

Restauração de Imagens

Fotografia Computacional - LuxAI

INSTITUIÇÃO EXECUTORA



COORDENADORA



APOIO



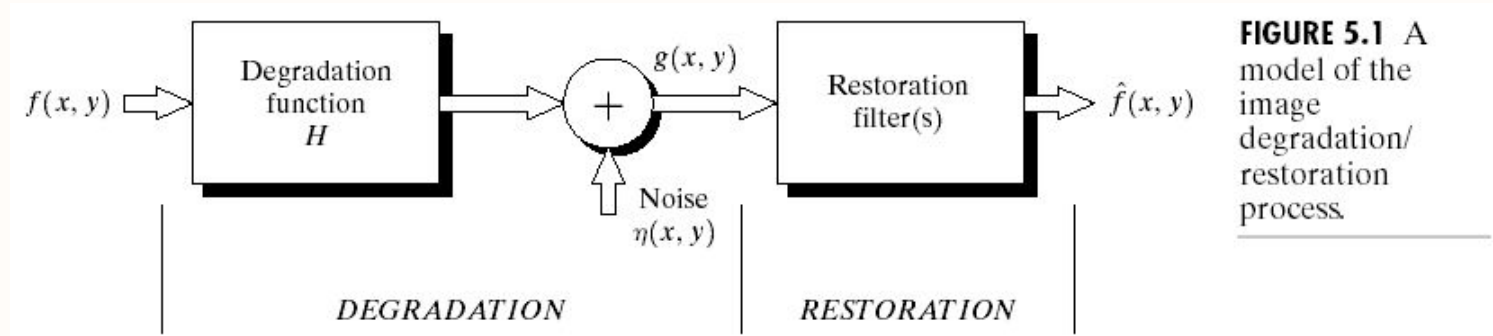
Tópicos

- Restauração x Realce;
- Modelo matemático de degradação/restauração;
- Convolução e modelos de ruído;
- Restauração e filtros espaciais;
- Filtros adaptativos;
- Filtros no domínio da frequência.

Restauração de imagens - objetivos

- O Objetivo das técnicas de restauração é melhorar uma imagem em algum aspecto, como em realce de imagens. Restauração, entretanto, busca reconstruir ou recuperar uma imagem que foi degradada usando informações a respeito do processo de degradação.
- Potenciais degradações: Distorções e aberrações em sensores ópticos, desfoque de movimento (motion blur), distorções de perspectiva, ruídos e falhas dos sensores.
- Realce de imagens é subjetivo
 - Processo heurístico.
- Restauração é objetivo
 - Modelagem do processo de degradação e aplicação do processo inverso no sentido de recuperar a imagem original.

Modelo de degradação e restauração da imagem



Domínio Espacial

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \Rightarrow \hat{f}(x, y)$$

Domínio de Frequência

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \Rightarrow \hat{F}(u, v)$$

Convolução - Definição

$$f(x, y) * g(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) g(x - m, y - n)$$

$$f(x, y) * g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) G(u, v)$$

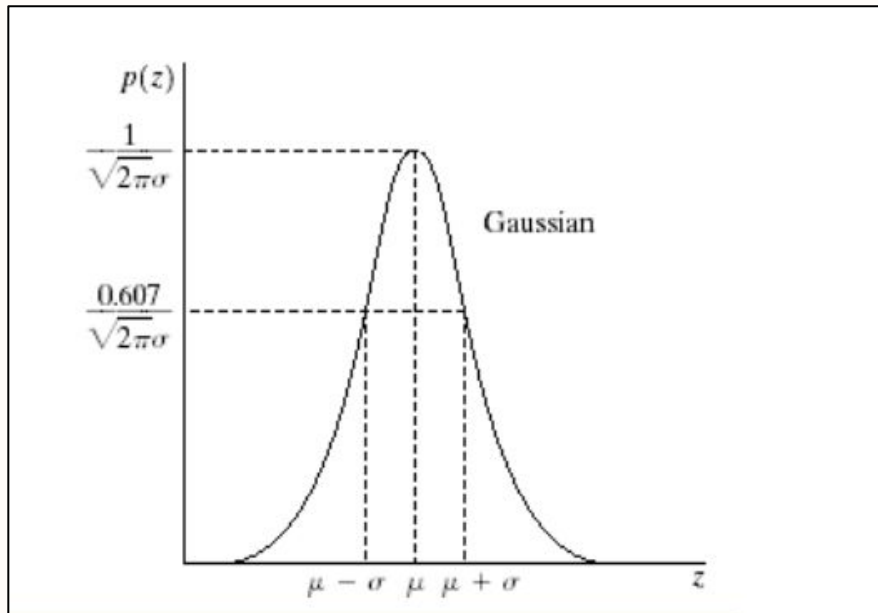
$$f(x, y) g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * G(u, v)$$

