Análisis de Series de Tiempo: Pronóstico del Producto Interno Bruto mexicano (1993 Q1 - 2025 Q2)

Jair Toledo Pacheco

2025-10-07

Introducción

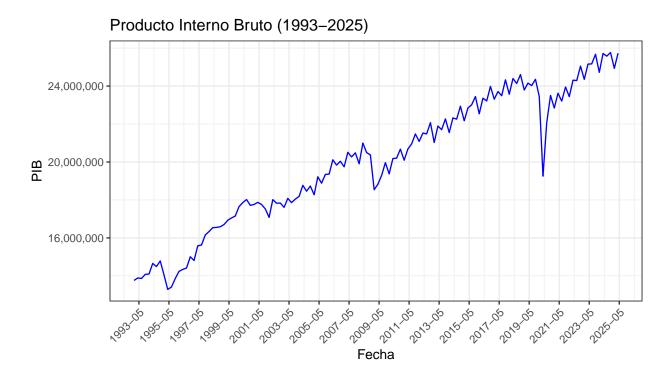
El Producto Interno Bruto (PIB) se erige como uno de los indicadores más fundamentales para medir el desempeño económico de una nación. Su análisis no solo permite evaluar el crecimiento histórico, sino también provides una base esencial para la formulación de políticas públicas y decisiones de inversión. Por ello, la precisión en su estudio y pronóstico se convierte en un objetivo de gran relevancia.

Para alcanzar este objetivo, el análisis de series temporales ofrece un conjunto de herramientas estadísticas sumamente eficaces. Los distintos modelos existentes dentro de este marco metodológico permiten capturar las tendencias, estacionalidades y otros patrones subyacentes en los datos históricos del PIB. La aplicación de estas técnicas facilita la generación de pronósticos robustos y confiables que se aproximan de manera significativa al comportamiento real de la economía.

La correcta aplicación de estas herramientas, sin embargo, requiere de una meticulosa identificación del patrón de comportamiento de la serie. Para ello, el análisis de funciones de autocorrelación (FAC) y autocorrelación parcial (FACP) se vuelve indispensable, ya que permite discernir entre la naturaleza de los procesos subyacentes y determinar el orden óptimo del modelo a estimar, sentando así las bases para una especificación robusta y un pronóstico certero.

Análisis gráfico

El siguiente análisis gráfico ofrece una representación visual de la evolución del PIB a lo largo del tiempo. Esta perspectiva permite identificar características cruciales de la serie, como su tendencia general, la presencia de patrones cíclicos y observaciones atípicas (outliers), entre otros componentes fundamentales para su comprensión.



El análisis visual de la serie temporal del PIB revela, en primer lugar, una clara tendencia general positiva y creciente a lo largo del período de estudio. Este comportamiento ascendente indica una expansión económica sostenida en el largo plazo, reflejando el crecimiento estructural de la economía. Sin embargo, esta tendencia no es uniforme, ya que se ve interrumpida por dos caídas abruptas y significativas. La primera ocurre en el año 2008, coincidiendo con la crisis financiera global desencadenada por el colapso de las hipotecas de alto riesgo (subprime), y la segunda en 2020, como consecuencia directa de la pandemia de COVID-19 y las medidas de confinamiento que sacudieron la actividad económica mundial.

Además de la tendencia y estos shocks puntuales, el gráfico permite identificar un patrón cíclico recurrente de periodicidad anual. Esta estacionalidad sugiere la existencia de fluctuaciones predecibles en la actividad económica que se repiten cada año, posiblemente vinculadas a factores como los ciclos agrícolas, la temporada navideña o los patrones de turismo. La identificación de este componente estacional es crucial, ya que no solo confirma un ritmo de crecimiento anual, sino que también permite aislar este efecto para analizar con mayor pureza la tendencia subyacente y el impacto real de eventos atípicos.

