

APRENDENDO PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DO ESPORTE

*Beatriz Santos
Jair Pereira
Paulo Oliveira
Ruan Sena*

Atividade I: Descobrimos a sequência numérica por meio do esporte.

Objetivo:

- Reconhecer uma sequência numérica e sua lei de formação.

Material utilizado: folha de atividade e caneta.

Conceitos envolvidos: Sequência numérica e lei de formação.

Procedimentos:

a) Todos nós sabemos que o Brasil é pentacampeão mundial de futebol. Mas você sabe em ordem cronológica, quais anos em que o Brasil foi campeão mundial?

- () 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002.
- () 1950, 1958, 1962, 1994 e 2002.
- () 1960, 1964, 1970, 1990 e 2000.
- () 1956, 1960, 1970, 1994 e 2006.

b) Você consegue observar algum padrão na formação da sequência acima?

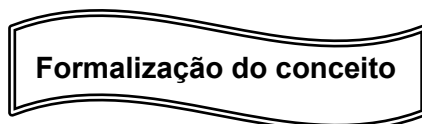
- () Sim
- () Não

c) Alguns alunos não são adeptos de assistir jogos da Copa do Mundo pela televisão, então resolveram realizar um torneio de futebol utilizando o videogame. Nas regras do jogo cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. Será vencedor aquele que obtiver a maior pontuação. Observem que a quantidade de partidas jogadas depende do número de jogadores, conforme tabela abaixo. Para 8 jogadores, quantas partidas serão realizadas?

Qtd jogadores	2	3	4	5	6	7
Qtd partidas	1	3	6	10	15	21

- A) 64
- B) 56
- C) 49
- D) 36
- E) 28

d) Nesta última atividade você identificou algum padrão? Descreva.



Sequência Numérica Regular é uma sucessão finita ou infinita de números obedecendo uma determinada ordem definida antecipadamente.

Atividade II: Reconhecendo uma Progressão Aritmética (PA).

Objetivo:

- Reconhecer quando uma sequência numérica é uma Progressão Aritmética e formalizar o seu conceito.

Material utilizado: folha de atividade e caneta.

Conceitos envolvidos: Progressão aritmética.

Procedimentos:

- a) Um corredor percorre 11 km na primeira hora de uma corrida. Na segunda hora de corrida, seu rendimento cai e ele só consegue percorrer 9 km, e na hora seguinte 7 km. Continuando nesta sequência, quantos quilômetros ele conseguirá percorrer em 5 horas de prova?

- b) Um outro corredor amador estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros a cada dia, a partir do segundo dia. Contudo, por recomendação médica, este corredor não pode ultrapassar os 10 km de corrida em um mesmo dia. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado todo dia, em quantos dias irá executar a corrida de 10 km?
-

- c) Escreva os dados observados nas duas atividades em forma de tabela.
-

- d) Observando as tabelas acima, que padrão você notou?
-

- e) Um dos estádios de futebol mais moderno do mundo está localizado no Catar, país sede da Copa do Mundo de 2022. Este estádio tem capacidade de 78.838 lugares. Suponha-se que, na partida para saber quem será a equipe campeã mundial, a partir do momento em que há 18.838 pessoas dentro do estádio, a contagem dos torcedores passa a ser feita eletronicamente, registrando 7.500 pessoas por hora, até completar a capacidade máxima do estádio. Ninguém sai antes do jogo. Pede-se:

- Construir a sequência em que os termos representem o número de pessoas no estádio a cada hora, a partir do instante em que a contagem passou a ser feita eletronicamente e escrever sua expressão matemática.

Formalização do conceito

Esta sequência possui um termo que adicionado ao anterior nos dá o termo seguinte. Esta sequência é uma **Progressão Aritmética finita**, onde cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante r . O número r é chamado de razão. A representação de uma P.A é $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, onde:

a_1 : primeiro termo.

n : número de termos.

r : razão.

an: termo geral.

Todos os termos da P.A podem ser escritos em função do primeiro termo **a1** e da razão por meio de uma relação:

$$an = a1 + (n-1) \cdot r$$

Generalizando para qualquer termo da P.A, temos:

$$an = ap + (n-p) \cdot r$$

onde **ap** representa um termo qualquer dentro da P.A. que não seja necessariamente o primeiro.

Atividade III: Realizando a soma dos termos de uma Progressão Aritmética (PA).

Objetivo:

- Realizar a soma dos termos de uma Progressão Aritmética e formalizar o seu conceito.

Material utilizado: folha de atividade e caneta.

Conceitos envolvidos: Soma dos termos da Progressão aritmética.

Procedimentos:

- a) O treinador de uma equipe de corredores de maratona pretende preparar dois novos corredores para sua equipe. Para tanto, elabora dois treinos diferentes para seus corredores. Um deles iniciará correndo 8 km no primeiro dia e aumentará 2 Km a cada dia. O outro corredor, que já tem alguma experiência em correr maratonas, iniciará correndo 17 km no primeiro dia e aumentará 1 Km a cada dia. Suas preparações serão encerradas no dia que eles percorrerem a mesma distância no mesmo dia. Calcule quantos quilômetros cada corredor terá percorrido durante todo o período da preparação.
 - b) Observando a regularidade e os padrões na resolução do exercício acima, é possível expressar a fórmula matemática da soma dos termos de uma P.A.?
-

Formalização do conceito

Conta-se que o matemático alemão Carl Friederich Gauss, aproximadamente aos 10 anos de idade, foi castigado com a sua turma na escola. O professor mandou os alunos somarem todos os números que aparecem na sequência de 1 até 100.

Gauss não foi só o primeiro a terminar em um curtíssimo período de tempo, como também foi o único a acertar o resultado (5050). Além disso, não apresentou cálculo algm. O que ele fez foi reparar a seguinte propriedade:

“A soma de dois termos equidistantes dos extremos de uma PA finita é igual à soma dos extremos.”

Gauss percebeu que nessa sequência existiam 100 números e que somando dois a dois, de acordo com a propriedade acima, obteria 50 somas iguais a 101. Portanto, bastava multiplicar o resultado dessas somas iguais pela metade dos termos ($101 \times 50 = 5050$).

Trabalhando essa propriedade, podemos deduzir a fórmula da soma dos termos de uma P.A.

$$sn = \frac{(a1 + an).n}{2}$$

Onde:

a1: primeiro termo

an: último termo

n: número de termos

REFERÊNCIAS

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas**: estrutura e elaboração. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

COSTA, Acylena Coelho; CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas**: olhares teóricos e construção. Belém: SBEM, 2019.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**: sequências, matrizes, determinantes e sistemas. Vol. 4. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MOTA, Natanael de Oliveira. **Aprendizagem de progressões aritméticas e suas aplicações por meio de sequência didática**. Orientador: Natanael Freitas Cabral. 2019. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019. Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559499>.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "**Soma dos termos de uma Progressão Aritmética**"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/soma-dos-termos-uma-progressao-aritmetica.htm>. Acesso em 18 de novembro de 2022.