Modelos de ruído

- Fontes de ruído
 - Aquisição de imagens (digitalização)
 - Pode ocorrer devido à qualidade dos sensores e sensibilidade dos sensores a condições ambientais.
 - Transmissão de imagens
 - Suscetível à ocorrência pela interferência no canal usado para transmissão.
- Propriedade espacial do ruído: alguns aspectos
 - Comportamento estatístico dos valores do nível de cinza dos pixels.
 - Parâmetros associados ao ruído e correlação com a imagem.
 - Com a exceção de ruídos periódicos no espaço, assumimos que o ruído é independente das coordenadas espaciais, e também que não é correlacionado com a imagem original
- Propriedade da frequência do ruído
 - O ruído branco é definido quando o espectro de Fourier do ruído é constante (devido a luz branca conter quase todas as frequências do espectro visível em proporções iguais).

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Gaussiano



$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

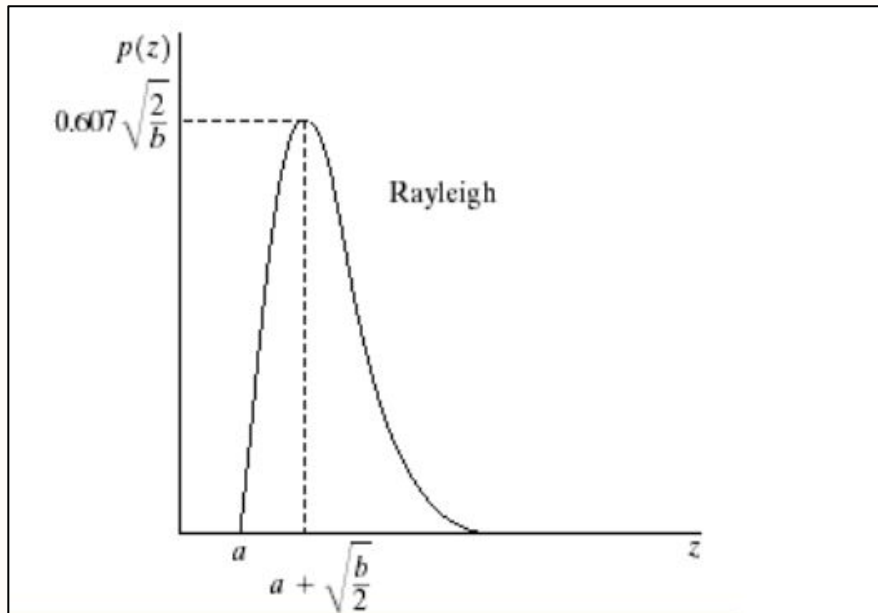
z Representa níveis de cinza

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \mu)^2}$$

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Rayleigh

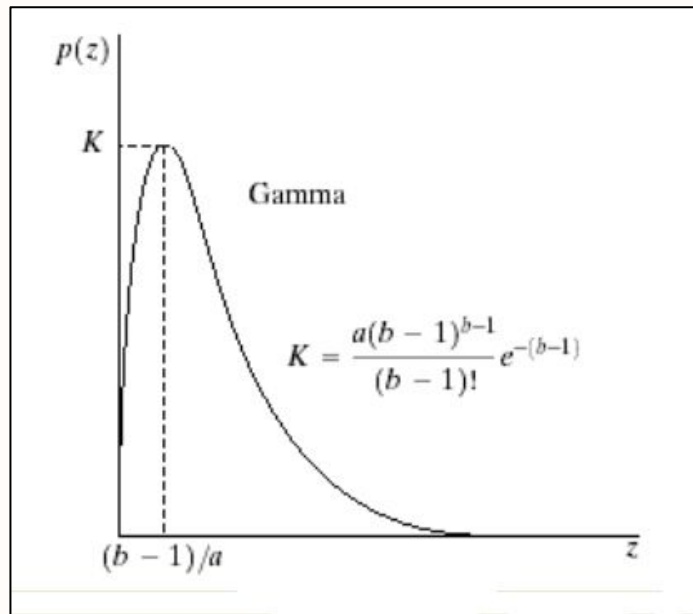


$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z - a)e^{-(z - a)^2/b} & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

$$\mu = a + \sqrt{\pi b / 4}$$
$$\sigma^2 = \frac{b(4 - \pi)}{4}$$

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Erlang (Gamma)

