Programación Orientada a Objetos
Jair Estrada Rosalio
Generador de fractales
Gerardo Flores Alvarez

Representación gráfica de fractales mediante la implementación de recursividad en lenguaje C++ y la librería Qt.

INTRODUCCIÓN

Desde hace 20 años, se ha estado dando una revolución en el mundo de las ideas científicas. Se ha producido ideas nuevas muy útiles para describir y entender la multitud de fenómenos que se dan en las diversas ramas del conocimiento. Nos referimos a los fractales. Las aplicaciones que se han dado en los campos de: el Computo, la matemáticas, la física, la química, la biología, la medicina, por mencionar sólo algunos. Se podrá apreciar la gran amplitud de temas que es posible tratar con estos nuevos conceptos.

En todos los campos del conocimiento que hemos mencionado se han dado situaciones que al ser tratadas con los procedimientos en uso no han podido ser explicadas satisfactoriamente. Sólo con el advenimiento de las ideas nuevas es que ha sido posible progresar en el conocimiento de fenómenos antes no comprendidos.

En vista de lo antes dicho, consideramos algunas variedades de fenómenos y situaciones. El propósito del presente escrito es mostrar cómo lograr representaciones gráficas de los fractales usando la librería Qt en conjunto el lenguaje C++. Aunado a una explicación somera, no especializada, de los antecedentes de nuestro sujeto de estudio, además de realizar.

El tratamiento formal de los fractales se ha convertido en una rama muy compleja de las matemáticas. Por supuesto que no entraremos en estos espinosos temas.

En 1975 Benoit Mandelbrot los consideró a fondo, se inició la era de los fractales. Estos casos ilustran una situación que ha ocurrido en la historia de la ciencia muchas veces.

La idea de fractal nos pueden parecer muy extraña, sin empezamos a ver algunas de sus características: hay líneas con longitud y cosas semejantes. Sin embargo, esta extrañeza se debe a que nos hemos limitado mentalmente a considerar situaciones que son realmente ideales, como las figuras geométricas. En la naturaleza estas figuras son la excepción. Mientras que la mayoría de las figuras que hay a nuestro alrededor son fractales. Aunque parezcan increíble, ¡este hecho tan contundente no había sido considerado en serio durante muchos siglos por la humanidad!

MARCO TÉORICO

1.- La geometría euclidiana y su escuela:

Se denomina a la geometría euclidiana a la teoría recopilada por el Matemático griego Euclides alrededor del año 300 a.c. en el libro titulado Los Elementos. En él se realiza un estudio formal de los planos, líneas, esferas, círculos, triángulos, conos, etc, como se puede apreciar todas estas formas geométricas son regulares.
Los Euclides teoremas que planteó son los tradicionales que se aprenden en la escuela, por citar algunos:
- La suna de los ángulos internos de un triángulo suman 180º.
- En un triángulo rectángulo la suma del cuadrado de sus catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa (teorema de Pitágoras).

La geometría que desarrollo Euclides ha sido una poderosa palanca de razonamiento deductiva, además de ser extremadamente útil en el desarrollo de muchos del conocimiento, por ejemplo en la física, la matemáticas, el las diferentes Ingenierías, astronomía, química, por citar algunas.

En siglo II, partiendo de la geometría Euclidiana se presenta la teoría ptolemaica del Universo, según la cual pone al Planeta Tierra como el centro del Universo, y el resto de los planetas, estrellas y satélites naturales dando vueltas alrededor en líneas circulares perfectas.

Sin embargo hoy en día sabemos que las ideas de Euclides constituyen una considerable abstracción de la realidad. Por ejemplo se supone que un punto no tiene tamaño; que una línea recta es un conjunto de puntos que no tienen ni ancho ni grueso, solamente longitud; que una superficie no tiene ancho, etc.

En vista a los puntos de vista de Eucludes, por ejemplo que un punto no tiene tamaño, se le asigna una dimensión nula. Una línea solo tiene longitud, por lo que se le da dimensión dos; si una superficie no tiene ancho, se le asigna dimensión dos. Finalmente, un cuerpo sólido, como un cubo tiene dimensión tres. Así en la geometría Euclidiana las únicas dimensiones posibles que algún cuerpo geométrico puede tener son números enteros: 0, 1, 2 y 3.

2.- Definición de fractales y su dimensión:

Como primer punto tratemos de dar una definición que se entiende por fractal:
- Los fractales son conjuntos cuya dimensiones de Hausdorff[1] es fraccionaria.

Demos a esta definición una explicación, según la geometría Euclidiana: las diferentes figuras geométricas deben tener en alguna dimensión comprendida entre 0, 1, 2 ó 3. Por ejemplo: tenemos que un punto tiene dimensión 0, una línea recta: dimensión 1, el plano tiene dimensión 2 y un cuerpo sólido dimensión 3. Por lo que las figuras conocidas como fractales deben vivir en alguna dimensión.

Lo que la última definición sugiere es que los fractales tiene una dimensión fraccionaria, recuerde que solo existen tres tipos de dimensiones en todo cuerpo geométrico (note que no hemos incluido la dimensión 0). Sin embargo, la realidad es otra, existe solo una dimensión, la llamada Dimensión Topológica.

[2]Mandelrot ha definido (dentro de este concepto) la llamada Dimensión fractal donde se suponía que la dimensión topológica debería ser menor que la dimensión fractal del cuerpo. La pregunta seria ¿ Por que? La pregunta se responde con el siguiente ejemplo, que pasaría si se

[1] La Hausdorff-Besicovitch o dimensión fractal se refiere a que la dimensión no necesariamente debe ser un número entero.

