Primer Examen

CIMAT

Nombre:	**Jairo Saul Diaz Soto**
Maestría:	Ciencias Computacionales
Modulo:	Métodos Numéricos
Instructor:	Dr. Salvador Botello Rionda, Dr. Luis Blanco Cocom
Fecha de entrega:	2023 - 10 - 08

1. Introducción

A continuación se presenta el primer examen parcial de la materia de Métodos Numéricos de la maestría en ciencias computacionales del Cimat, en el periodo ago-dic/23.

1.1. Problema 1

Para el primer problema se solicita un programa para obtener una aproximación numérica para el numero de Euler según el siguiente limite

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

para lo cual se realizo una implementación en el lenguaje de programación C donde se obtuvieron los resultados siguientes

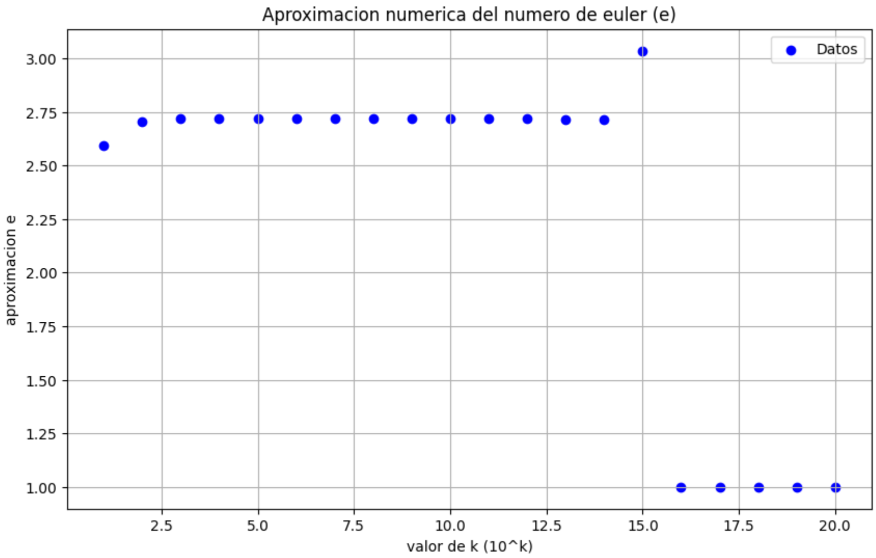

Figura 1: Gráfica de los valores obtenidos para la aproximación del numero de Euler.

Se puede observar que aproximadamente para valores de k menores a 14, se tiene una convergencia clara del algoritmo a un determinado valor, el cual, derivado de la siguiente gráfica donde se muestran los errores, este el numero de Euler, sin embargo, aparece un problema computacional el cual es la acumulación de errores de redondeo por el truncamiento de las cifras, adicionalmente de que este error se propaga a través de las operaciones que se realizan.

Es por ello, que después de cierto numero de k, el programa se rompe y arroja valores fijos lejos de la convergencia.

Sin embargo, luego, la aproximación cae a 1, de manera fija lo cual es por el hecho de que el termino de $\frac{1}{n}$ ya es menor que el épsilon de la maquina (el valor mínimo que puede representar la maquina) para lo cual se desprecia, convirtiendo a la expresión en constante.

Iter	e aprox	error abs	error rel
1	2.59374246	0.12453937	0.04581547
2	2.70481383	0.01346800	0.00495460
3	2.71692393	0.00135790	0.00049954
4	2.71814593	0.00013590	0.00005000
5	2.71826824	0.00001359	0.00000500
6	2.71828047	0.00000136	0.00000050
7	2.71828169	0.00000013	0.00000005
8	2.71828180	0.00000003	0.00000001
9	2.71828205	0.00000022	0.00000008
10	2.71828205	0.00000022	0.00000008
11	2.71828205	0.00000022	0.00000008
12	2.71852350	0.00024167	0.00008890
13	2.71611003	0.00217179	0.00079896
14	2.71611003	0.00217179	0.00079896
15	3.03503521	0.31675338	0.11652706
16	1.00000000	1.71828183	0.63212056
17	1.00000000	1.71828183	0.63212056
18	1.00000000	1.71828183	0.63212056
19	1.00000000	1.71828183	0.63212056
20	1.00000000	1.71828183	0.63212056

Figura 2: Tabla de aproximación del numero de euler y su error.

1.2. Problema 2

Para el siguiente problema, se propone un problema de difusión, el cual proviene de un sistema pentadiagonal, donde si el sistema de ecuaciones está dado por $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ se tiene que

$$\begin{aligned} a_{i,i-2} = a_{i,i+2} &= -4 \\ a_{i,i-1} = a_{i,i+1} &= -8 \\ a_{i,i} &= 50 \end{aligned}$$

además

$$\begin{aligned} b_i = 100 & \quad \forall b \in [3, 1998] \\ b_1 = b_2000 &= 20 \\ b_2 = b_1999 &= 50 \end{aligned}$$

Entonces, se resolvió el sistema de ecuaciones mediante dos métodos, el primero de ellos fue el método de *factorización Cholesky*, este se empleo derivado de que se sabe que este método ayuda a preservar la estructura de la matriz, adicionalmente, funciona especialmente para matrices definidas positivas y simétricas, las cuales, cumple nuestra matriz de entrada, además de ser un método exacto.

El segundo método que se empleo, ahora es un método aproximado, el *método de gradiente conjugado* con el precondicionador de Jacobi, este método se escogió para corroborar y poder realizar una comparación superficial, de que tanta diferencia existe entre un método exacto y un método aproximado, además de que es un método eficiente.

Posteriormente, se solicita que se obtengan los 10 eigenpares más pequeños junto con los 10 eigenpares más grandes, en magnitud, para lo cuál se empleo tanto el método de la potencia como el de la potencia inversa.

Los resultados obtenidos se anexan en archivos txt, donde se guardan los eigenpares, eigenvalor y eigenvector correspondiente

2. Referencias

[1] Burden, R.L., Faires, J.D. and Burden, A.M. 2015. *Numerical analysis.* Cengage learning.
[2] Quarteroni, A., Sacco, R. and Saleri, F. 1999. *Numerical Mathematics*. Springer.