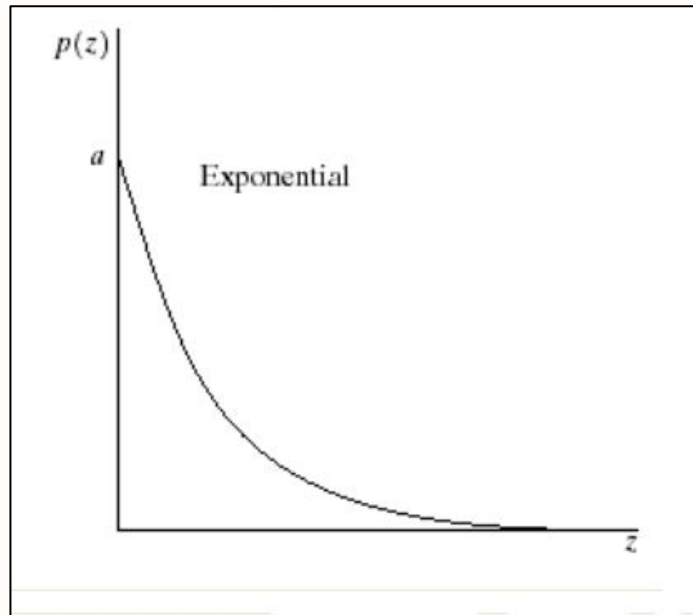


$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{b}{a}$$
$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2}$$

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Exponencial

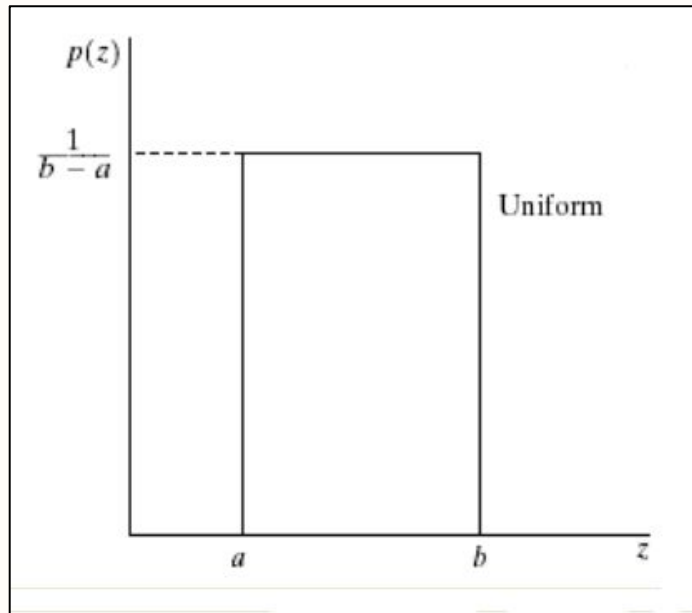


$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{a}$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2}$$

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Uniforme

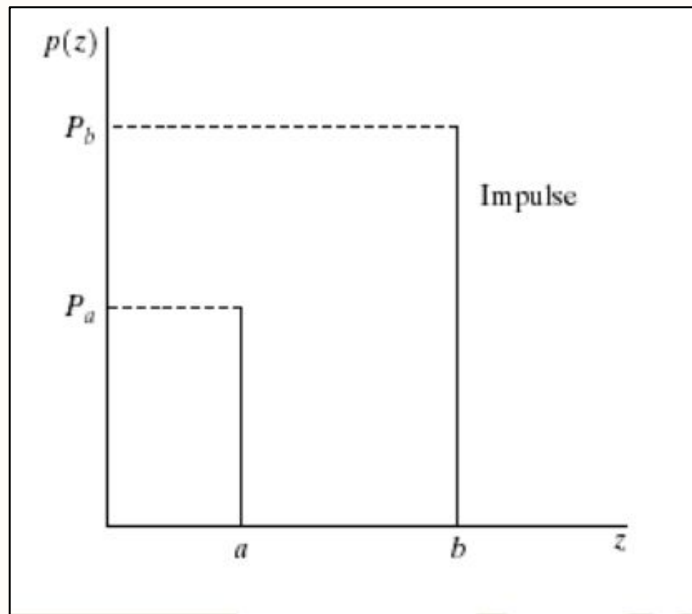


$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{para } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$
$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