Análisis de estacionalidad

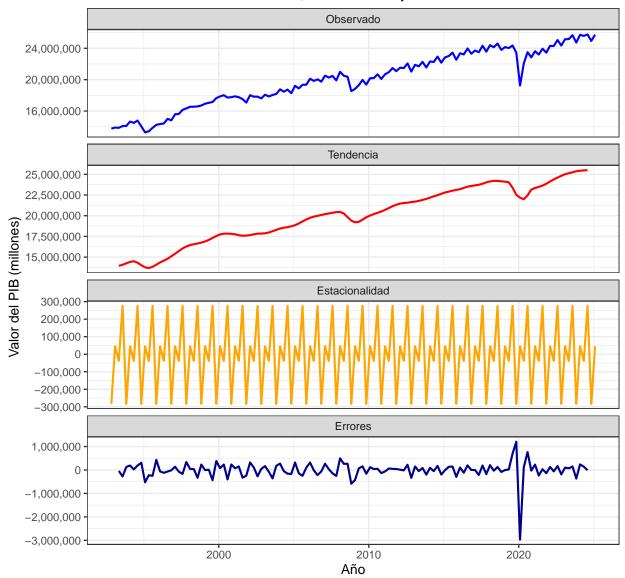
La estacionalidad es un componente fundamental en el análisis de series de tiempo que describe la presencia de fluctuaciones periódicas y predecibles en los datos, las cuales se repiten en intervalos regulares inferiores a un año. Estos ciclos recurrentes suelen estar asociados a factores calendarizados, como condiciones climáticas, festividades culturales, cierres contables o periodos vacacionales, que influyen de manera sistemática en el comportamiento del PIB.

La principal característica de la estacionalidad es su naturaleza anticipable, lo que permite distinguir entre movimientos estructurales genuinos y variaciones temporales esperadas.

Para analizar la estacionalidad, se aplica un método de descomposición aditiva de la serie, mostrando la tendencia, estacionalidad y el ciclo.

Descomposición Aditiva de la Serie de Tiempo del PIB Trimestral

Tendencia, Estacionalidad y Residuos



En la descomposición aditiva del PIB trimestral se confirma la presencia de una tendencia creciente sostenida a lo largo del periodo analizado. El componente estacional muestra un patrón repetitivo y estable, característico de la actividad económica cíclica, donde ciertos trimestres presentan sistemáticamente mayores niveles de PIB. Finalmente, los residuos se distribuyen alrededor de cero y no exhiben patrones sistemáticos, lo que sugiere que la descomposición logra capturar adecuadamente la dinámica de la serie. El único valor atípico relevante corresponde al año 2020, donde se registra una caída abrupta en el PIB, coherente con un evento extraordinario en la economía global.

Suavizamiento

El suavizamiento de una serie es una técnica que puede aplicar dos métodos, **promedios moviles**, o **suavizamiento exponencial**. Técnicas utilizadas para eliminar el ruido y las fluctuaciones a lo largo del tiempo, comunmente usada para identificar tendencias y ciclos en el largo plazo.

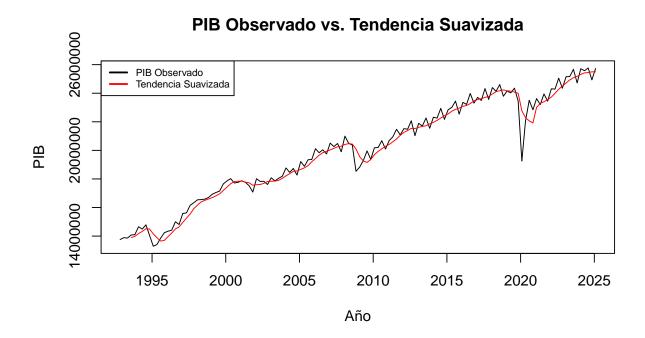
1. Suavizamiento con promedios moviles (SMA)

En esta técnica de suavizamiento, los promedios moviles promedian un conjunto de datos durante un periodo específico, lo cual ayuda a eliminar fluctuaciones aleatorias.

$$SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_{t-i}$$

Donde:

- SMA_t = Valor promedio movil en el tiempo t
- n = Número de datos
- x_{t-i} = Valores de la serie



2. Suavizamiento exponencial (EMA)

A diferencia de la técnica anterior, este método asigna un mayor peso a los datos recientes, lo cual permite hacer estimaciones más precisas al suavizar la serie.

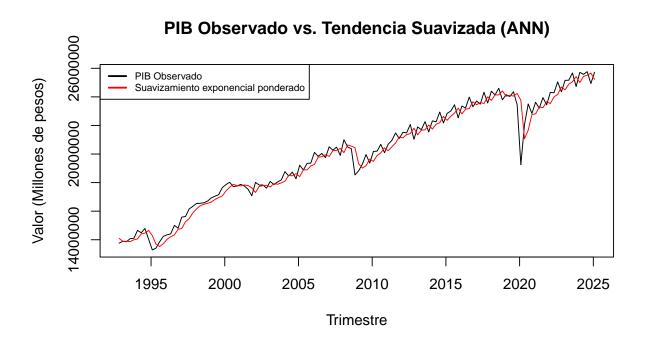
$$EMA_t = \alpha \cdot x_t + (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1}$$

