una amplitud de la corriente equivalente a  $V_{RF} = 0.05$  V (verde), en la segunda columna para  $V_{RF} = 1.00$  V (azul) y en la tercera columna de  $V_{RF} = 1.50$  V (naranja).

Mientras que para el caso del láser en corriente continua ( $I(t) = I_{bias}$ ) estudiado en la sección anterior (sección 3.1),  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $v_{chirp}$  alcanzaban un valor constante pasado el transitorio, ahora la modulación en la corriente produce oscilaciones de igual periodo en  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $v_{chirp}$ . Se observa un aumento de la amplitud en  $S(t)$ ,  $N(t)$  y el  $v_{chirp}$  al aumentar la amplitud de la corriente. Además, se observa como las oscilaciones en  $N(t)$  y el  $v_{chirp}$  van en fase (máximos en el mismo tiempo  $t$ ), mientras que los máximos de  $S(t)$  se obtienen cuando  $N(t)$  decae a  $N_{th}$ .

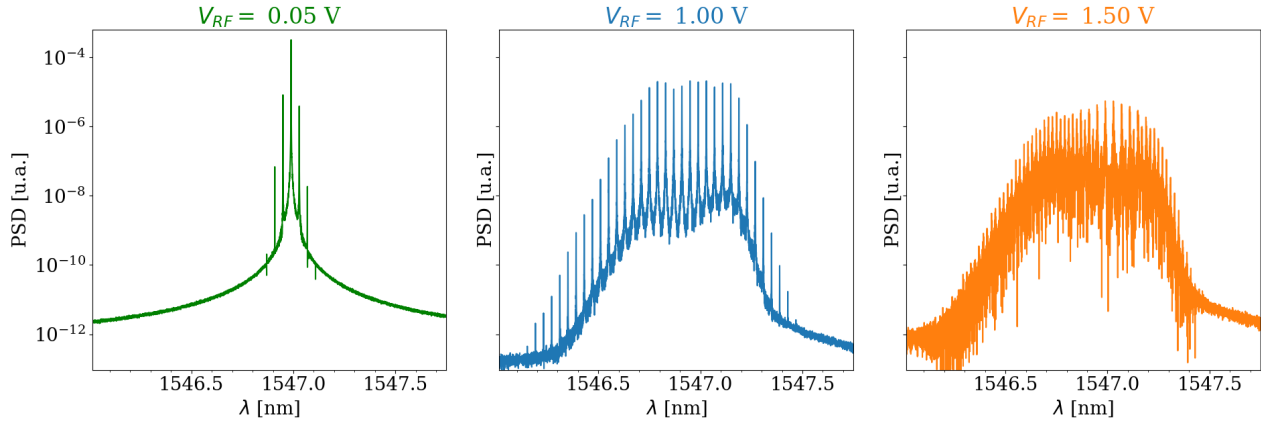
Para el caso de  $V_{RF} = 0.05$  V, con una menor amplitud, se observa que las oscilaciones en la corriente (Figura 3.3 (a)) son pequeñas. Al igual que la corriente; la  $S(t)$ , la  $N(t)$  y el  $v_{chirp}$  también presentan oscilaciones de amplitud pequeña.

Al aumentar la amplitud de la corriente a  $V_{RF} = 1$  V (Figura 3.3 (b)) se observa como los aumentos de la corriente durante la oscilación coinciden con el crecimiento de  $N(t)$  (Figura 3.3 (k)), haciendo que tome valores muy superiores a  $N_{th}$ . A su vez, esto produce que, al superar  $N(t)$  el valor del umbral  $N_{th}$ , la  $S(t)$  (Figura 3.3 (e)) también tenga un pico superior al valor del láser en corriente continua. De igual forma que ocurría en el transitorio, al aumentar  $S(t)$  y dominar la emisión estimulada,  $N(t)$  comienza a disminuir, alcanzando un máximo. Sin embargo, en el momento en el que  $N(t)$  alcanza el mínimo, la corriente se encuentra por debajo de la corriente umbral  $I_{th}$ , y  $N(t)$  no puede aumentar hasta que  $I(t)$  toma nuevamente valores mayores de  $I_{th}$ . Hay un intervalo de tiempo en que  $S(t)$  es pequeño pero aún lo suficientemente grande como para estar por encima del nivel de emisión espontánea. Por tanto, aún la emisión estimulada es lo suficientemente intensa para mantener una evolución principalmente determinista de las variables y, por tanto, coherencia entre los pulsos. La evolución no es totalmente determinista, pues como se puede apreciar en 3.3 (h) el ruido de emisión espontánea comienza a afectar al chirp cuando  $S(t)$  es

pequeña.

Para la amplitud de  $V_{RF} = 1.5$  V se observa la misma tendencia que para  $V_{RF} = 1$  V, a excepción de que en este caso, al aumentar la amplitud aumenta el tiempo en el que la corriente es menor que  $I_{th}$  y así el tiempo en el que  $S(t)$  es pequeño y ruidoso debido a que la emisión espontánea ya domina la evolución.

En la Figura 3.4 se muestran los espectros de los OFC obtenidos mediante encendido por ganancia para las tres amplitudes de la Figura 3.3.



**Figura 3.4:** Espectros de los OFC obtenidos mediante encendido por ganancia para  $I_{bias} = 30$  mA,  $f_R = 5$  GHz y amplitud de modulación  $V_{RF} = 0.05$  V (verde), 1.00 V (azul) y 1.50 V (naranja).

Al igual que se obtuvo en la Figura 3.3, se puede observar como el caso de la amplitud de modulación  $V_{RF} = 0.05$  V se asemeja al del láser en corriente continua, obteniendo un espectro (Figura 3.4 (verde)) con la frecuencia de emisión dominante de la Figura 3.1. Como consecuencia del encendido por ganancia realizado se observan excitadas líneas de emisión nuevas a los lados de la emisión principal, cuya separación en frecuencias ópticas entre líneas consecutivas es  $f_R$  (5 GHz que corresponden a 0.04 nm).

Para el caso de  $V_{RF} = 1$  V se observa un OFC (Figura 3.4 (azul)) de gran calidad formado por numerosas líneas de emisión equiespaciadas (en 5 GHz) y bien definidas. Están bien definidas pues aún se mantiene la coherencia entre pulsos (Figura 3.3 (e)) y el ancho del espectro aumenta con respecto al de  $V_{RF} = 0.05$  V porque los pulsos ópticos son mucho más estrechos (ver Figuras 3.3 (d) y 3.3(e)). Se ha obtenido una región de longitudes de onda con líneas de emisión con máximos de la densidad espectral de potencia similares, lo cuál es deseable para obtener OFC de buena calidad.