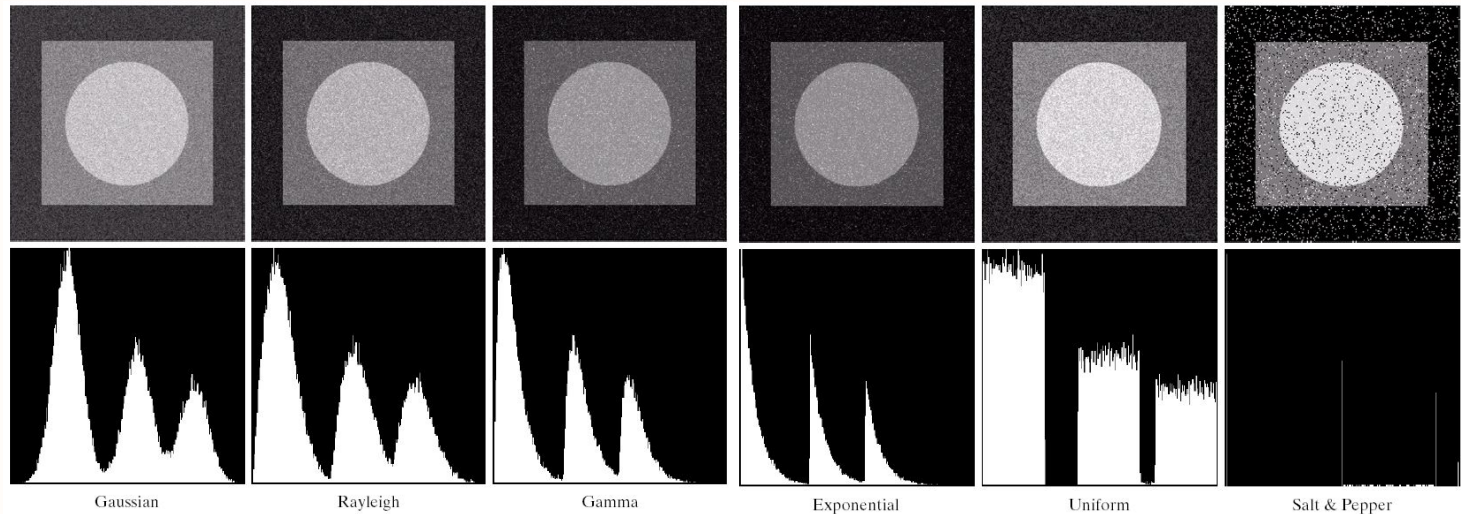
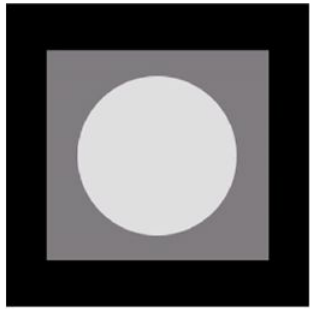
Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)

Ruído Impulso (Salt and Pepper)



$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{para } z = a \\ P_b & \text{para } z = b \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

Modelos de ruído - Função de densidade de probabilidade (pdf)



