Examen 2

CIMAT

Nombre:	**Jairo Saul Diaz Soto**
Maestría:	Ciencias Computacionales
Modulo:	Métodos Numéricos
Instructor:	Dr. Luis Daniel Blanco Cocom
Fecha de entrega:	2023 - 12 - 01

1.

A continuación se presentan los resultados obtenidos, los métodos empleados fueron el de Newton - Cotes abierto para $n = 0, 3$, Newton - Cotes cerrado para $n = 4$ y el método de cuadratura gaussina para $n = 5$.

Metodo	a	b	int	eabs
NCO0	1.000000	2.000000	0.666667	0.026481
NCO3	1.000000	2.000000	0.692378	0.000770
NCC4	1.000000	2.000000	0.693175	0.000027
GC5	1.000000	2.000000	0.693147	0.000000

Figura 1: Resultados de la aproximación de logaritmo natural en el valor 2.

2.

Se pide que se encuentre de forma numérica el valor de la siguiente función

$$f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \cos(x + y) \tag{1}$$

Entonces, empleando el método de Broyden y proponiendo una tolerancia de $1e - 8$, se alcanzo la convergencia para el mínimo de la función en tan solo 6 iteraciones.

Esto se debe a que al ser un método que pertenece a la familia de los algoritmos de descenso de gradiente, entonces encuentra de manera sencilla un mínimo local, aun en funciones como la que se presenta en el problema. Lo anterior condicionado a que el punto inicial se encuentra relativamente cerca del mínimo, entonces eso también ayuda.

```
El programafinalizo tras 6 iteraciones
Solucion sistema 1
x1              x2              Metodo
4.712389        4.712389        Broyden
```

Figura 2: Resultado obtenido por el método de Bruyden para el mínimo de la función 1.

3.

Se indica una tabla de información de diferentes puntos de la evolución de una enfermedad, se pide que esta se resuelva mediante la interpolación de Lagrange, sin embargo, si se desean obtener valores fuera del intervalo donde se tienen los puntos conocidos, en este caso $[0, 7]$, la interpolación de Lagrange no asegura que el polinomio obtenido funcione fuera del intervalo.

Ahora bien, se propone un modelo logístico para la función de contagios, mediante el método de mínimos cuadrados utilizando la siguiente función como polinomio interpolador

$$P(t) = \alpha + \beta exp{-3t}$$

a lo que en la siguiente figura se presentan los resultados obtenidos.

A continuación, también se presenta una gráfica donde se compara el método de mínimos cuadrados contra el método Lagrange.

```
La evaluacion del polinomio de lagrange de grado 3, en el punto 4.000000 es: 21.528571
Lambda = 0.000000, eval = 21.608859
Coeficiente 0: 0.046271
Coeficiente 1: 0.953729
Lambda = 0.000010, eval = 21.608859
Coeficiente 0: 0.046274
Coeficiente 1: 0.953716
Lambda = 0.000000, eval = 21.608859
Coeficiente 0: 0.046271
Coeficiente 1: 0.953729
```

Figura 3: Coeficientes obtenidos por el método de mínimos cuadrados para el problema de numero de contagiados.

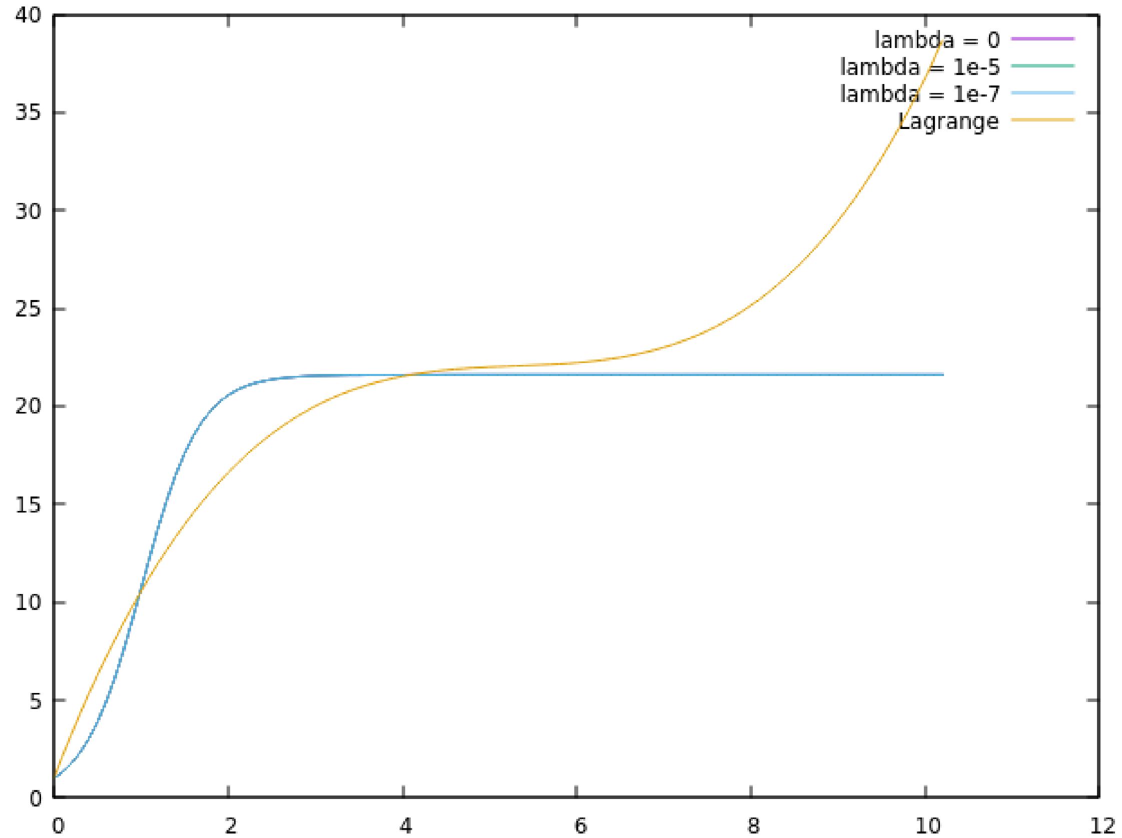

Figura 4: Gráfico comparativo de los métodos de mínimos cuadrados con diferentes valores de lambda contra el método de Lagrange para interpolación.