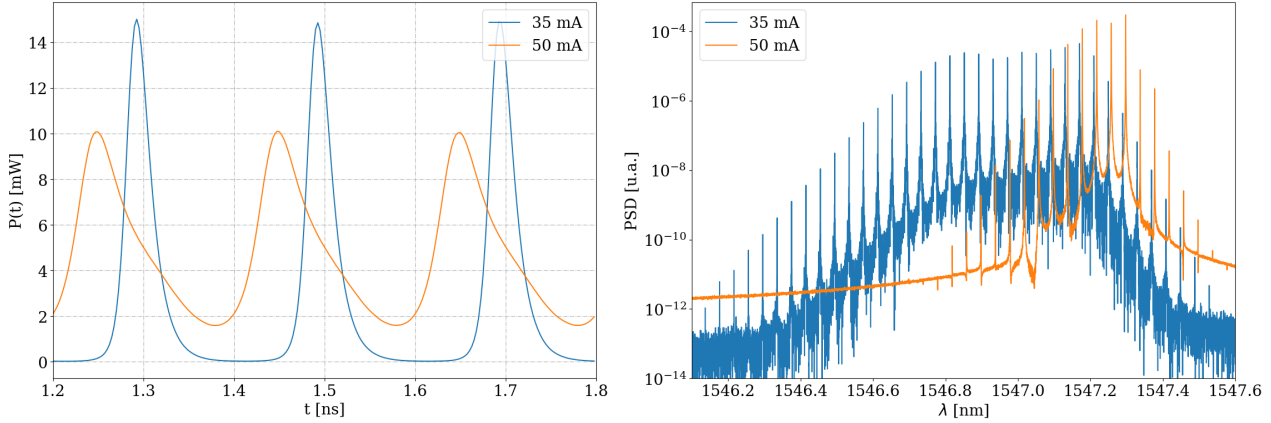
Por otro lado, se observa que para el caso de  $V_{RF} = 1.5$  V (Figura 3.4 (naranja)) el OFC se destruye debido al mayor efecto del ruido de emisión espontánea, obteniendo líneas de emisión poco definidas, con un espaciado variado y mucho ruido.

De esta forma, se ha podido caracterizar la calidad de los OFC, y del encendido por ganancia, para altas frecuencias en función de la amplitud de modulación. Se ha podido observar la creación del OFC para  $V_{RF} = 1$  V, así como la destrucción de éste para amplitudes altas, con  $V_{RF} = 1.5$  V. Estos resultados coinciden con los observados experimentalmente [4].

Tal y como se ha comentado a partir de los resultados de la Figura 3.3, uno de los efectos de aumentar la amplitud de modulación es la disminución de la corriente por debajo de  $I_{th}$  por un

tiempo  $t$ , que aumenta con la amplitud. Sin embargo, ésto también se puede controlar para una amplitud fija, variando la corriente de polarización  $I_{bias}$ .

En la Figura 3.5 se muestran la potencia  $P(t)$ , obtenida a partir de la  $S(t)$  2.1, y los espectros de los OFC con  $f_R = 5$  GHz,  $V_{RF} = 1$  V e  $I_{bias} = 30$  mA y 50 mA.



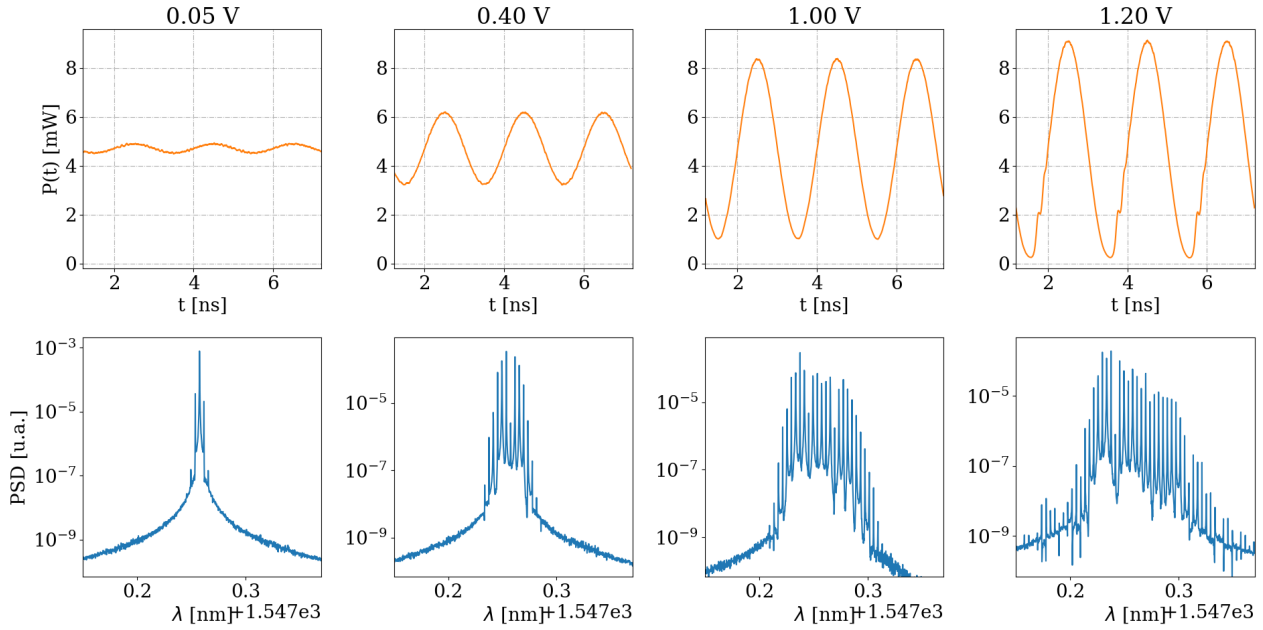
**Figura 3.5:** Perfil temporal de las potencias  $P(t)$  (izquierda) y espectros (derecha) de OFC con  $f_R = 5$  GHz,  $V_{RF} = 1$  V e  $I_{bias} = 30$  mA (azul) y 50 mA (naranja).

El caso de  $I_{bias} = 30$  mA es el ya ilustrado en las Figuras 3.3 (e) y 3.4 (azul). En el caso de  $I_{bias} = 50$  mA, al aumentar la corriente de polarización, ésta desplaza la función sinusoidal de la intensidad alejandola de  $I_{th}$  y así la amplitud de modulación no es suficiente para llegar a cruzar  $I_{th}$ . Esto se observa en el perfil temporal de  $P(t)$  (Figura 3.5 (izquierda, naranja)) que no toma nunca valores cercanos a cero. Puesto que la frecuencia  $f_R$  y la amplitud  $V_{RF}$  de modulación sí son suficientes como para que se dé encendido por ganancia, se observa un espectro (Figura 3.5 (derecha, naranja)) con un OFC formado por líneas bien definidas e igualmente espaciadas. No obstante, el OFC obtenido para  $I_{bias} = 50$  mA es más estrecho que el obtenido para  $I_{bias} = 30$  mA, pues los pulsos son más anchos para  $I_{bias} = 50$  mA careciendo de una meseta bien definida con líneas de emisión con densidad espectral de potencia similar. Se observa además un corrimiento hacia el rojo del espectro cuando la corriente aumenta cuyo origen es el mismo que el discutido en la Figura 3.1.

Otro de los efectos de aumentar la  $I_{bias}$  de tal manera que no cruce la  $I_{th}$  es la falta de una región donde domine la emisión espontánea, como ocurría en la Figura 3.3. Esto se puede observar en el menor ruido obtenido en el espectro para  $I_{bias} = 50$  mA (Figura 3.5 (derecha, naranja)) frente al obtenido en el espectro de  $I_{bias} = 30$  mA (Figura 3.5 (derecha, azul)).

### 3.2.2. Efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias

Para el estudio del efecto de la amplitud de modulación a bajas frecuencias se ha trabajado con una corriente de polarización  $I_{bias} = 50$  mA y una frecuencia  $f_R = 500$  MHz. Se han obtenido en la Figura 3.6 la potencia  $P(t)$  y los espectros ópticos para cuatro amplitudes diferentes, tomando cuatro valores distintos para  $V_{RF}$ : 0.05 V, 0.4 V, 1.0 V y 1.2 V.



**Figura 3.6:** Perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  (fila superior) y espectros (fila inferior) de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.05$  V (primera columna), 0.4 V (segunda columna), 1.0 V (tercera columna) y 1.2 V (cuarta columna).