Donde:

• EMA_t = Valor ponderado exponencial en el tiempo t

- EMA_{t-1} = Valor ponderado exponencial en el tiempo t-1
- $x_t = \text{Valores de la serie}$
- $\alpha = \text{Factor de suavizado}$

$$\alpha = \frac{2}{n-1}$$



En ambas gráficas se observa un crecimiento sostenido del Producto Interno Bruto a lo largo de más de tres décadas. La tendencia suavizada permite visualizar con mayor claridad la trayectoria general de la economía, evidenciando fases de expansión y contracción. Destacando las ya mencionadas caídas abruptas alrededor de 2008 y 2020, seguida de una recuperación que mantiene la tendencia ascendente. Este comportamiento confirma la existencia de una tendencia positiva de largo plazo, acompañada de fluctuaciones cíclicas propias de la actividad económica.

Análisis de estacionariedad

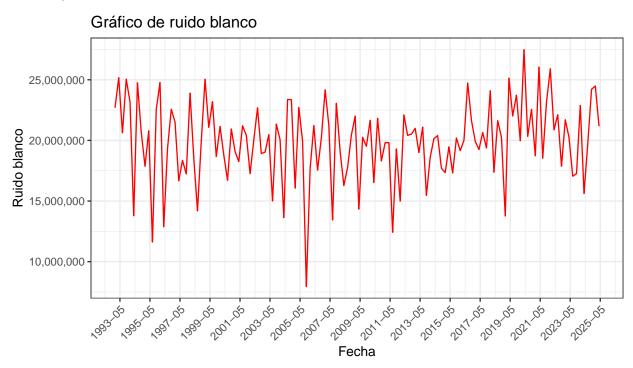
El concepto de estacionariedad es fundamental en el análisis de series de tiempo. Una serie se considera estacionaria cuando sus propiedades estadísticas básicas, como la media y la varianza, se mantienen constantes a lo largo del tiempo. Esto significa que la serie no presenta una tendencia creciente o decreciente a largo plazo, ni patrones estacionales repetitivos. En otras palabras, su comportamiento es inherentemente estable y no depende del momento específico en el que se observe, lo que permite modelarla y realizar pronósticos más confiables.

Formalmente, la estacionariedad requiere el cumplimiento de tres condiciones. La primera es una media constante, lo que implica que el valor promedio de la serie no cambia con el paso del tiempo. La segunda es una varianza constante (también llamada homocedasticidad), que indica que la volatilidad o dispersión de los datos alrededor de la media permanece uniforme. Finalmente, la tercera condición exige una covarianza

constante; es decir, la covarianza entre dos periodos cualesquiera debe depender únicamente del lapso de tiempo que los separa (el desfase o lag), y no de los periodos específicos en sí.

- $E[X_t] = \mu, \forall t$
- $Var(X_t) = \sigma^2, \forall t$
- $Cov(X_t, X_{t-1}) = \gamma(h)$

Un ejemplo paradigmático de una serie estacionaria es la conocida como ruido blanco. Esta serie se caracteriza por la completa aleatoriedad de sus observaciones, donde cada valor es independiente de los anteriores y no guarda relación alguna con el tiempo. Al visualizarla, su gráfica se asemeja a una fluctuación impredecible y constante alrededor de una media estable, que generalmente es cero, sin revelar patrones discernibles de tendencia, ciclos o estacionalidad.



Como se pudo observar en la representación gráfica inicial, la serie temporal manifiesta claras señales de no estacionariedad. Esta apreciación visual se corrobora mediante la aplicación formal de la prueba de Dickey-Fuller, un contraste estadístico diseñado específicamente para detectar la presencia de raíces unitarias. El fundamento de esta prueba reside en el contraste de dos hipótesis opuestas:

- $H_o = \text{serie no estacionaria}$
- $H_1 = \text{serie estacionaria}$

La regla de decisión se basa en el valor p, donde:

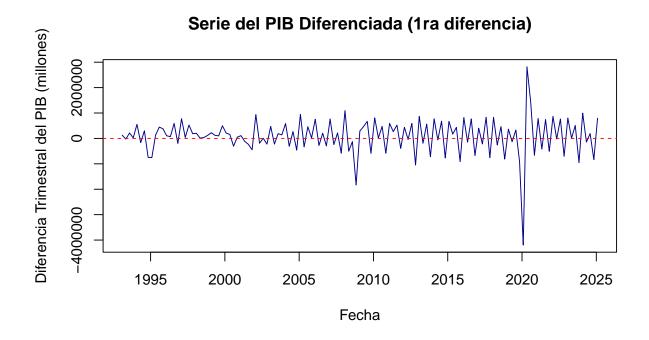
p valor	Decisión	Significado
1	Rechazar H_0 No rechazar H_0	Serie estacionaria Serie no estacionaria