a b c
d e f

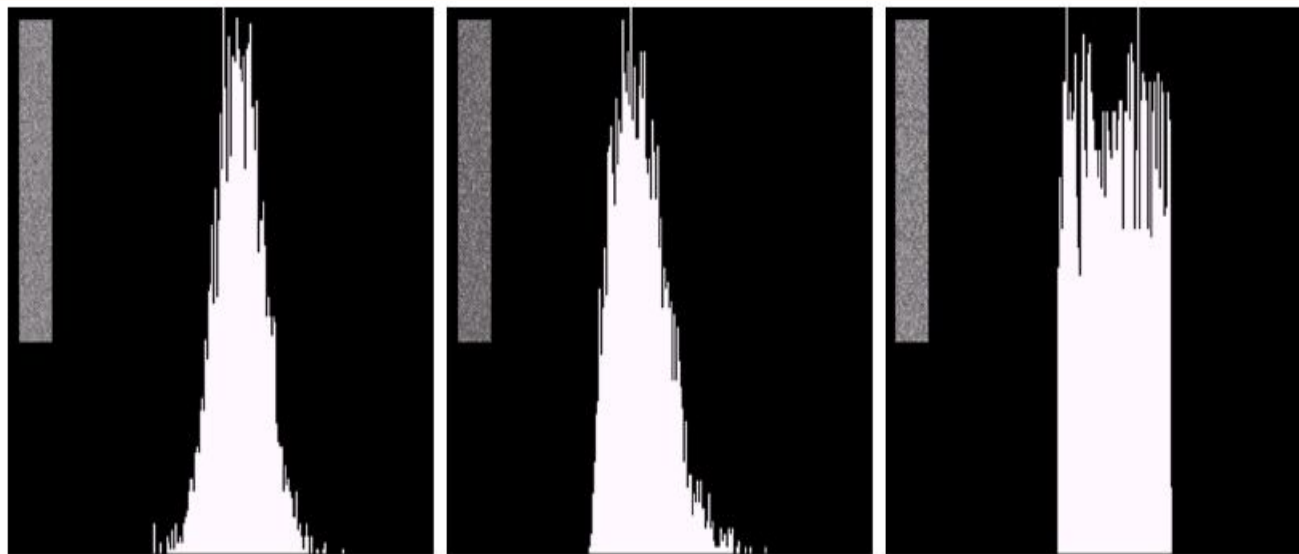
FIGURE 5.4 Images and histograms resulting from adding Gaussian, Rayleigh, and gamma noise to the image in Fig. 5.3.

g h i
j k l

FIGURE 5.4 (Continued) Images and histograms resulting from adding exponential, uniform, and impulse noise to the image in Fig. 5.3.

Modelos de ruído - Estimativa dos parâmetros

Histograma da subimagem

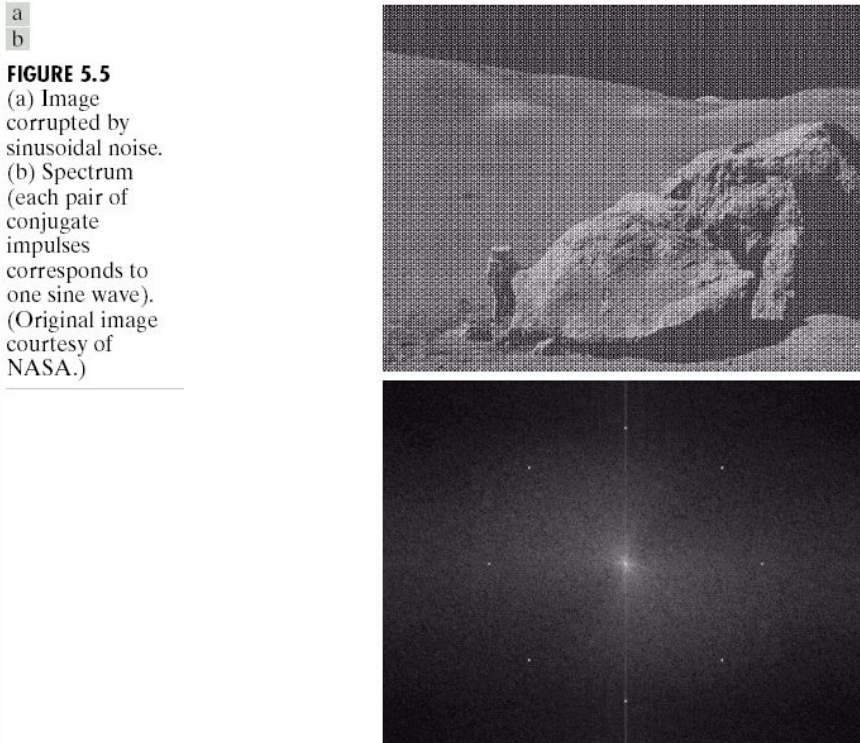


a b c

FIGURE 5.6 Histograms computed using small strips (shown as inserts) from (a) the Gaussian, (b) the Rayleigh, and (c) the uniform noisy images in Fig. 5.4.

$$\mu = \sum_{z_i \in S} z_i p(z_i)$$
$$\sigma^2 = \sum_{z_i \in S} (z_i - \mu)^2 p(z_i)$$

Modelos de ruído - ruídos periódicos



- Geralmente ocorre devido às **interferências elétricas** ou **eletromecânicas** durante a aquisição das imagens
- Podem ser reduzido através de **filtragem no domínio da frequência** isto porque o período do ruído corresponde a frequência de uma senóide.