[2] Benoit Mandelbrot, plantea, en uno de sus numerosos artículos sobre geometría fractal, una aparentemente sencilla pregunta: «¿Cuánto mide la costa de Bretaña?»

quisiera medir la longitud de una línea recta, solo bastaría medir su longitud de ésta, pero que sucedería si se quiere realizar la medición un pedazo de roca porosa, (por ejemplo tezontle o algún tipo de catalizador químico), pues la magnitud de la medición dependería de que tan precisa se realice esta medición, esto es, si se realiza la medición superficialmente, se obtendría una medida x,

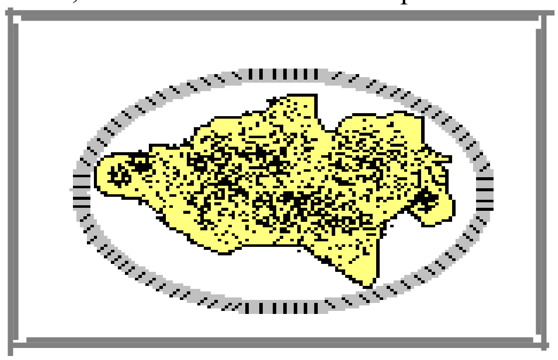


Figura #1

pero si realizamos esta medición con más cuidado, (tomando en cuenta los orificios, ya que no es uniforme) obtendríamos que la medida seria muy superior a la obtenida en la anteriormente

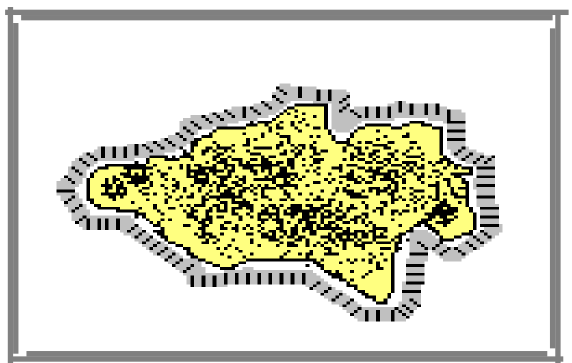


Figura #2

si fuéramos mas rigurosos por superior que la medida anterior. Pero podemos ponernos más estrictos y considerar los poros de la piedra, por lo que se obtendría una magnitud superior a la obtenida con anterioridad.

De lo anterior se deduce que en los objetos perfectos su dimensión topológica[3] es igual a la dimensión fractal, por ejemplo las líneas son objetos de dimensión euclídeana y tiene dimensión 1, pero si los objetos no son perfectos (son porosos o con protuberancias) tendrán una dimensión fractal mayor a uno incluso podrían llegar a dimensión de dos.

Por lo que se puede pensar en un fractal como un subconjunto del plano, que no llega a tener superficie nula (no es un punto), y la medida de su longitud no es útil para medir su dimensión, debido a que esta medida varia conforme se quiere profundizar en la exactitud de ésta. Así, tenemos que ni la longitud, ni la superficie son útiles para efectuar mediciones en los fractales; debido a esto se utilizan otro tipo de medida, por ejemplo (log4/log3)-dimensión. (es común que aunque se sepa que una figura geométrica es un fractal, se desconozca su dimensión).

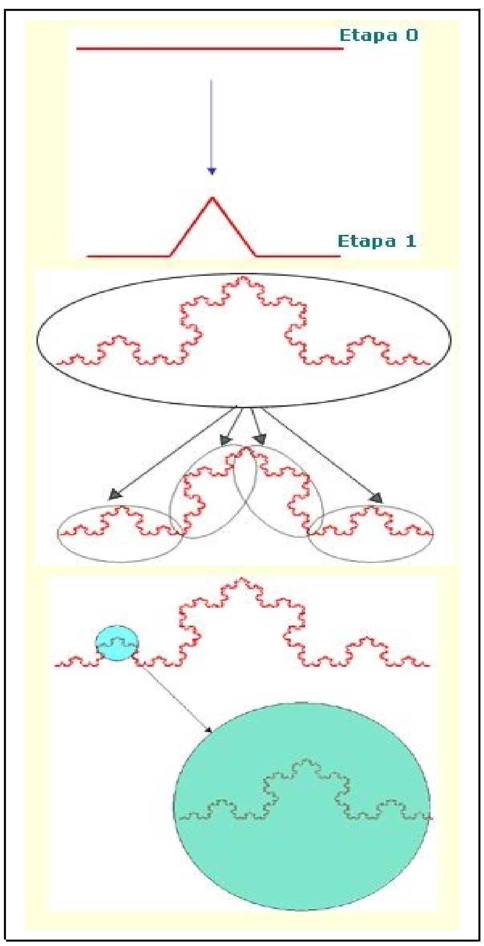
[3] La dimensión topológica es la que establece la dimensión de un punto = 0, la de una curva = 1, la de una superficie = 2 etc...

3.- Los fractales y la recursividad:

Las tan conocidas muñecas rusas están formada pon una muñeca grande en cuyo interior se halla otra muñeca, similar a la grande, pero de menor tamaño. Dentro de esta segunda muñeca hay otra similar, pero de tamaño aún menor. Un conjunto contiene cinco o seis muñecas, similares, pero cada una de menores dimensiones. Al pasar de una muñeca a otra se está cambiando la escala. Al cambiar de escala, las muñecas en conjunto son similares. Si se pudiera tener un conjunto muy grande, infinito, de muñecas, todas iguales pero una más pequeña que la anterior, tendríamos un fractal. Sin embargo, no se puede construir este conjunto porque llega un momento en que resulta imposible tallar una muñeca lo suficientemente pequeña. El conjunto por tanto, constituye una aproximación a un fractal.

Otro ejemplo es el dos espejos, uno se coloca delante de otro y cada uno refleja la imagen de otro, pero la imagen que se refleja en alguno de los espejos es de menor tamaño y el otro espejo refleja la imagen de la imagen del espejo de enfrente, de manera que se forma un conjunto infinito de imágenes reflejadas en cada espejo de si mismo y del espejo de enfrente, donde cada imagen reflejada es de proporciones menores a la anterior, donde este ejemplo si representa un ejemplo de un fractal .