Los resultados de la prueba fueron los siguientes:

```
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: df$PIB
## Dickey-Fuller = -2.9809, Lag order = 5, p-value = 0.1687
## alternative hypothesis: stationary
```

El valor p obtenido es superior al nivel de significancia de 0.05. Esto implica que no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de la prueba de Dickey-Fuller, la cual confirma la presencia de una raíz unitaria. En consecuencia, se concluye estadísticamente que la serie no es estacionaria.

Para solucionar el problema de la no estacionariedad y transformar la serie en una variable estacionaria, se aplica la técnica de **diferenciación**. Este método consiste en calcular las diferencias entre observaciones consecutivas de la serie original. El objetivo fundamental es eliminar la tendencia y la dependencia del tiempo, estabilizando la media de la serie para que se aproxime a una constante. El proceso se repite de manera iterativa (calculando una primera, segunda, o enésima diferencia) hasta que la serie resultante cumpla con los criterios de estacionariedad en una prueba estadística formal, como la de Dickey-Fuller aumentada.



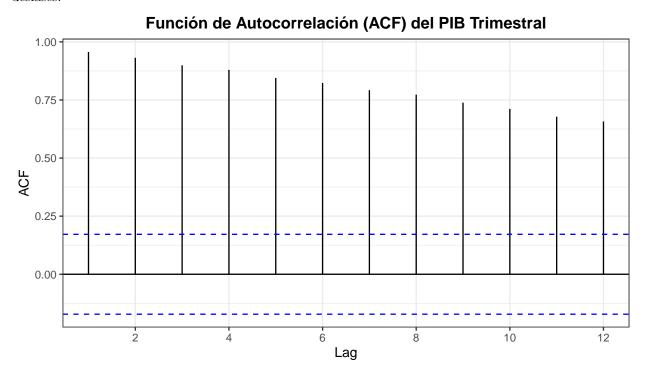
Una vez aplicada la diferenciación, la inspección visual del nuevo gráfico sugiere que la serie transformada ha alcanzado la estacionariedad, al mostrar una media y una varianza aparentemente constantes. Sin embargo, para validar esta apreciación de forma objetiva y estadísticamente, es necesario realizar nuevamente la prueba de Dickey-Fuller.

```
## Warning in adf.test(diff_pib): p-value smaller than printed p-value
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: diff_pib
## Dickey-Fuller = -5.0952, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

El resultado demuestra que la serie es estacionaria, con un p valor incluso por debajo del 0.01 mostrado en el resultado.

Análisis de autocorrelación (FAC)

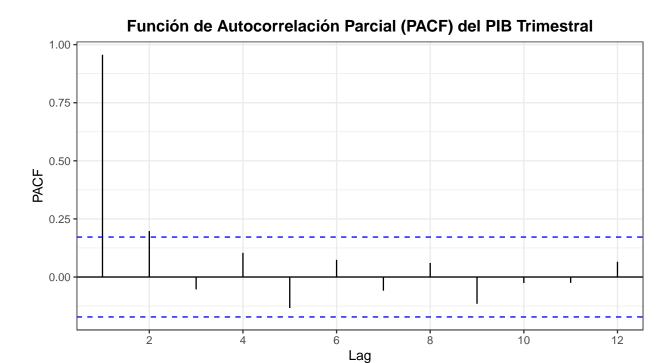
El análisis de autocorrelación es una herramienta estadística fundamental en el estudio de series temporales, utilizada para cuantificar la dependencia lineal entre las observaciones de una variable y sus propios valores pasados. En esencia, este método permite medir cómo el valor actual de una serie, como el PIB en un período t, está correlacionado con sus valores anteriores en (t-1), (t-2), ..., (t-k) lo que se conoce como lags o desfases.



En la función de autocorrelación (ACF) del PIB trimestral se observa una alta correlación positiva en los primeros rezagos, lo que indica que los valores presentes del PIB dependen fuertemente de los valores pasados.

Análisis de autocorrelación parcial (FACP)

A diferencia de la autocorrelación, el método de autocorrelación parcial busca medir la relacion de una serie con sus rezagos controlando el efecto de los intermedios. Permite determinar el grado de correlación entre observaciones en diferentes intervalos de tiempo.