A cada par de conjugados (do espectro) corresponde uma senóide

Restauração - ruído aditivo

Os **termos associados ao ruído são desconhecidos**, então subtrair de $g(x,y)$ ou $G(u,v)$ não é uma opção realística.

No caso de ruídos periódicos, é normalmente possível estimar $N(u,v)$ no espectro de $G(u,v)$. A filtragem espacial é adequada quando o ruído é somente aditivo. Neste caso, **realce=restauração**.

Domínio Espacial

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

Domínio de Freqüência

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$

Critérios de medição de resultados

Como avaliar resultados obtidos por um determinado método de restauração:

- **Critérios Objetivos:** PSNR (*Peak signal-to-noise ratio*), SNR (*signal-to noise ratio*) etc.
- **Critérios Subjetivos:** análise por seres humanos (excelente, bom, razoável, marginal, inferior, indesejável)

Critério de fidelidade objetivo

Assim pode ser definida a **métrica PSNR**, a partir do **MSE** e do **nível máximo de cinza (L-1)**:

$$MSE = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[\hat{f}(x, y) - f(x, y) \right]^2}{M \cdot N}$$

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{(L-1)^2}{MSE} \right) = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{255}{RMSE} \right)$$

Em que f e \hat{f} representam as funções intensidade para o sinal original e restaurado, respectivamente

Critério de fidelidade objetivo

Em termos da **métrica SNR**, segue a definição:

$$SNR = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left(\hat{f}(x, y)^2 \right)}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[\hat{f}(x, y) - f(x, y) \right]^2}$$

Em que f e \hat{f} representam as funções intensidade para o sinal original e restaurado, respectivamente

Filtros espaciais - média da vizinhança

Filtro de média
aritmética

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

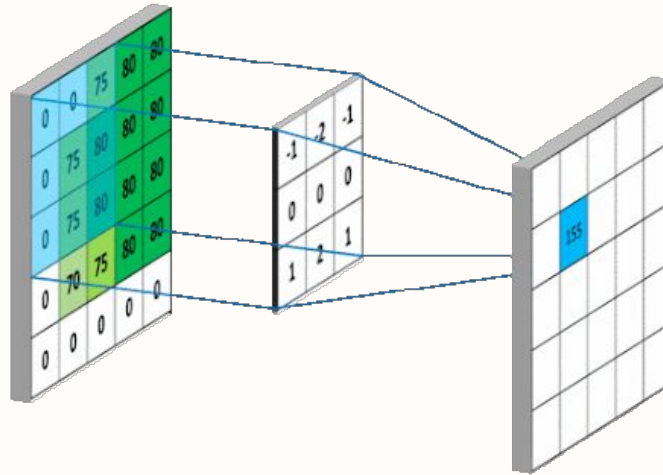
Filtro de média
geométrica

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

Mais aguçado do
que aritmética

Filtros espaciais - utilização de kernels

Convém lembrar a utilização do operador na imagem ao lado para criação de filtros de média aritmética.



Fonte:
<https://aayushmaan1306.medium.com/basics-of-convolutional-neural-networks-using-pytorch-lightning-474033093746>

Filtros espaciais - média da vizinhança

Filtro de média
harmônica

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

Bom para “salt”, mas
falha para “pepper”

Filtro de média
contra-harmônica

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)^Q}$$

$Q < 0$ para “Salt”
 $Q > 0$ para “Pepper”
 $Q = 0$, aritmética
 $Q = -1$, harmônica