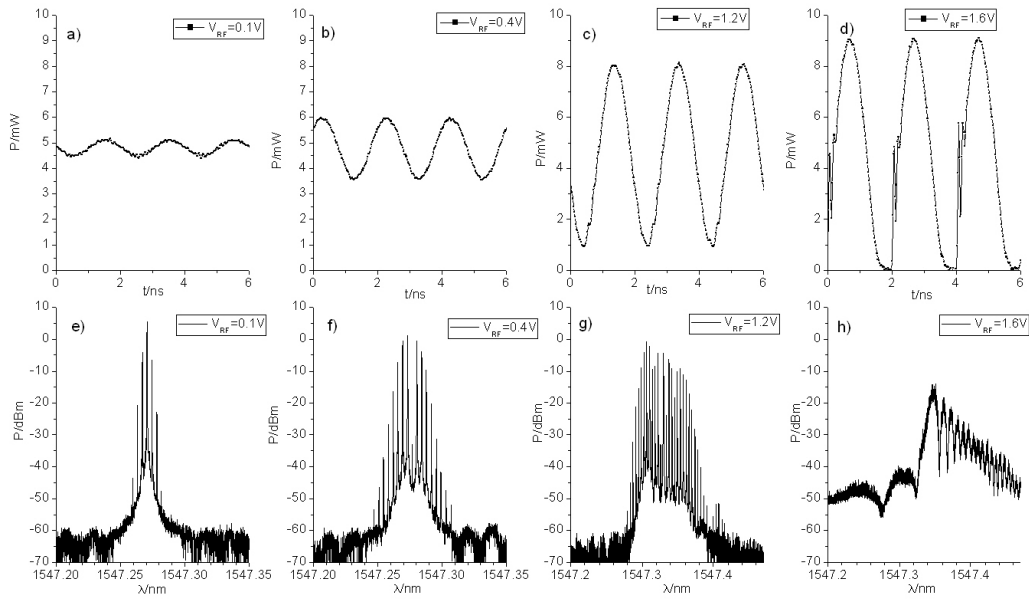
Al igual que se obtuvo en el apartado anterior para el caso de altas frecuencias con  $I_{bias} = 50$  mA (Figura 3.5), se observan en la Figura 3.6 perfiles temporales de la potencia oscilantes entorno al valor de la potencia en corriente continua ( $P_{CW} \approx 4.7$  mW), variando su amplitud en función de la amplitud de modulación. Al tener una  $I_{bias}$  muy superior a  $I_{th}$  y una frecuencia baja, la amplitud de modulación no permite mantener la corriente de inyección por debajo de la corriente umbral un tiempo suficiente como para que  $P(t) \propto S(t) \approx 0$ , tal y como se observa en las Figuras 3.6 (fila superior).

Para el caso de la amplitud de modulación pequeña con  $V_{RF} = 0.05$  V, se ha obtenido un comportamiento muy similar al de corriente continua, al igual que para altas frecuencias. El espectro obtenido para esta amplitud de modulación es similar al de la Figura 3.4 (verde) del apartado anterior, obteniendo un pico de emisión dominante correspondiente a la emisión en continua y dos picos a cada lado debidos a la modulación sinusoidal de la corriente. La separación entre líneas adyacentes es la que corresponde a una frecuencia óptica igual a  $f_R$ .

Se observa como, al igual que ocurría en a altas frecuencias, a medida que aumenta la amplitud de modulación aumenta el número de líneas de emisión de espectro, llegando a destruirse para altas amplitudes de modulación. Sin embargo, al trabajar a bajas frecuencias se observa una clara irregularidad en el perfil del OFC, tomando los picos valores muy diversos de la densidad espectral de potencia. También cabe destacar la aparición de unos pequeños picos en la base del perfil temporal de la potencia para  $V_{RF} = 1.2$  V. Esto indica el resto del primer pico de las oscilaciones de relajación.

En la Figura 3.7 se muestran los perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  y los espectros de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.1$  V, 0.4 V, 1.2 V y 1.6 V obtenidos experimentalmente [2], permitiendo comparar los resultados obtenidos mediante simulación con los obtenidos en el

laboratorio.



**Figura 3.7:** Perfiles temporales de la potencia  $P(t)$  (fila superior) y espectros (fila inferior) de los OFC para  $I_{bias} = 50$  mA,  $f_R = 500$  MHz y  $V_{RF} = 0.1$  V (primera columna), 0.4 V (segunda columna), 1.2 V (tercera columna) y 1.6 V (cuarta columna) obtenidos experimentalmente [2].

En la cuarta columna de la Figura 3.7 se muestran los resultados obtenidos para una amplitud de  $V_{RF} = 1.6$  V, observando como el OFC se encuentra completamente destruido debido a que los pulsos se apagan completamente en contraste con lo observado para  $V_{RF}$  más pequeñas. Con dicha amplitud se obtienen en las trazas temporales de la potencia los primeros picos de las oscilaciones de relajación. En la primera columna de la Figura 3.7 se muestran los resultados para una amplitud de modulación pequeña de  $V_{RF} = 0.1$  V. Al igual que en los resultados de la simulación, se obtiene un comportamiento similar al de la corriente continua con un pico de emisión dominante. No obstante, al tratarse del doble de la amplitud utilizada en la simulación de la Figura 3.6 se obtienen un mayor número de picos de emisión estimulados. Los resultados que se muestran en la segunda columna de la Figura 3.7 para  $V_{RF} = 0.4$  V equivalen a los resultados de la simulación de la segunda columna de la Figura 3.6. En ambas figuras se pueden observar un OFC con un perfil aproximadamente simétrico con un pico de menor intensidad en el centro. Por último, la tercera columna de la Figura 3.7 equivale a la cuarta columna de la Figura 3.6, con  $V_{RF} = 1.2$  V. Ambos espectros presentan un perfil similar con un aumento brusco de la densidad espectral de potencia de los picos para bajas longitudes de onda, seguido de una disminución más tenue para longitudes de onda mayores. En la traza de  $P(t)$  de la Figura 3.7 para dicha amplitud se observan restos de los primeros picos de las oscilaciones de relajación que se observaban para mayores amplitudes. Dicho resto de los picos también se obtenían en la simulación de la Figura 3.6.

El excelente acuerdo entre los resultados de la simulación de la Figura 3.6 y los resultados experimentales de la Figura 3.7 indican la capacidad de la simulación de explicar los procesos que involucra el encendido por ganancia en la generación de OFC, pudiendo servir para la caracterización de la calidad de los OFC.