Se ha observado en la practica, que los fractales suelen tener estructuras que se repiten por doquier a cualquier escala, ya sea de manera exacta o con un aspecto similar: pensemos en que tenemos una imagen de un fractal con una resolución lo suficientemente grande para aproximarnos en ésta, si lo miramos muy cerca haciendo un zoom) volvemos a ver trozos del fractal que nos recuerdan lo ya observado antes:



La denominada Curva de *Von Koch*, se puede construir como la reunión de cuatro copias semejantes de dicha curva, luego es una estructura autosemejante. Esta curva, luego es una estructura autosemejante. Esta curva se construye mediante un algoritmo recursivo partiendo de un segmento de longitud 1. En la etapa siguiente se dispone de cuatro segmentos, cada uno de ellos de longitud 1/3 colocados como se ilustran en la gráfica. Seguidamente, cada uno de los cuatro segmentos sufre una nueva transformación.

En el caso en que un objeto tiene la misma forma al cambiar la escala; es decir, que es similar al anterior, y que cambia la escala un número infinito de veces y se sigue obteniendo una figura similar a las anteriores, se dice que el objeto es *autosimilar*.

La recursividad de define como el proceso que se define en térmicos de sí mismo. Como ya se ha visto un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica se repite en diferentes escalas, esto es presenta autosimilitud. Esto da principios de poder decir que un fractal en muchos casos puede ser generado por un proceso recursivo o iterativo capaz de producir estructuras autosimilares independientemente de la escala específica. Este termino fue propuesto por Benoît Mandelbrol en 1975.

4.- Los fractales y el caos:

A lo largo de muchos años, en el estudio que varias ciencias han hecho de diferentes fenómenos se han encontrado situaciones que no han sido posibles describir de manera satisfactoria. Por ejemplo en el caso de la meteorología un problema muy importante es poder predecir el clima que prevalecerá no sólo al día siguiente, sino una semana, un mes, un año después. Sin embargo, a pesar de que esta ciencia se ha desarrollado bastante y mucha gente ha trabajado en ella durante más de un siglo, este tipo de predicciones no ha podido llevarse a cabo de manera efectiva.

En la parte de la física llamada flujo de fluidos, se puede observar que empieza a aparecer primero pequeños remolinos, después remolinos más y más grandes y el movimiento del fluido se vuelve muy irregular en su movimiento. Se dice que el fluido ha entrado en turbulencia. Este efecto no se había podido entender en más de cien años de estudio de hidrodinámica.

Los caos anteriores ilustran algunos de los problemas que habían quedado sin solución. Sin embargo, con el advenimiento de la teoría del caos se han podido entender diferentes aspectos de estos fenómenos, antes incomprensibles.

En los últimos 20 años se ha desarrollado una novedosa forma de abordar este tipo de situaciones. Resulta que muchos fenómenos completamente distintos, como la turbulencia, el clima, el comportamiento de las moléculas en un gas, la economía, las señales electrónicas, ciertas reacciones químicas y otras más, tienen comportamientos que vistos desde perspectivas apropiadas, son muy parecidos.

Una de las propiedades más significativas de los fractales y que es muy llamativa es el hecho de que se origina a partir de una situaciones iniciales o reglas básicas, que darán lugar a figuras extremadamente complejas.

Al hablar de fractales, y sus propiedades que hasta el momento se han mencionado, se puede abordar el hecho de lo caótico que resultan, debido a su no linealidad, a lo difícil que es poder hablar de la dimensión de un fractal, a su autosimilitud. Estas propiedades en un fractal representan un buen ejemplo de lo que el caos significa, la energía que encierra y que esta permite, que en el mundo exista movimiento y avance.

Esto se explica a partir de la Termodinámica, donde existe una propiedad de la materia que es nombrada entropía. Ella representa el desorden dentro de las moléculas en la materia o dentro de un sistema termodinámico, por ejemplo la entropía en un gas debe ser mayor que la entropía en un sólido, por el simple hecho que en un gas la moléculas están desordenadas y en un sólido el orden que están tiene es mayor, y esta diferencia de entropía se debe a la cantidad de energía que un sistema tiene en comparación con otro, a esta cantidad de energía es nombrada entropía (existen diferentes tipos de entropía pero la idea de esta medir la energía que un sistema posee).

Regresemos a la parte donde se menciona que la entropía o el desorden, permite que exista movimiento en el mundo, desde el punto de vista químico, para que una reacción química se puede llevar acabo, debe existir una transición de un estado inestable a un estado mas estable, debido a esto en las reacciones químicas de mide la entalpía, donde para existir una reacción química, los reactivos deben dar como resultado productos más estables, hablando de la entropía. Otro ejemplo que puede aclara esta idea, es hablar de un objeto que se encuentra en una posición poco estable, esto significaría que tendría un alto índice de entropía, por naturaleza el objeto deberá pasar a una posición más estable, donde su entropía sea menor.

Imagine que tenemos un mundo estable, donde todo su contenido tiene un bajo índice de entropía, esto daría como resultado que no existirían movimiento o cambios en éste: no habría terremotos, no existirían las tormentas, no existiría la lluvia, no habría olas en la playa, no existirían las reacciones químicas y por ende no habría vida, y muchos otros fenómenos naturales que dan movimiento al mundo.

Por lo que si un fractal representa un claro ejemplo de caos, por ende tiene una entropía considerable, esto es una alta cantidad de energía que le imprime movimiento a los procesos naturales del mundo.

En conclusión:

Aunque muchas estructuras naturales tienen estructuras de tipo fractal, un fractal matemático es un objeto que tiene por lo menos una de las siguientes características:

Tiene detalle en escalas arbitrariamente grandes o pequeñas.

Es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales

Tiene auto-similitud exacta o estadística

Su dimensión de Hausdorff-Besicovitch es mayor que su dimensión topológica e incluso fraccionaria

Es definido recursivamente.

El problema con cualquier definición de fractal es que existen objetos que uno quisiera llamar fractal, pero que no satisfacen ninguna de las propiedades anteriores.

Por ejemplo, fractales de la naturaleza como nubes, montañas y vasos sanguíneos, tienen límites inferiores y superiores en detalle; no existe un término preciso para "demasiado irregular"; existen diferentes maneras para definir "dimensión" con valores racionales; y no todo fractal es definido recursivamente. Los fractales estocásticos están relacionados con la teoría del caos.