Al análizar el gráfico, se observa que existe un pico estadísticamente significativo en el primer lag, lo que sugiere que el valor del PIB en un trimestre está directamente correlacionado con su valor inmediatamente anterior.

Modelo

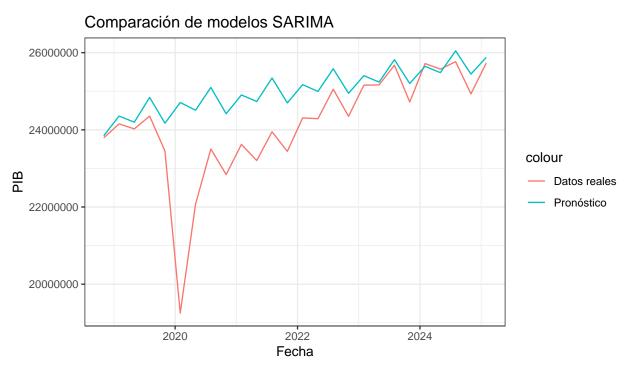
Separación: Entrenamiento y prueba

Para evaluar la precisión del modelo, se dividió la serie temporal en dos subconjuntos: uno de entrenamiento, que comprende el 80% de los datos, y otro de prueba, con el 20% restante. El propósito de esta división es entrenar el modelo con la primera parte y utilizarlo para pronosticar los valores del conjunto de prueba. Posteriormente, al comparar estas predicciones con los valores reales, es posible determinar de manera objetiva la fiabilidad y el poder predictivo del modelo.



Tras un análisis riguroso y la evaluación comparativa de diversos modelos, se ha determinado que el más adecuado para pronosticar el PIB de los próximos 12 trimestres es el SARIMA(4,1,4)(2,0,0)

Entrenamiento — Prueba



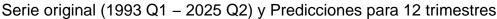
Como se puede observar, el modelo presenta un ajuste adecuado en condiciones normales; sin embargo, la caída abrupta del 2020 afecta significativamente su precisión. Por ello, para mejorar la confiabilidad de las predicciones puntuales de los próximos 12 trimestres, se incorporará una variable *dummy* exógena que capture de manera explícita el efecto de estos eventos atípicos en la serie temporal, transformando el modelo SARIMA a un modelo SARIMAX.

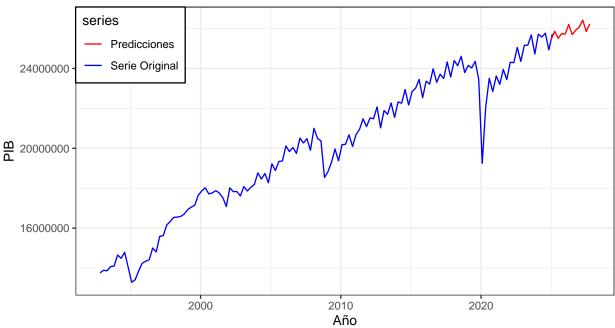
Resultados

La ejecución del modelo arroja resultados alentadores. Según las proyecciones, el Producto Interno Bruto (PIB) registrará un crecimiento promedio del 0.685% interanual a lo largo de los doce trimestres pronosticados. El punto más alto de esta tendencia se ubicará en el primer trimestre de 2026, con una expansión del 3.735%. Por el contrario, la contracción más pronunciada se prevé para el último trimestre de 2025, con una tasa de crecimiento interanual negativa de -1.224%.

es
2.00
00.8
00.
00.
.00
00.
00.8
.00
00.8
.00
00.8
00.

Gráficamente las predicciones se pueden observar en la siguiente gráfica:





Conclusiones

De acuerdo con el análisis realizado, se concluye que el PIB trimestral sigue un proceso autorregresivo de orden 4 (AR(4)), es decir anual, generando dependencia del PIB actual con el del año anterior. Aunque

este modelo presenta un ajuste adecuado en condiciones normales, su precisión se ve afectada por choques atípicos, como los ocurridos en 2008 y 2020, lo que hizo necesario incorporar una variable dummy exógena para capturar estos efectos.

En conjunto, los resultados sugieren que el PIB mantiene una trayectoria de crecimiento con patrones cíclicos bien definidos, lo que permite proyectar su comportamiento futuro mediante modelos de series de tiempo como SARIMA o SARIMAX y estimar su ritmo de expansión a partir de los pronósticos anuales.