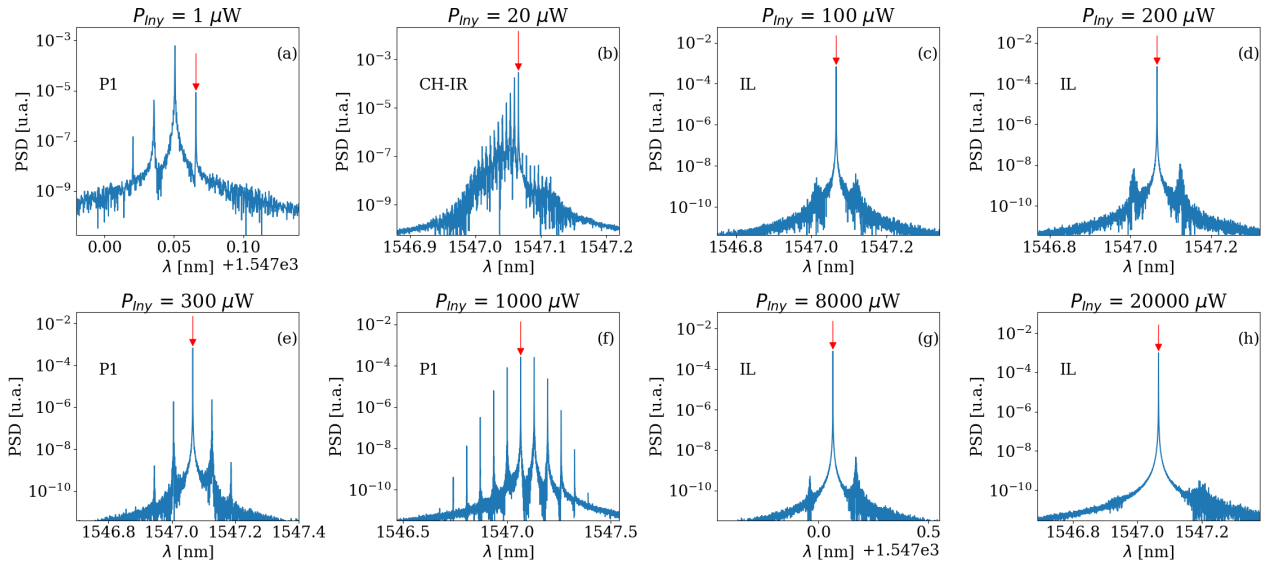
## Capítulo 4

# Inyección Óptica

Una forma alternativa de obtención de OFC es mediante la inyección de luz láser en otro láser de semiconductor funcionando en corriente constante. Sin embargo este sistema presenta una dinámica no lineal muy variada aparte de la observación de los OFC. En este capítulo se han estudiado los distintos comportamientos no lineales observados en este sistema en función de las condiciones de la inyección óptica, dadas por la potencia inyectada  $P_{Iny}$  y la diferencia de frecuencias  $\delta\nu$  entre el láser maestro y el láser esclavo (ML y SL respectivamente por sus siglas en inglés). Se ha trabajado con el láser SL en corriente continua con  $I_{bias} = 35$  mA,  $V_{RF} = 0$  V y  $f_R = 5.0$  GHz.

Se han obtenido los diferentes regímenes dinámicos de SL en función de  $P_{Iny}$  para dos valores de  $\delta\nu$  distintos, uno positivo que equivale a una frecuencia de SL menor que la de ML, y otro negativo con el caso contrario.

En la Figura 4.1 se muestran los espectros ópticos del láser esclavo con inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes valores de  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz.

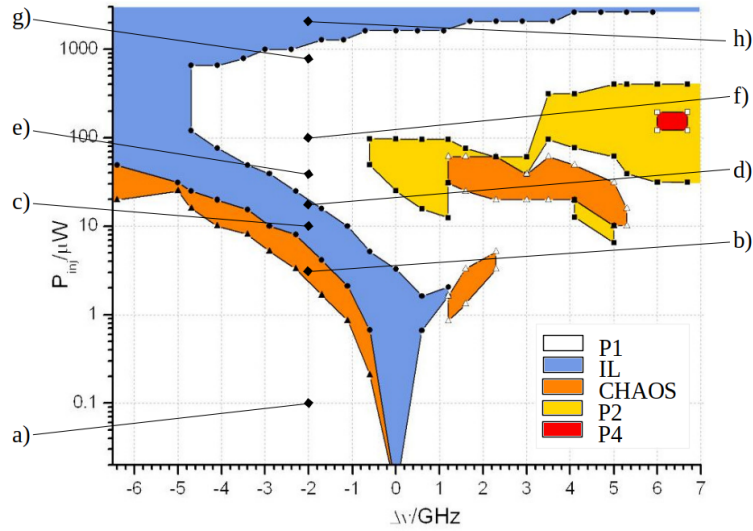


**Figura 4.1:** Espectros ópticos con inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes valores de  $P_{Iny}$  para  $\delta\nu = -2$  GHz. Se indica la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha y  $P_{Iny}$  para cada espectro óptico.

Para una baja potencia de inyección  $P_{Iny} = 1 \mu\text{W}$  (Figura 4.1 (a)) se obtiene un espectro óptico con el pico de emisión de SL y tres picos satélites, uno de ellos apareciendo a  $\nu_{ML}$  y los otros simétricos respecto al pico principal. En esta región denominada de periodo 1, P1, las variables internas del láser tienen un comportamiento periodico. Cuando las potencias de inyección son bajas, la frecuencia de este comportamiento es  $\delta\nu$  debido a un fenómeno de *Four-wave mixing* (FWM, mezcla de cuatro ondas) [3]. Al aumentar  $P_{Iny}$  se llega a una región de caos, CH-IR ( $P_{Iny} = 20 \mu\text{W}$ , Figura 4.1 (b)), con un OFC formado por muchas líneas y con un perfil irregular. Esta región de caos se destruye para  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$ , en la que se obtiene un espectro óptico con una única línea de emisión para la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$ . Al aumentar la potencia de ML el láser deja de emitir en  $\nu_{SL}$  pasando a emitir solo en  $\nu_{ML}$ . A este fenómeno se le conoce como Bloqueo de Inyección (IL por sus siglas en inglés). El régimen IL se caracteriza además porque el láser esclavo pasa a emitir con una fase óptica relativa a la del láser maestro con un valor constante. Además la potencia del láser esclavo es constante. En la Figura 4.1 (d) se muestra el espectro para  $P_{Iny} = 200 \mu\text{W}$  en IL, observando como al aumentar la potencia de inyección se empiezan a excitarlos picos satélites correspondientes a las oscilaciones de relajación. Esto indica que nos encontramos en el límite de dos comportamientos, el descrito para la región IL y un comportamiento periódico, con periodo el de las oscilaciones de relajación (este cambio de comportamientos corresponde a una bifurcación de Hopf. Si se continúa aumentando la potencia de inyección aumentarán los picos de la frecuencia de oscilaciones de relajación, retornando a la región P1 ( $V_{RF} = 300 \mu\text{W}$ , Figura 4.1 (e)). Dentro de la región P1, el aumento de la potencia de inyección produce la aparición de nuevas líneas de emisión, comenzando a aparecer el OFC. A medida que aumenta la potencia de inyección la separación entre líneas consecutivas del espectro óptico va creciendo, disminuyendo la frecuencia óptica de separación entre líneas  $\Delta f$ . Para  $P_{Iny} = 300 \mu\text{W}$  se tiene  $\Delta f = 5 \text{ GHz}$  y para  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  se tiene  $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ . Para altas potencias de inyección,  $P_{Iny} = 8000 \mu\text{W}$  y  $20000 \mu\text{W}$ , se regresa a la región IL.

A partir de los datos experimentales para un láser de modo discreto en corriente continua  $I_{bias} = 30 \text{ mA}$  [2], se ha obtenido un mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de la potencia inyectada experimental  $P_{Inj}$  y  $\delta\nu$ . Hacemos notar que la potencia inyectada teórica  $P_{Iny}$  es siempre mayor que la potencia inyectada experimental  $P_{Inj}$  debido a las pérdidas que sufre la luz del láser maestro en el experimento antes de ser inyectado en el láser esclavo. Se ha estimado el término de proporcionalidad entre ambas potencias  $P_{Inj} = 0.077 \cdot P_{Iny}$  [2]. Aunque la corriente teórica es diferente de la experimental la comparación es adecuada porque en ambos casos la relación entre la corriente y la corriente umbral es similar  $\frac{I_{bias}}{I_{th}} \approx 2.3$ . En la Figura 4.2 se muestra el mapa de las regiones dinámicas obtenido a partir de [2], marcando los puntos correspondientes a los espectros ópticos de la Figura 4.1.