5.- La Librería Qt:

Se ha dado una pequeña introducción de que representan los fractales; sin embargo la finalidad de este trabajo es poder realizar un ejemplo de fractales utilizando el lenguaje C++ en conjunto con la librería Qt. Por lo que será necesario realizar una descripción introductoria de lo que es Qt, bien demos paso a esto:

La librería Qt esta desarrollado por la empresa noruega de software Trolltech AS, esta compañía esta dedicada al desarrollo de herramientas de software y en servicios de consultaría de Qt que es una librería multi-plataforma que se usa en el desarrollo del esqueleto de aplicaciones GUI, elaboradas en el código C++. Además la librería Qt es completamente orientado a objetos.

Qt se empezó su distribución comercial alrededor de 1996 y a partir de entonces se ha convertido en la base de muchas aplicaciones que utilizan un entorno grafico, dentro de las cuales se puede considerar el la interfaz gráfica para Linux llamada KDE, disponible en casi todas las distribuciones de Linux.

En la actualidad se pueden encontrar en el mercado diferentes distribuciones de Qt, dentro de las cuales se puede destacar las siguientes:

- Qt Free Edition: Su uso es para la plataforma Unix/X11 no es necesario contar con una licencia, su principal utilidad es para el desarrollo de software gratuito y de código abierto. Se puede obtener gratis sujeto a los términos de la Q Public License and the GNU General Public License. Para plataformas Windows también esta disponible la versión Qt non comercial.

• Qt Educational Edition esta es una versión Profesional de Qt se debe contar con una licencia únicamente, su uso es para fines educacionales.

• Qt Enterprise Edition y Qt Profesional Edition: Su uso es para el desarrollo de software con fines comerciales. Se incluye servicio de soporte técnico y están disponibles las siguientes ampliaciones.

Qt/Embedded Free Edition.

Características de Qt:

- QT es una librería para la creación de interfaces gráficos. Se distribuye bajo una licencia libre GPL (o QPL) que nos permite incorporar las QT en nuestras aplicaciones open-source.
- Se encuentra disponible para una gran número de plataformas: Linux, MacOs X, Solaris, HP-UX, UNIX con X11. Además, existe también una versión para sistemas empotrados.
- Es orientado a objetos, lo que facilita el desarrollo de software. El lenguaje para el que se encuentra disponible es C++ aunque han aparecido bindings a otros lenguajes como Python o Perl.
- Es una librería que se basa en los conceptos de widgets (objetos), Señales-Slots y Eventos (ej: clic del ratón).
- Las señales y los slots es el mecanismo para que unos widgets se comuniquen con otros.
- Los widgets pueden contener cualquier número de hijos. El widget "top-level" puede ser cualquiera, sea ventana, botón, etc.
- Algunos atributos como el texto de etiquetas, etc. ... se modifican de modo similar al lenguaje html
- QT proporciona además otras funcionalidades:
  Librerías básicas -> Entrada/Salida, Manejo de Red, XML
  Interface con bases de datos -> Oracle, MySQL, PostgreSQL, ODBC
  Plugins, librerías dinámicas (Imágenes, formatos, ...)
  Unicode, Internacionalización

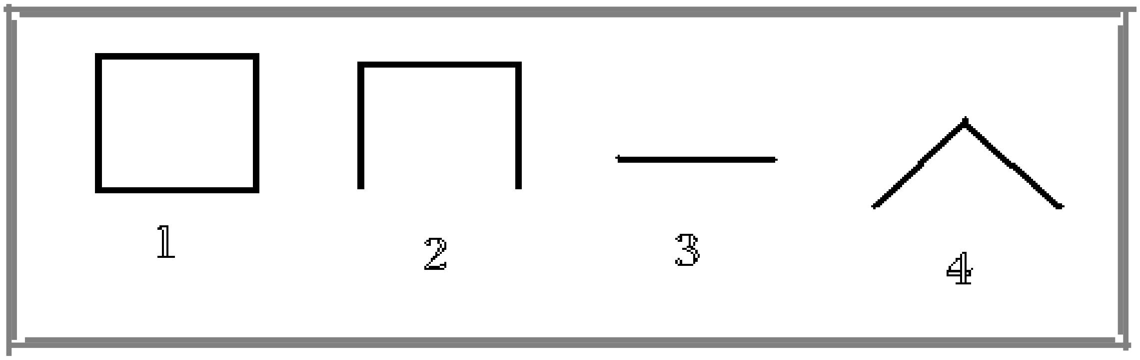
ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Como ya se ha descrito anteriormente en repetidas ocasiones, el problema consisten en:

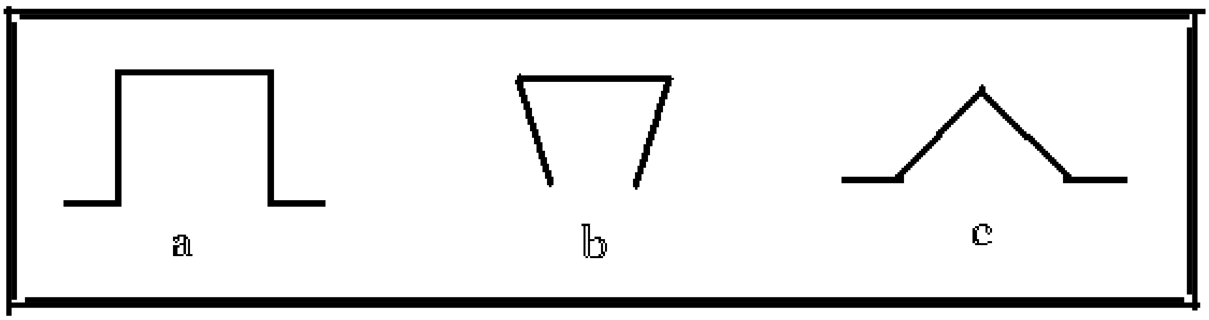
- Realizar ejemplos de la representación de fractales utilizando el lenguaje C++ en conjunto con la librería Qt.