4.

Se presentó el siguiente problema de Cauchy

$$
\begin{aligned}
y'' - 2y' + y &= \sin x \\
y'(0) &= 1, \\
y(0) &= -1
\end{aligned}
$$

Se propuso una solución tal que se realizó un cambio de variable para poder tomar este problema de Cauchy de segundo orden a un sistema de ecuaciones diferenciales y se resolvió mediante el método de Runge - Kuta de cuarto orden, tal que

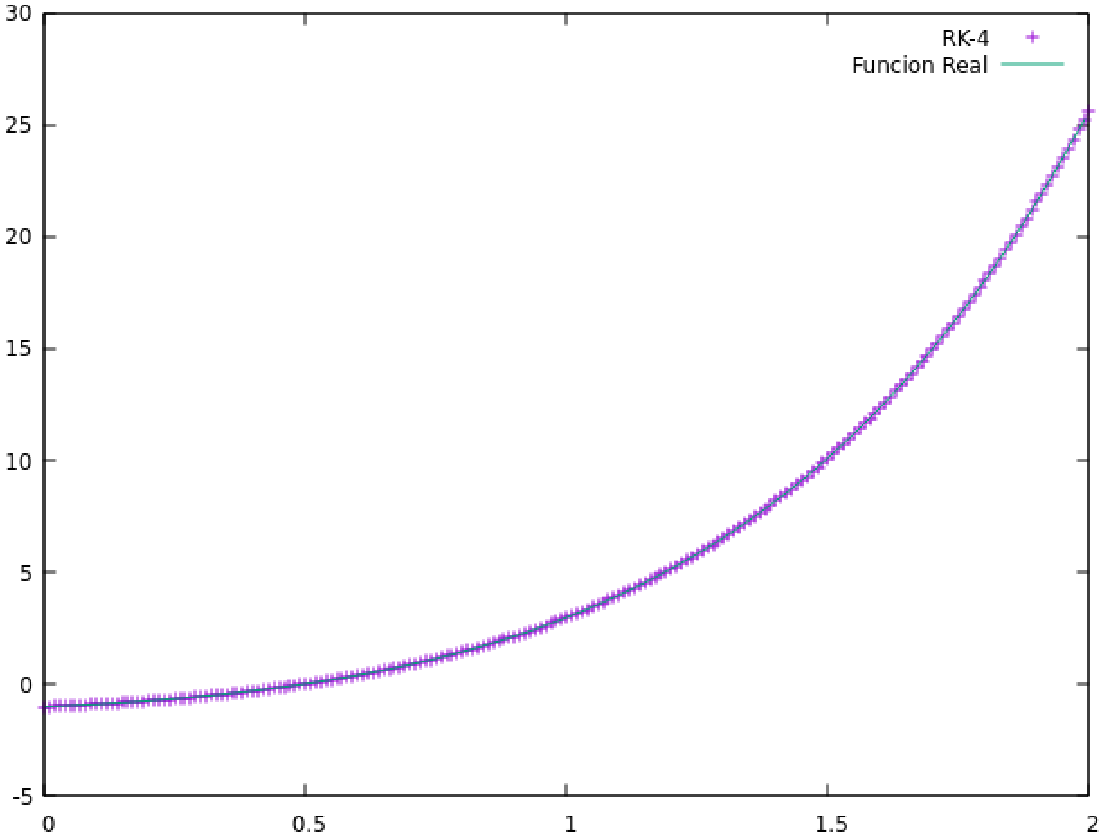

Figura 5: Tabla comparativa de la solución al problema de Cauchy propuesto en 2.

$$
\begin{aligned}
u &= y' \\
u' &= 2u - y + \sin x \\
u(0) &= 1, \\
y(0) &= -1
\end{aligned}
\tag{2}
$$

lo anterior dado que los métodos que se estudiaron funcionan para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales y no ecuaciones diferenciales de orden superior.

A continuación se presenta una gráfica la cual compara lo obtenido por el método empleado contra la solución analítica dada

$$y(x) = -\frac{3}{2}e^x + \frac{5}{2}xe^x + \frac{1}{2}\cos x$$

5. Ejecución

1. Para el primer ejercicio la forma de compilar es *gcc -o ej1 ej1.c -lm*, mientras que la ejecución no requiere parámetros adicionales.

2. Para el segundo ejercicio la forma de compilar es *gcc -o ej2 ej2.c -lm*, mientras que la ejecución no requiere parámetros adicionales.

3. Para el tercer ejercicio la forma de compilar es *gcc -o ej3 ej3.c -lm*, mientras que la ejecución se debe agregar el archivo donde se encuentran los puntos que definen al problema tal que *./RUN #arch_ptos.txt*.

4. Para el último ejercicio la forma de compilar es *gcc -o ej4 ej4.c -lm*, mientras que la ejecución no requiere parámetros adicionales.