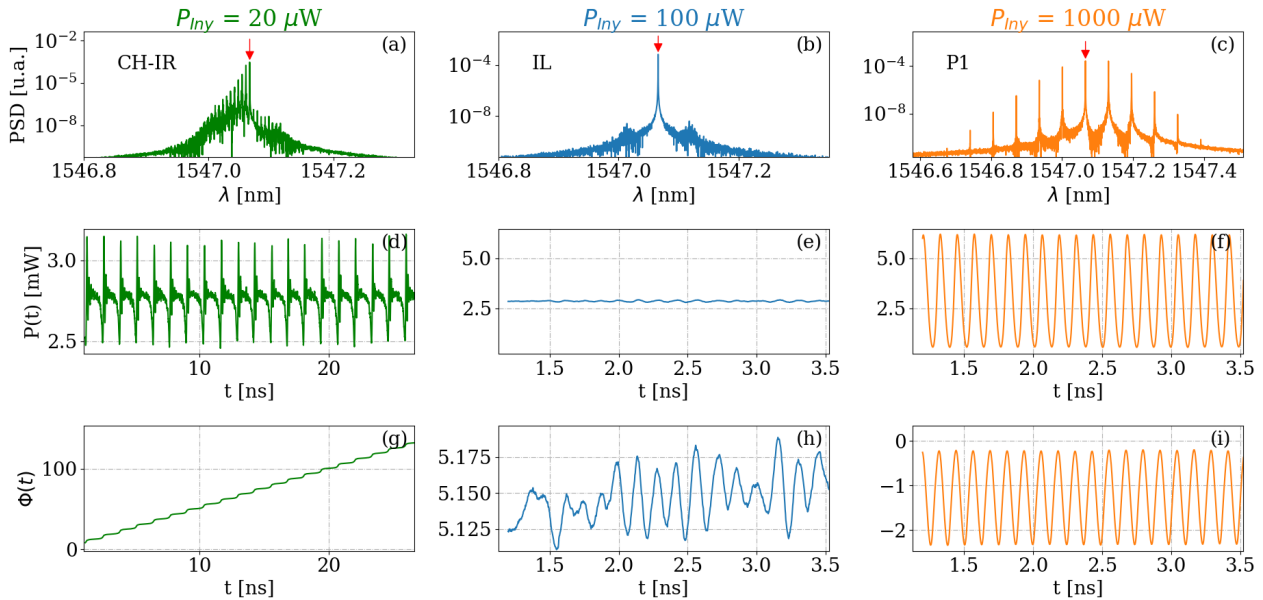




**Figura 4.2:** Mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de  $P_{Inj}$  y  $\delta\nu$  obtenido a partir de [2]. Se han marcado los puntos correspondientes a los espectros ópticos de la Figura 4.1.

Las regiones dinámicas del mapa de la Figura 4.2 obtenidas experimentalmente, para las condiciones de inyección de los espectros ópticos de la Figura 4.1 corresponden a las regiones obtenidas del análisis de los resultados de la simulación. Lo cuál indica un buen acuerdo entre teoría y experimento.

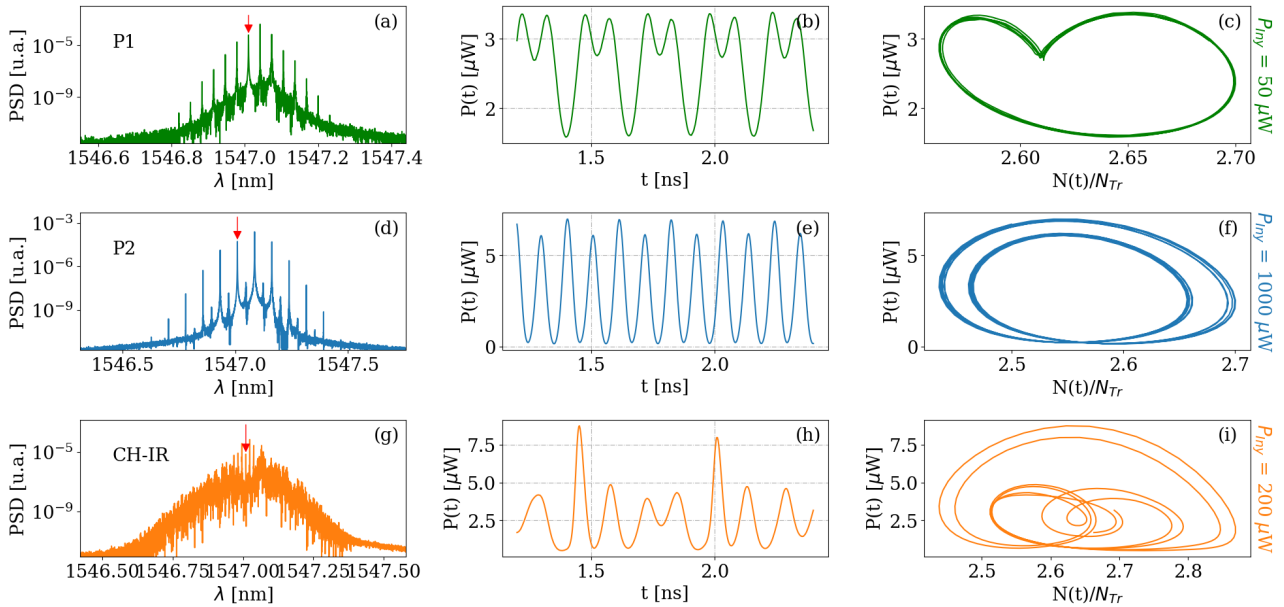
En la Figura 4.3 se muestran la potencia  $P(t)$ , la fase óptica  $\Phi(t)$  y el espectro óptico de los tres casos más representativos de la Figura 4.1 para cada región dinámica obtenida: CH-IR, IL y P1. Esto permite estudiar los procesos que tienen lugar en las tres regiones encontradas para  $\delta\nu = -2$  GHz.



**Figura 4.3:** Potencia  $P(t)$ , fase óptica  $\Phi(t)$  y espectro óptico de los tres casos más representativos de la Figura 4.1 para cada región dinámica obtenida: CH-IR con  $P_{Inj} = 20 \mu\text{W}$  (verde), IL con  $P_{Inj} = 100 \mu\text{W}$  (azul) y P1 con  $P_{Inj} = 1000 \mu\text{W}$  (naranja). Se indica en los espectros la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha.

Para el caso con  $P_{Iny} = 1000 \mu\text{W}$  de la región P1 se obtiene un espectro óptico (Figura 4.3 (c)) se obtiene un OFC de buena calidad formado por varias líneas bien resueltas y con las misma separación entre ellas ( $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ ). Los perfiles temporales que se obtienen para  $P(t)$  y  $\Phi(t)$  son oscilaciones con una amplitud y una frecuencia bien definidos con  $\Delta f = 4.6 \text{ GHz}$ . En la Figura 4.3 (e) se muestra el perfil temporal de la potencia para  $P_{Iny} = 100 \mu\text{W}$  IL, que toma un valor aproximadamente constante. Esto mismo se observa para su fase óptica (Figura 4.3 (h)) en la que se obtienen variaciones de  $\Phi(t)$  tres ordenes de magnitud menores que para P1. Con  $P_{Iny} = 20 \mu\text{W}$  se encuentra la región CH-IR, obteniendo un espectro irregular. De igual manera se obtienen trazas irregulares para la potencia  $P(t)$ , con picos irregulares (Figura 4.3 (d)), y para la fase óptica (Figura 4.3 (g)). En el caso de la fase óptica se observa como ésta va aumentando con saltos de  $2\pi$  debido a que se trabaja con ángulos y así estos saltos equivalen al mismo valor.