Como principio del análisis del problema, es necesario describir los lineamientos que debe cumplir el programa, esto se describirán a continuación en una serie de puntos concisos:

1.- El programa debe tener cuatro posibilidades de figuras base, las cuales serán seleccionada alguna por el usuario promedió de un menú. La figuras base serán:

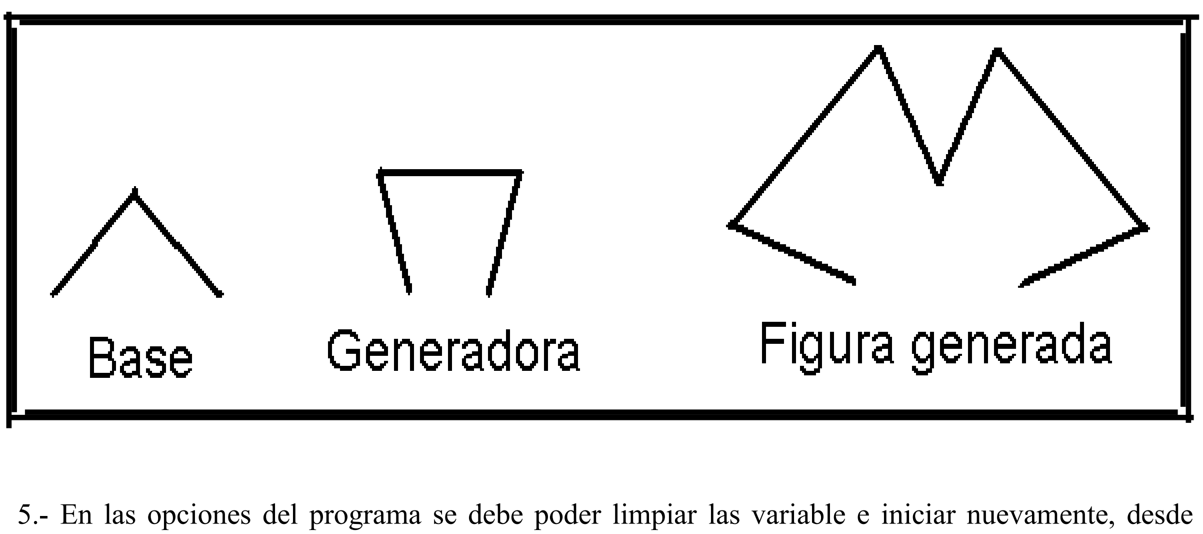


2.- Al igual el programa tendrá tres posibilidades de figuras generadoras, las cuales serán seleccionadas por el usuario a partir de un menú, estas figuras generadoras son las que se muestran en seguida:



3.- Ya que el Usuario ha seleccionado una figura base y un generadora, el usuario deberá indicar al programa el número de iteraciones, (esto se explica mas adelante) e hincar al programa que inicie su trabajo.

4.- El programa tomara la figura base y en cada recta que conforme la base; la intercambiara por una figura generadora, y un número de iteraciones que representa el número de veces que realizara esta acción el programa. Por ejemplo, si el usuario selecciona la imagen base 4 y la generadora b con un número de iteraciones de uno, se obtendría lo siguiente:



5.- En las opciones del programa se debe poder limpiar las variable e iniciar nuevamente, desde seleccionar la base y el generador.

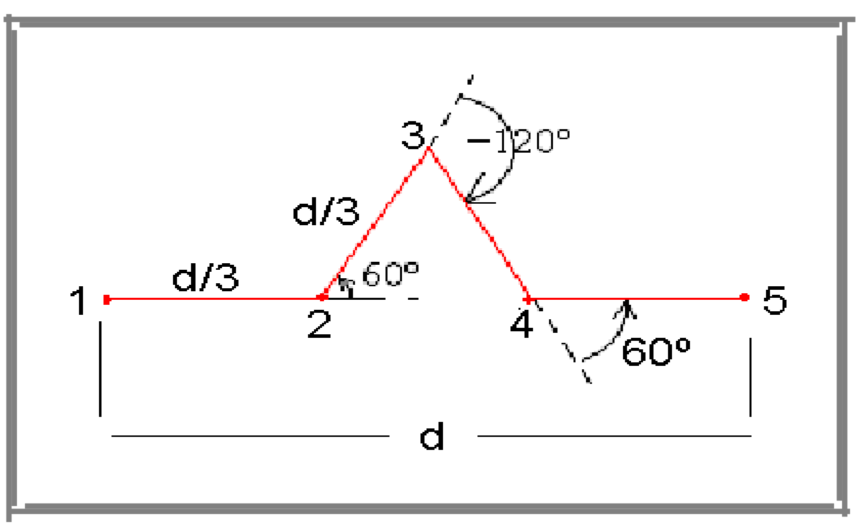
Después de haber llevado la asignatura de Programación Orientada a Objetos y haber realizado un recorrido por el lenguaje de programación C++, donde se efectuó un estudio en las principales partes del éste. Los principales problemas a que nos enfrentamos será:

- el aprendizaje de uso de la librería Qt, con la finalidad de poder desplegar en el monitor la representación grafica de los fractales que se pretenden utilizar.
- La Implementación de librerías.
- El uso de los algoritmos que representan los fractales de manera iterativa.

La implementación de la librería de la tortuga

En primer lugar, se debe crear una librería que se denominara toruga.h. Esto se realiza para simulara lo que la tortuga del lenguaje LOGO, (muy popular a mediados de los 80), en esta librería se definen la clase tortuga que contiene algunos métodos: girar, saltar, trazar. Estos métodos ejecutan movimientos o trazos simples, una ves que se han definido los movimientos básicos en la clase tortuga es posible crear rutinas recursivas que tracen las líneas que representaran los fractales.
Girar: cambia la orientación de la tortuga 180 grados.
Salta: La tortuga levanta su lápiz y cambia la posición de esta, a otra posición, dadas por coordenadas (x,y).
Salta: La tortuga levanta su lápiz y cambia la posición de ésta, dando saltos a lo largo de su dirección una distancia determinada.
Traza: la tortuga no levanta el lápiz, por lo que realiza trazos en le recorrido que realiza, este recorrido se da en coordenada (x,y).
Con el uso de estas implementaciones se puede realizar el trazo de los gráficos que se necesiten, en implementar por medio de funciones recursivas los algoritmos con la finalidad de realizar las interacciones de la base con las graficas generadoras. Por ejemplo veamos el caso de la Curva de Koch:

Curva de Koch
En le generación del famoso fractal llamado copo de nieve de Koch (ya mencionado con anterioridad) se puede observar que cada segmento de la base es sustituida por un cuadro de segmentos (generador) cada uno de ellos de un tercio de la longitud del anterior



La función recursiva que genera el copo de nieve se puede obtener en la figura anterior para 0 (en la parte inferior) y para 1(en la parte superior), y se puede dibujar en la ventana con el uso de la clase tortuga. Así tenemos los siguiente:

```
Int x=-120, y=0;  //coordenadas de inicio
mueve(d/3);
gira(60º);
mueve(d/3),
gira(-120º);
mueve(d/3);
gira(60º);
mueve(d/3);
```

El código de la función recursiva generaKoch que nos traza la curva de Koch es la siguiente:

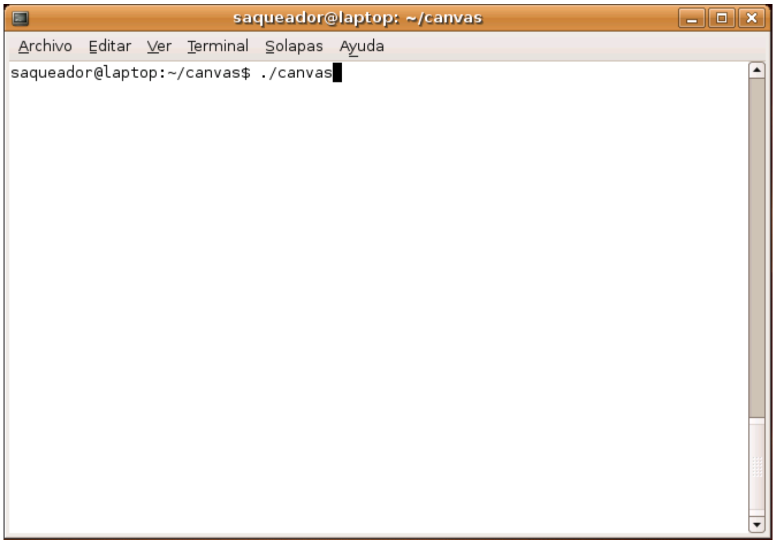
```
void curva::generaKoch1(int nivel, double distancia){
   if(nivel==0){
      T->traza(distancia, c);
   }else{
      generaKoch1(nivel-1, distancia/3.2);
      T->gira(90.0);
      generaKoch1(nivel-1, distancia/3.2);
      T->gira(-90.0);
      generaKoch1(nivel-1, distancia/3.2);
      T->gira(-90.0);
      generaKoch1(nivel-1, distancia/3.2);
      T->gira(90.0);
      generaKoch1(nivel-1, distancia/3.2);
   }
  }
```

esta función se encuentra en el archivo dialog.cpp

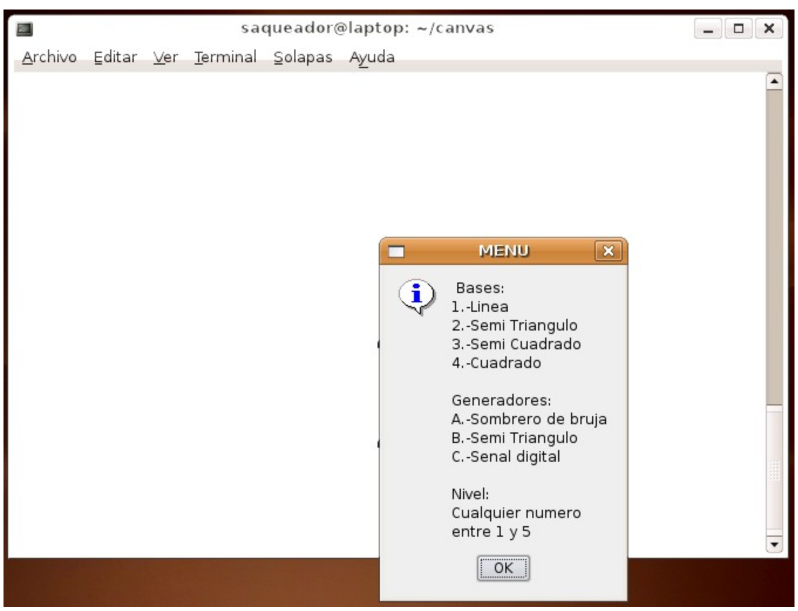
FUNCIONALIDAD DEL SISTEMA

El sistema se encuentra terminado y la finalidad de esta sección es entregar un manual de funcionamiento del sistema, A continuación se trata de dar una descripción sencilla del programa en los siguientes puntos:

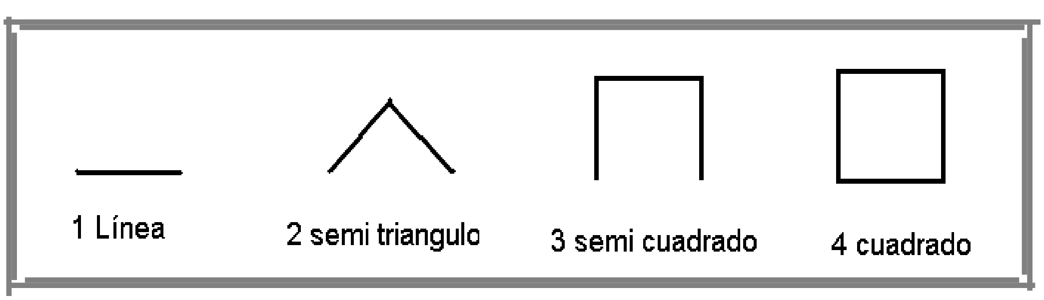
1.- El programa esta diseñado para correr en el sistema Operativo Linux.
2.- La inicialización de el programa se realiza en una ventana de terminal. Se debe estar en la carpeta donde se encuentre la aplicación. La inicialización se realiza tecleando en la ventana terminal “./canvas y la tecla enter.



