

# 求平面上 $n$ 个顶点的最近点对问题

SA20225085 朱志儒

## 实验内容

编程实现求平面上  $n$  个顶点的最近点对问题。

对于平面上的四个顶点， $A(0,0)$ 、 $B(1,3)$ 、 $C(1,0)$ 、 $D(2,2)$ ，距离最近的两个顶点为  $A$  和  $C$ ，距离为 1。

对文件 `data.txt` 的所有点，求距离最近的一对及其距离。

程序输入：

字符串文件 `data.txt`。

程序输出：

输出距离最近的一对顶点编号，及其距离值。

## 实验目的

熟练掌握分治算法思想

## 算法设计思路

第一步：数据预处理

因为这些点的位置是随机产生并保存在二维数组中，所以我们得先将这些点，按照  $x$  坐标从小到大排序，调整它们在二维数组中的次序。

第二步：划分中轴线

把这些点在平面上分成左右两边。选择最中间的两个元素，求出它俩  $x$  坐标的平均值，设置为中轴线的坐标。

第三步：求半边最小距离

左半边和右半边的求最小距离的方法是一样的。假如我们现在求的是左半边，那就把左半边也看成一个整体，我们再把它分成左右两半，依次往下递归，越分越小，当平面只剩下 3 个点时就不再切分。

#### 第四步：求中间的最小距离

我们只需要考查中轴线左右两边距离小于  $d$  的点。理由：距离中轴线大于  $d$  的那些点，它们和另一个半边的点的距离，肯定大于  $d$ ，考查他们就没有意义了。

#### 源码+注释

```
1. def readFile():
2.     file = open('data.txt', 'r')
3.     pair = []
4.     for line in file.readlines():
5.         temp = line.strip().split(',')
6.         temp[0] = float(temp[0][2:])
7.         temp[1] = float(temp[1][1:-1])
8.         temp.append(line[0])
9.         pair.append(temp)
10.    return pair
11.
12. def cmpX(a, b):
13.     if b[0] < a[0]:
14.         return -1
15.     if a[0] < b[0]:
16.         return 1
17.     return 0
18.
19. def cmpY(a, b):
20.     if b[1] < a[1]:
21.         return -1
22.     if a[1] < b[1]:
23.         return 1
24.     return 0
25.
26. def computeDistance(x, y):
27.     return math.sqrt((x[0] - y[0]) * (x[0] - y[0]) + (x[1] - y[1]) * (x[1] - y[1]))
28.
29. def search(xpair):
30.     minLength = 9999999
31.     pair = None
32.     for i in range(len(xpair) - 1):
33.         for j in range(i + 1, len(xpair)):
34.             length = computeDistance(xpair[i], xpair[j])
35.             if length < minLength:
```

```

36.             minLength = length
37.             pair = [xpair[i][2], xpair[j][2]]
38.     return minLength, pair
39.
40. def divide(pairs, pivot):
41.     pl = []
42.     pr = []
43.     for point in pairs:
44.         if point[0] < pivot:
45.             pl.append(point)
46.         elif point[0] > pivot:
47.             pr.append(point)
48.         else:
49.             pl.append(point)
50.             pr.append(point)
51.     return pl, pr
52.
53. def solution(xpair, ypair):
54.     num = len(xpair)
55.     if num <= 3:
56.         return search(xpair)
57.     if num % 2 == 1:
58.         xmidline = xpair[int(num / 2)][0]
59.     else:
60.         xmidline = (xpair[int(num / 2)][0] + xpair[int(num / 2) - 1][0]) / 2
61.
62.     xl, xr = divide(xpair, xmidline)
63.     yl, yr = divide(ypair, xmidline)
64.     llen, lpair = solution(xl, yl)
65.     rlen, rpair = solution(xr, yr)
66.     if llen < rlen:
67.         minlen = llen
68.         minpair = lpair
69.     else:
70.         minlen = rlen
71.         minpair = rpair
72.     y = []
73.     for point in ypair:
74.         if abs(point[0] - xmidline) <= minlen:
75.             y.append(point)
76.     i = 0
77.     while (i == 0 or i < len(y) - 7):
78.         for j in range(1, 8):
79.             if i + j >= len(y):

```

```

79.             break
80.         length = computeDistance(y[i], y[i + j])
81.         if length < minlen:
82.             minlen = length
83.             minpair = [y[i][2], y[i + j][2]]
84.         i += 1
85.     return minlen, minpair
86.
87. if __name__ == '__main__':
88.     pair = readFile()
89.     xpair = copy.deepcopy(sorted(pair, key=functools.cmp_to_key(cmpX), reverse=True))
90.     ypair = copy.deepcopy(sorted(pair, key=functools.cmp_to_key(cmpY), reverse=True))
91.     minlen, minpair = solution(xpair, ypair)
92.     print("最近点对的距离: ", minlen)
93.     print("最近点对: ", minpair[0], minpair[1])

```

## 算法测试结果

读取字符串文件 data.txt，程序输入如下：

```

最近点对的距离:  0.199999999999999973
最近点对:  D E

```

## 实验过程中遇到的困难及收获

本次实验算法比较复杂，实现过程用时较长。