Del mapa de regiones dinámicas de la Figura 4.2 se deduce que para  $\delta\nu$  positivo se ha de poder alcanzar regiones con doblamiento de periodo, P2. En la Figura 4.4 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y el atractor en el espacio de estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = 5 \text{ GHz}$  y  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$ ,  $1000 \mu\text{W}$  y  $200 \mu\text{W}$ .



**Figura 4.4:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y atractor en el espacio de estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = 5 \text{ GHz}$  y  $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$  (verde),  $1000 \mu\text{W}$  (azul) y  $200 \mu\text{W}$  (naranja). Se indica en los espectros la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha.

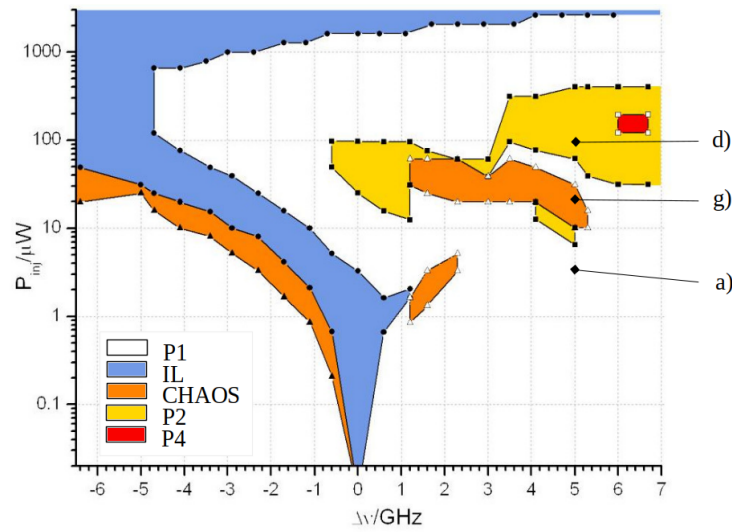
REESCRIBIR EL PARAFO ANALIZANDO LOS CASOS P1 Y P2 POR SEPARADO, REALIZANDO LA COMPARACION SOLO PARA EL ATRACTOR.

Se obtiene de nuevo un OFC de buena calidad para la región P1 ( $P_{Iny} = 50 \mu\text{W}$ , Figura 4.4 (a)) y una  $P(t)$  oscilante con una frecuencia de  $4 \text{ GHz}$  (Figura 4.4 (b)). Sin embargo, se observa como los máximos de  $P(t)$  comienzan a desdoblarse formando una segunda oscilación, indicando que se encuentra cerca de una región con doblamiento de periodo P2. Ésto no se observa en el espectro óptico debido a la poca intensidad de estos picos y al ruido debido a la emisión espontánea, pero sí se puede ver en la Figura 4.4 (c). El diagrama no llega a realizar una revolución completa sino que se

dobra hacia el interior en un determinado punto. Al llegar la región P2 ( $P_{Iny} = 1000 \mu W$ ) la potencia se ha desdoblado completamente (Figura 4.4 (e)), alternando picos de mayor y menor potencia. En el espectro óptico (Figura 4.4 (d)) se obtienen líneas de emisión escitadas entre las que se teían en P1. La frecuencia de separación entre las líneas cae a la mitad  $\Delta\nu' = \frac{\Delta\nu}{2}$  y así el periodo es el doble. En la Figura 4.4 (f) aparece una nueva oscilación de menor amplitud debido al desdoblamiento de  $P(t)$  y  $N(t)$ .

Se alcanza la región CH-IR para  $P_{Iny} = 200 \mu W$ , obteniendo un perfil de  $P(t)$  con oscilaciones aleatorias y sin una amplitud o frecuencia determinada (Figura 4.4 (h)). El OFC del espectro óptico (Figura 4.4 (g)) se destruye completamente y el diagrama de estados de la Figura 4.4 (i) describe una trayectoria irregular que para rangos de tiempo suficientemente grandes cubriría todo el espacio.

En la Figura 4.5 se muestra el mapa de las regiones dinámicas obtenido en [2], marcando los puntos correspondientes a las condiciones de inyección de los resultados de la Figura 4.4, obteniendo las mismas regiones que mediante el análisis de los resultados de la simulación.



**Figura 4.5:** Mapa con las diferentes regiones dinámicas en función de  $P_{Iny}$  y  $\delta\nu$  obtenido a partir de [2]. Se han marcado los puntos correspondientes a las condiciones de inyección de la Figura 4.4.

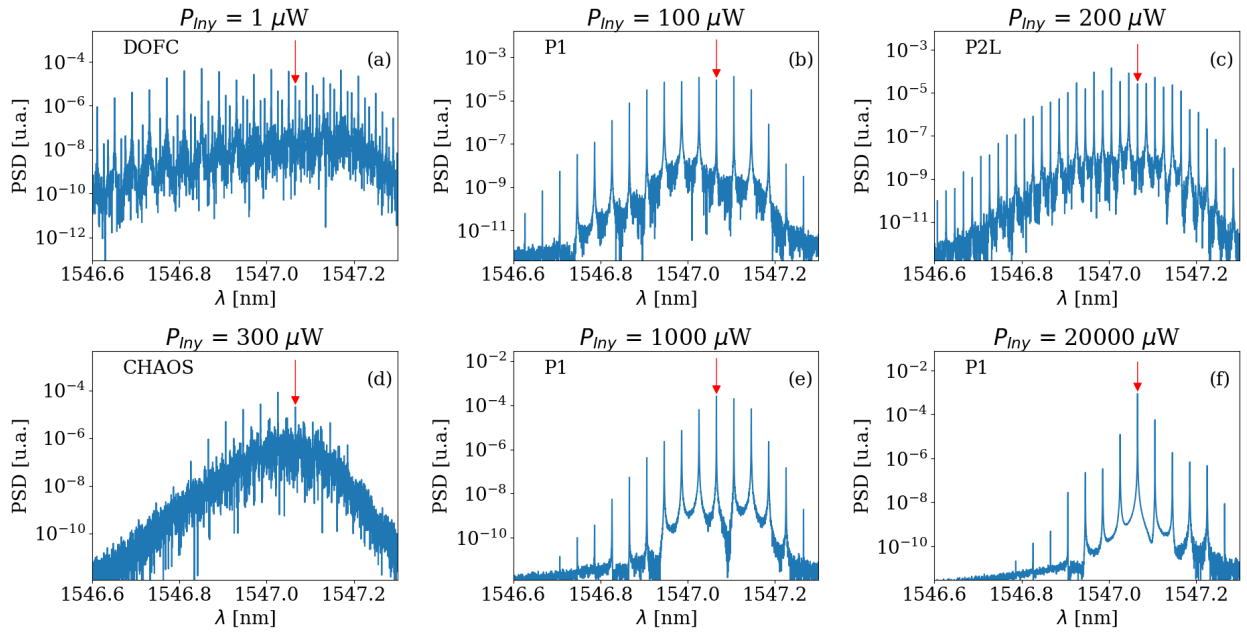
TRACTOR —>proyección del atractor en el plano (P, N) del espacio de estados

## Capítulo 5

# Inyección Óptica en un láser encendido por ganancia

En este capítulo se han combinado los métodos de generación de OFC estudiados en los capítulos anteriores, abordando el estudio de los regímenes dinámicos que existen en la generación de OFC mediante encendido por ganancia e inyección de luz. Se ha trabajado con el láser SL con  $I_{bias} = 35$  mA,  $V_{RF} = 1$  V y alta frecuencia  $f_R = 5$  GHz. Para las condiciones de inyección de ML se ha tomado un único valor de  $\delta\nu = -2$  GHz, variando la potencia de inyección  $P_{Iny}$ .