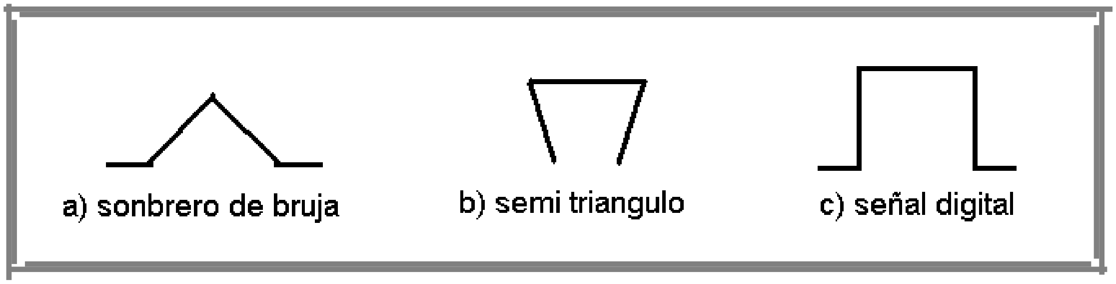
3.- en seguida se inicializara el programa y desplegara una ventana de menú, donde se desplegaran las diferentes opciones que el usuario tiene; estas opciones estas relacionadas a un número si se trata de los gráficos base o una letra si se tratan de los generadores y el nivel de profundida (el número de iteraciones) que el usuario desee, sin embargo se tiene restricción es esta variable debido a el tiempo de operación es grande por eso solo se pueden poner de 1 a 5 como nivel.



Por otro lado se tiene que Las graficas base pueden ser:



Y las graficas generadoras son:



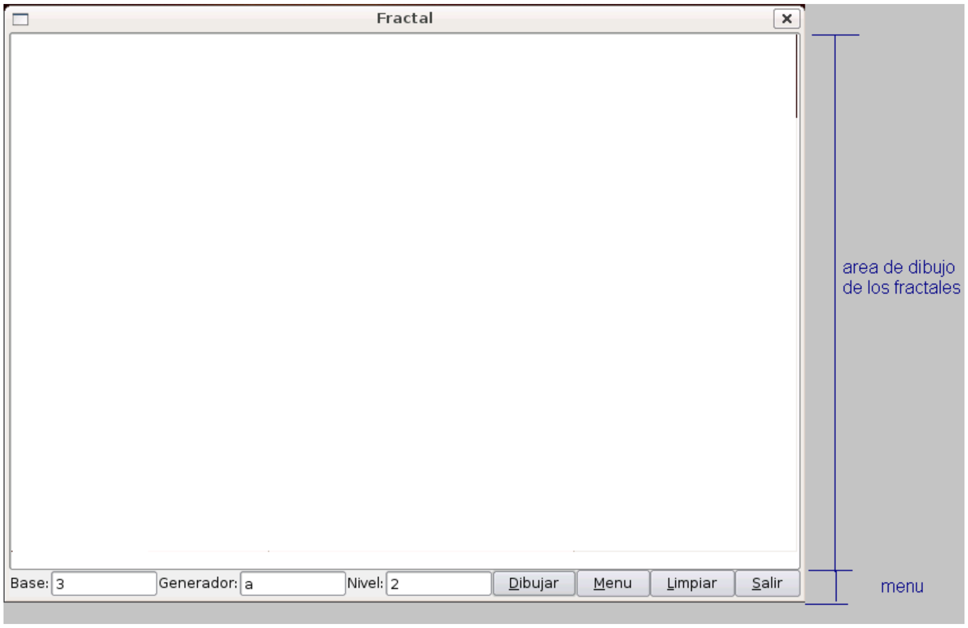
Estas variables no se deberán ingresar, sino hasta que se encuentre en la ventana principal.
Para pasar a la siguiente ventana, se debe dar un clic con el apuntador del ratón en el botón OK.

4.- Al pasar a la siguiente ventana se cuenta con dos áreas:

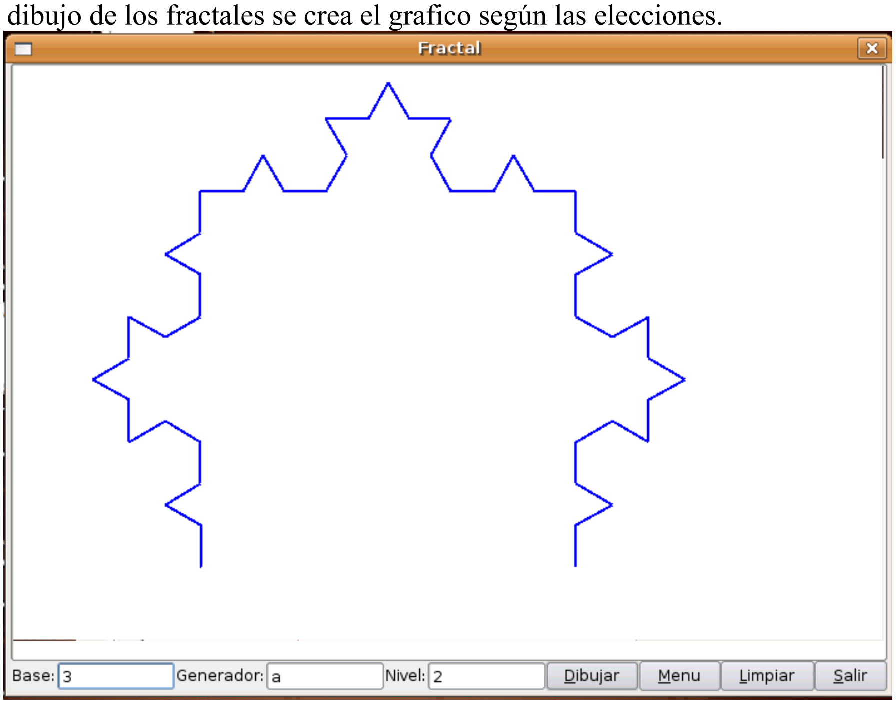
a.- área de opciones
b.- área de dibujado de los fractales

En la primer parte de el área de opciones se cuenta con tres cuadros etiquetados con el nombre: Base, Generador y Nivel; donde se debe poner la opción que ha seleccionado previamente (estas deben cumplir con los límites propuestos). En la segunda parte de encuentran tres botones que tiene la función de:

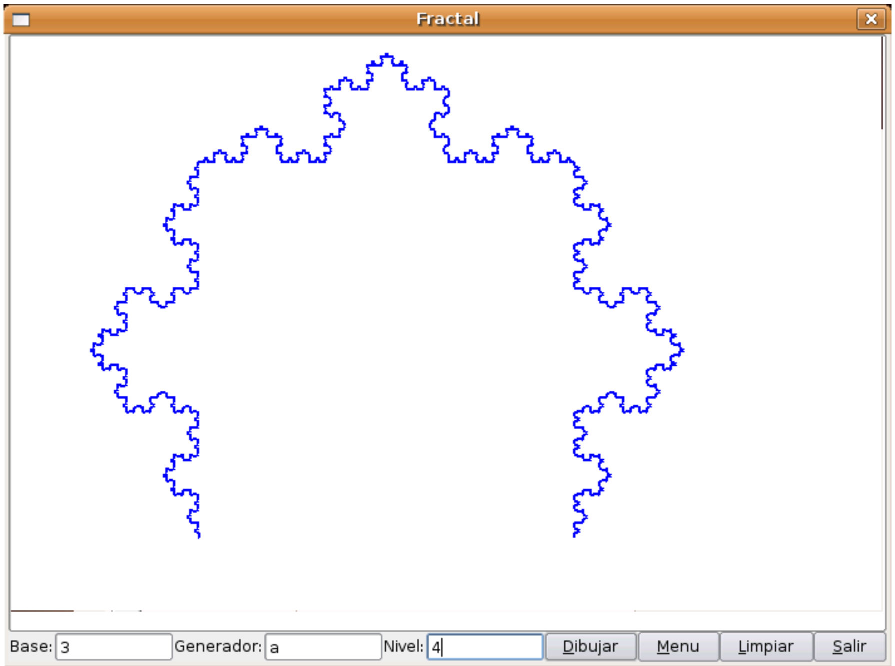
Dibujar: Ejecutar el algoritmo con los parámetros que se le han asignado.
Menú : despliega el menú, por si acaso el usuario no lo recuerda o quiere hacer algún cambio a sus opciones seleccionadas.
Limpiar : limpia el área de dibujado de los fractales.
Salir: Terminar la ejecución del programa.
La siguiente figura muestra lo antes mencionado:



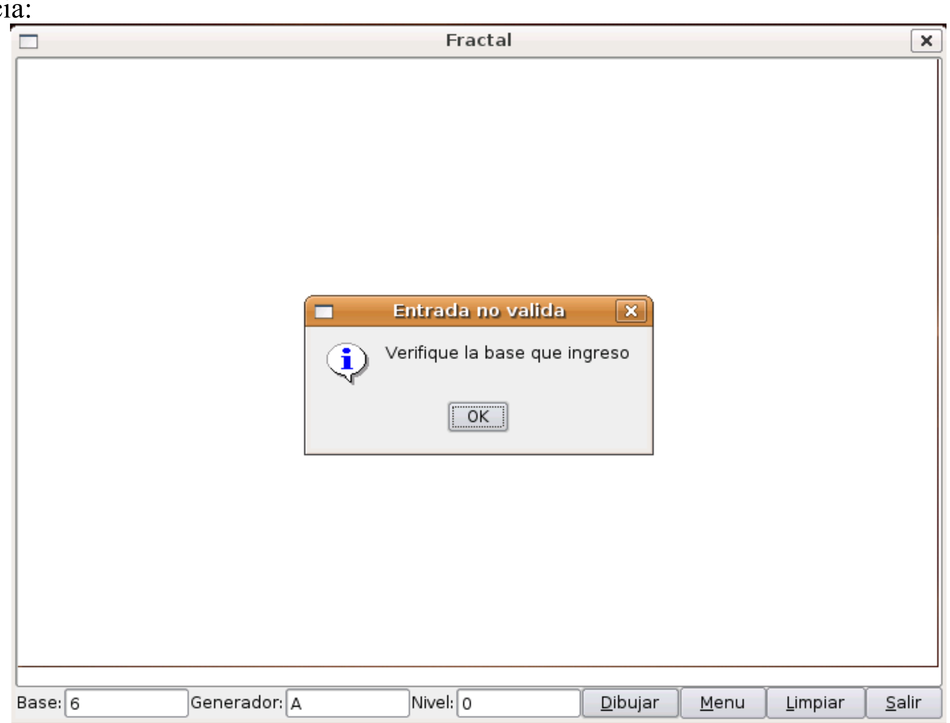
5.- cuando ya se ha seleccionado las opciones que se requieren y se han puesto en los cuadros de Base, Generador y Nivel, se presiona el botón dibujar tonel apuntador del ratón y obtendremos que el la área de dibujo de los fractales se crea el grafico según las elecciones.



o si se cambia el Nivel y se manda de nuevo a dibujar se obtiene:



6.- si se intenta introducir alguna variable no valida el programa desplegara una pantalla de advertencia:



Referencias Bibliograficas:

http://es.wikipedia.org/wiki/Geometr%C3%ADa_euclidiana

[2] J. L. Varona, *Representación gráfica de fractales mediante un programa de cálculo simbólico*, Gac. R. Soc. Mat. Esp. **6** (2003), 213-230.

[3] Caos, Fractales y Cosas Raras, Eliecer Braun, la Ciencia para todos SEP, 3ra Edición, México 2005 .

[4] Este ejemplo se obtuvo de http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal/leccion1/autosemejanza.htm

[5] http://es.wikipedia.org/wiki/Fractales

[6] http://www.aditel.org/event/2006/11/09/list/all/all

[7] http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cursoJava/numerico/recursivo/recursivo.htm

[8] C++ GUI Programming with Qt 3, Jasmin Blanchette and Mark Summerfield, Editorial Prentice en asociación con Trolltech Press Eliecer Braun, U.S.A .2004.

[9] Qt Designer Referente Manual. http://docsrv.caldera.com:8457/en/QtDesignerRef/part2index.html.