Filtros espaciais - média da vizinhança

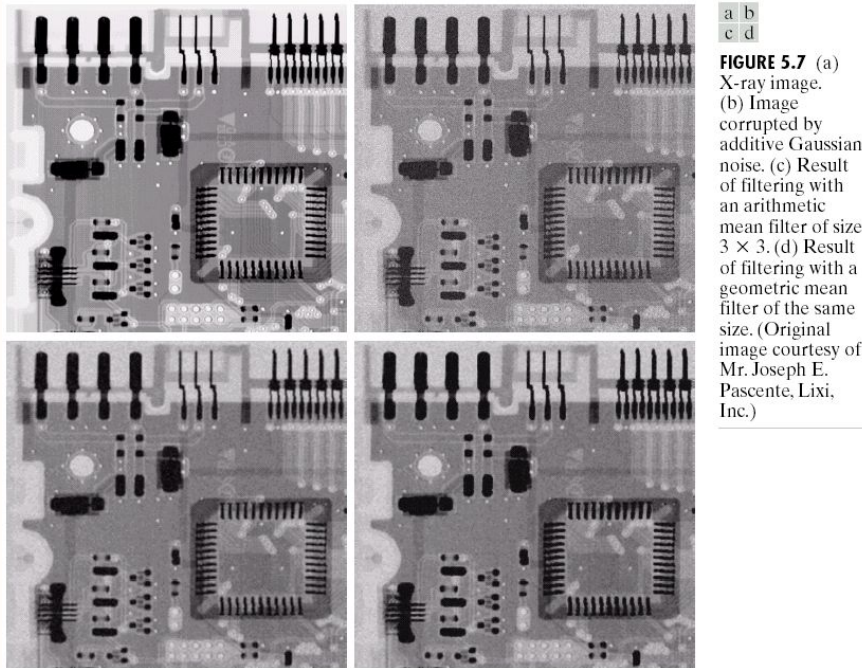


Imagem original em (a); Presença de ruído gaussiano em (b); filtragem por: (c) média aritmética; (d) média geométrica

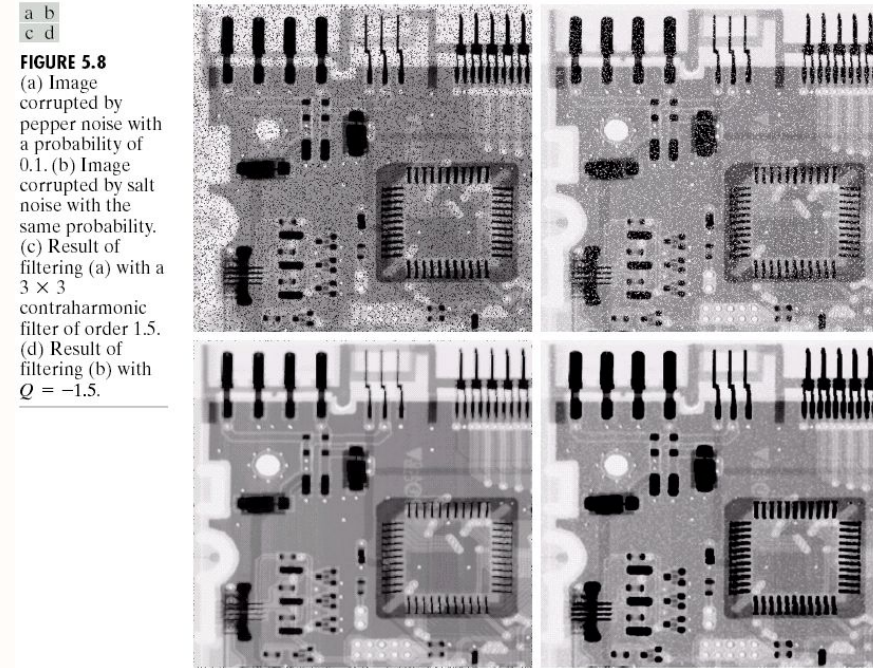


Imagem com ruído pepper em (a); Presença de ruído salt em (b); filtragem por: (c) média contra-harmônica de (a) com $Q=1.5$ (pepper); (d) média contra-harmônica de (b) com $Q=-1.5$ (salt)

Filtros espaciais - Filtros de ordenação

Filtro de mediana

$$\hat{f}(x, y) = \underset{(s,t) \in S_{xy}}{\text{mediana}} \{g(s, t)\}$$

Filtro de máximo e mínimo

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\underset{(s,t) \in S_{xy}}{\max} \{g(s, t)\} + \underset{(s,t) \in S_{xy}}{\min} \{g(s, t)\} \right]$$