En la Figura 5.1 se muestran los espectros ópticos de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para distintas  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz.



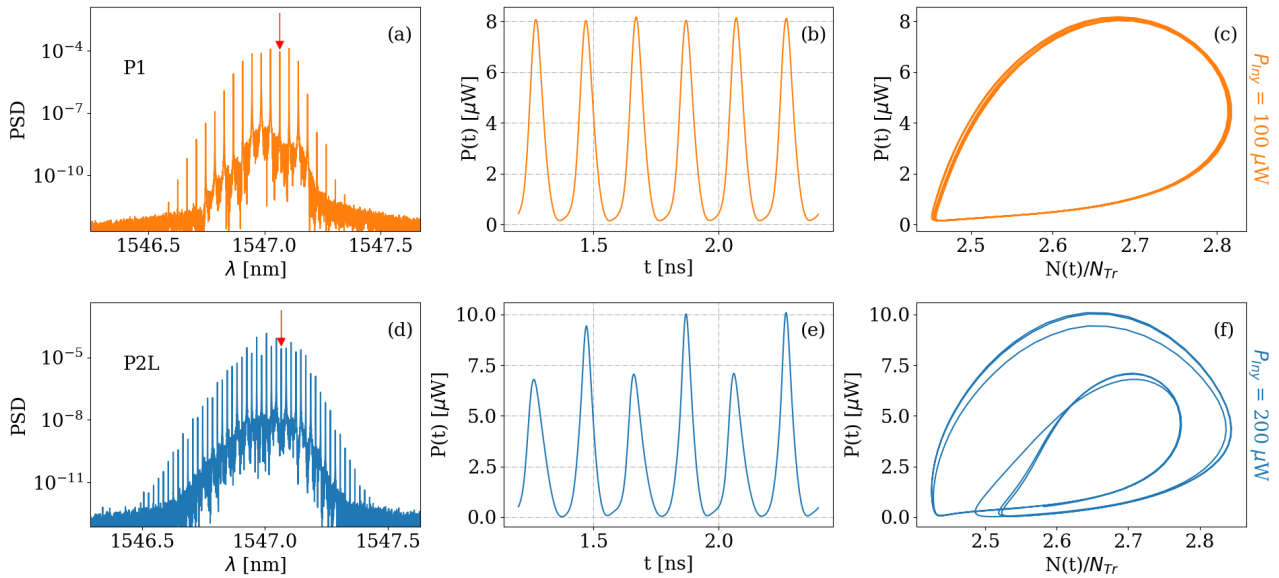
**Figura 5.1:** Espectros ópticos obtenidos mediante encendido por ganancia e inyección óptica de las diferentes regiones dinámicas obtenidas para diferentes  $P_{Iny}$  a  $\delta\nu = -2$  GHz. Se indica la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$  con una flecha y  $P_{Iny}$  para cada espectro óptico.

Para  $P_{Iny} = 1$   $\mu$ W se obtiene un espectro óptico con doble peine óptico de frecuencias, DOFC

(Figura 5.1 (a)). Este consiste en la superposición de dos peines, el obtenido sin inyección óptica, y el centrado en la frecuencia del láser maestro  $\nu_{ML}$ , con una separación de frecuencias entre líneas también de  $f_R$ . El DOFC desaparece al aumentar la potencia de inyección, obteniendo un OFC simple en la región P1 para  $P_{Iny} = 100 \mu W$  (Figura 5.1 (b)). Este OFC tiene una línea que aparece a  $\nu_{ML}$  y la separación entre líneas sigue siendo  $f_R$ . Al aumentar  $P_{Iny} = 200 \mu W$  se produce un doblamiento de periodo P2, obteniendo un OFC cuyas frecuencias de separación entre pico es la mitad que para la región P1 (Figura 5.1 (c)). La región de caos, CHAOS, se obtiene para  $P_{Iny} = 300 \mu W$ , para la que el OFC se destruye (Figura 5.1 (d)). Con altas potencias de inyección  $P_{Iny} = 1000 \mu W$  y  $20000 \mu W$  se alcanza nuevamente la región P1 con un pico máximo para la frecuencia de inyección  $\nu_{ML}$ . Dentro de esta región, al aumentar  $P_{Iny}$  tanto el ruido debido a la emisión espontánea como el ancho de la envolvente del OFC disminuyen, mientras que el pico con la frecuencia de inyección aumenta.

Se han estudiado y comparado algunos casos concretos de las regiones mostradas en la Figura 5.1, analizando el comportamiento de las variables internas con el objetivo de entender mejor los fenómenos que se producen en cada caso, de cara a realizar una correcta distinción de las diferentes regiones dinámicas.

En la Figura 5.2 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y el atractor en el espacio de los estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = -2GHz$  y  $P_{Iny} = 100 \mu W$  y  $200 \mu W$ .



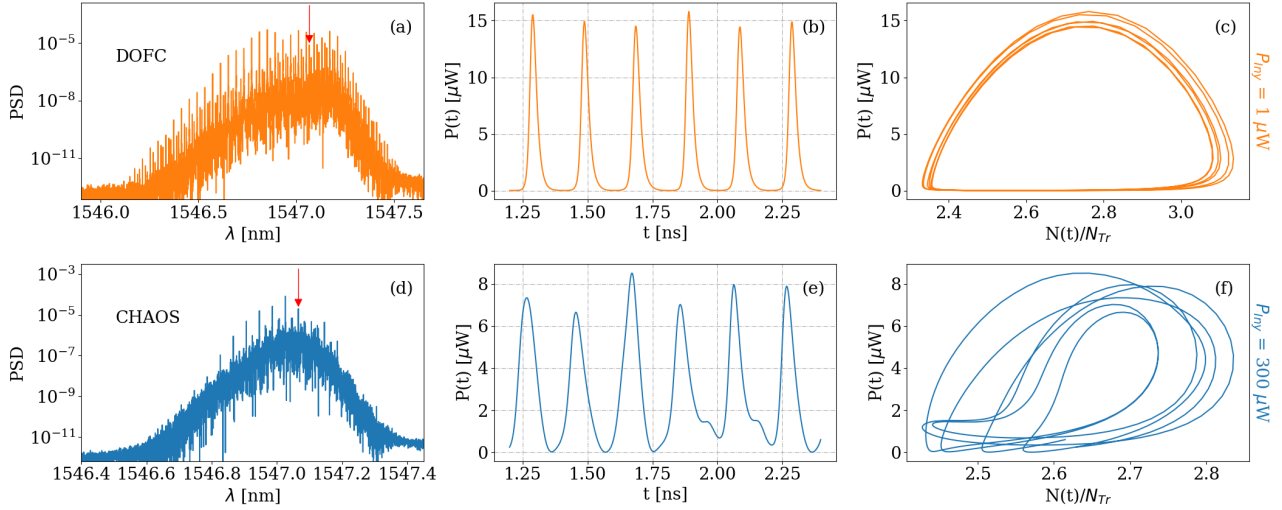
**Figura 5.2:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y atractor en el espacio de los estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = -2GHz$  y  $P_{Iny} = 100 \mu W$  (P1, naranja) y  $200 \mu W$  (P2, azul).

Los resultados de la Figura 5.2 permiten ilustrar la transición entre las soluciones P1 y P2. Entre 100 y 200 van creciendo picos se van desarrollando picos para la mitad de la frecuencia CONTAR CON MIS PALABRAS. Esto se puede observar en la Figura 5.2 (e) en la que la diferencia de amplitudes entre picos consecutivos produce que el periodo de las oscilaciones de  $P(t)$  no sea el tiempo entre estos picos, sino el tiempo entre picos con la misma amplitud, que es el doble. También se puede observar en la Figura 5.2 (f) en la que se obtiene un lazo extra con un diagrama similar al

de la Figura 4.4 (f) para la región P2 del capítulo anterior.

#### HABLAR DE LA FASE

En la Figura 5.3 se muestran los espectros ópticos,  $P(t)$  y el atractor en el espacio de los estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  y  $300\text{ }\mu\text{W}$ .



**Figura 5.3:** Espectros ópticos,  $P(t)$  y atractor en el espacio de los estados de las ecuaciones de balance, despreciando los efectos de la fase óptica; para  $\delta\nu = -2\text{GHz}$  y  $P_{Iny} = 1\text{ }\mu\text{W}$  (DOFC, naranja) y  $300\text{ }\mu\text{W}$  (CHAOS, azul).

EL ESPECTRO DE DOFC YA ESTA DESCRITO, PARA  $p$  COMO LA INYECCION ES DEBIL SE TIENE UN PERFIL PARECIDO AL CASO SIN INYECCION, Y LO MISMO PARA EL ATRACTOR. EL MAYOR RUIDO DEL DOFC QUE PARA P1 DE LA FIGURA ANTERIOR SE DEBE A QUE EN P EL LASER SE APAGA (ES MAS DETERMINISTA)

MIRAR EN LOGARITMICA P EN LOG PARA VER SI ES CAOS DETERMINISTA (ESPECTROS ANCHOS Y TRAZAS EN TIEMPO IRREGULARES) SIGUE HABIENDO PERIOICIDAD PERO HAY DIFERNECIAS EN ANCHOS, FORMAS Y ¡¡¡¡¡ALTURAS!!!!

## Capítulo 6

# Conclusiones

hola a todos

# Bibliografía

- [1] Orazio Svelto and David C Hanna. *Principles of lasers*, volume 4. Springer, 1998.
- [2] Diego Chaves y Ángel Valle. Peines de frecuencia óptica generados por láseres de semiconductor. *Trabajo Fin de Grado en preparación*.
- [3] GHM Van Tartwijk and D Lenstra. Semiconductor lasers with optical injection and feedback. *Quantum and Semiclassical Optics: Journal of the European Optical Society Part B*, 7(2):87, 1995.
- [4] GHM Van Tartwijk and D Lenstra. Numerical and experimental... *IEEE Journal of Quantum Electronics*, enviado.



# Apéndice A

## Código de la simulación

+----- 18 líneas -----+

```
19 import numpy as np
20
21 from Constants import *
22 from getDictValues import *
23
24 class Simulation():
25
26     def __init__(self, iBias, vRF, fR, pwrInjct=0, nuDetng=0, numWindw=1):
```

+----- 18 líneas -----+

```
44         #                2 sqrt(2) vRF
45         # I_bias + cLoss ----- sin(2 pi fR t)
46         #                z0 + zL
47         self.current = lambda t: (self.iBias*10**(-12)
48                                   + (cLoss*2.0*np.sqrt(2)*self.vRF
49                                       * np.sin(2*np.pi*fR*t)) / rInt
50                                   )
51
52         self.tWindw = 40.96
53         self.tTrans = 2.2
```

+----- 24 líneas -----+

```
77         mWindw = int(self.tWindw / delta)
78         mTrans = int(self.tTrans / delta)
79         tTotal = self.tWindw + self.tTrans
80         mTotal = int(tTotal / delta)
81         nTotal = mTotal*ndelta #int(tTotal / tIntev)
```

+----- 15 líneas -----+

```
96     def allSimulation(self):
```

+----- 20 líneas -----+

```
116         for win in range(0, self.numWindw):
117
118             #-----
119             # Gaussian arrays N(0,1) for the Noise
120             #-----
121             X = np.random.normal(0, 1, nTotal)
122             Y = np.random.normal(0, 1, nTotal)
123
124             # Initial conditions are defined in order to resolved the SDE
125             tempN = nTr
126             tempS = float(10**(15))
127             tempPhi = 0
128
129             for q in range(0, mTrans):
```

```

130         for k in range(0, ndelta):
131
132             index = q*ndelta + k
133
134             bTN = bTIntv * tempN * tempN
135             invS = 1 / ((1/tempS) + epsilon)
136             sqrtS = np.sqrt(abs(tempS))
137             cosPhi = np.cos(tempPhi)
138             senPhi = np.sin(tempPhi)
139
140             tempPhi = (tempPhi + aphvgTGmm*tempN - self.phaseTerm
141                       + noisePhi*tempN*Y[index]/sqrtS
142                       - (ampInject/sqrtS)*senPhi*cosInject[index]
143                       + (ampInject/sqrtS)*cosPhi*senInject[index]
144                       )
145
146             tempS = (tempS + vgTGmm*tempN*invS - vgTGmmN*invS
147                     - intTtau*tempS + btGmm*bTN
148                     + noiseS*tempN*sqrtS*X[index]
149                     + 2*ampInject*sqrtS*cosPhi*cosInject[index]
150                     + 2*ampInject*sqrtS*senPhi*senInject[index]
151                     )
152
153             tempN = (tempN + self.currentTerm[index] - aTIntv*tempN
154                     - bTN - cTIntv*tempN**3 - vgT*tempN*invS + vgtN*invS
155                     )

```

+----- 10 líneas -----+

```

165     for q in range(mTrans, mTotal):
166         for k in range(0, ndelta):
167
168             index = q*ndelta + k
169
170             bTN = bTIntv * tempN * tempN
171             invS = 1 / ((1/tempS) + epsilon)
172             sqrtS = np.sqrt(tempS)
173             cosPhi = np.cos(tempPhi)
174             senPhi = np.sin(tempPhi)
175
176             tempPhi = (tempPhi + aphvgTGmm*tempN - self.phaseTerm
177                       + noisePhi*tempN*Y[index]/sqrtS
178                       - (ampInject/sqrtS)*senPhi*cosInject[index]
179                       + (ampInject/sqrtS)*cosPhi*senInject[index]
180                       )
181
182             tempS = (tempS + vgTGmm*tempN*invS - vgTGmmN*invS
183                     - intTtau*tempS + btGmm*bTN
184                     + noiseS*tempN*sqrtS*X[index]
185                     + 2*ampInject*sqrtS*cosPhi*cosInject[index]
186                     + 2*ampInject*sqrtS*senPhi*senInject[index]
187                     )
188
189             tempN = (tempN + self.currentTerm[index]
190                     - aTIntv*tempN - bTN - (cTIntv*tempN**3)
191                     - vgT*tempN*invS + vgtN*invS
192                     )

```

+----- 10 líneas -----+

```

202     self.opField[q-mTrans] = (np.sqrt(constP*tempS)
203                               * np.exp(1j*tempPhi)
204                               + opFldInject
205                               * np.exp(1j*angInject[index]))
206     )

```

```
+----- 6 líneas -----+
212     transFourier = np.fft.fft(self.opField)
213     self.TFavg += (abs(np.fft.fftshift(transFourier))
214                   * abs(np.fft.fftshift(transFourier))
215                     / float(self.numWindw)
216                   )
217
218     self.TFang += (np.angle(np.fft.fftshift(transFourier))
219                   / float(self.numWindw)
220                   )
+----- 39 líneas -----+
```