Max é bom para filtrar ruído “pepper” e min para “salt”

Filtros espaciais - Filtros de ordenação

Filtro “cortado/aparado” ou “Alpha-trimmed mean filter”. Para o cálculo da média, são Removidos os valores de intensidade de tons de cinza menores que $(d/2)$ e maiores que $(L-1 - d/2)$ de $g(s,t)$ na vizinhança $S_{x,y}$

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g_r(s, t)$$

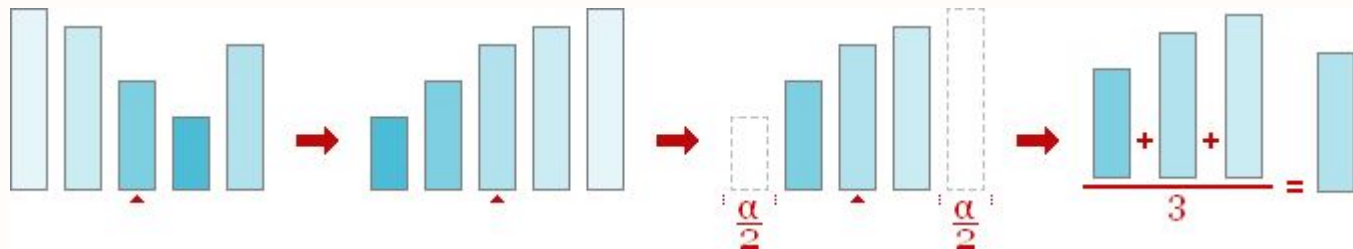
$d = 0$, aritmético
 $d = mn - 1$, mediana

Filtros espaciais - Filtros de ordenação

Detalhamento do “Alpha-trimmed mean filter”

- Definir uma janela sobre o elemento (x,y) de área $S_{x,y}$;
- Selecionar os elementos;
- Ordenar os elementos;
- Descarte elementos no início e no final do conjunto ordenado obtido (considerando os intervalos de níveis de cinza $[0, \alpha/2]$ e $[L-1-\alpha/2; L-1]$);
- Calcular a média: somar os elementos restantes e dividir a soma pelo total de números.

Para $d = \alpha$:



Filtros espaciais - Filtros de ordenação

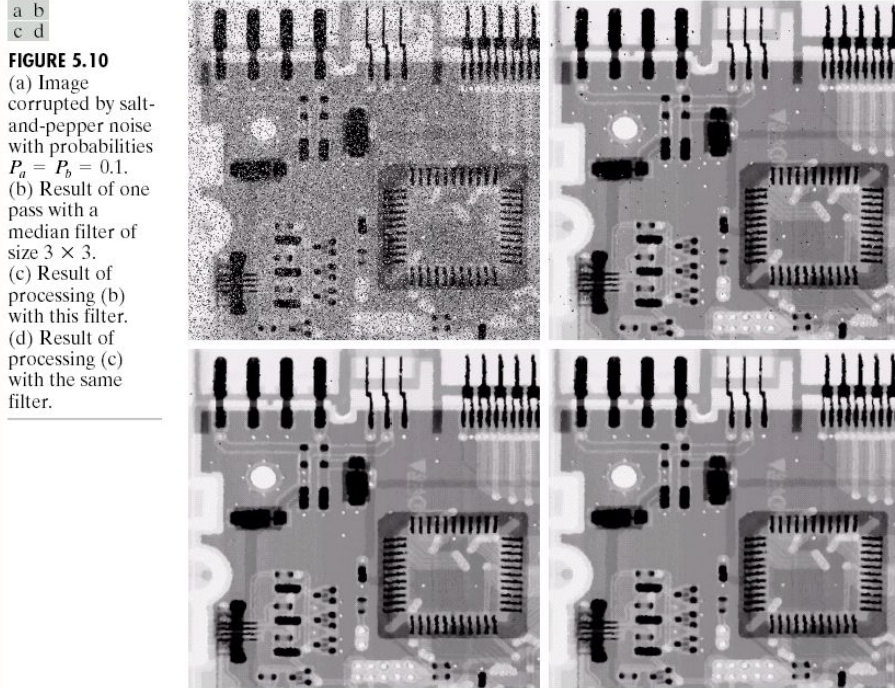


FIGURE 5.10
(a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities $P_s = P_p = 0.1$.
(b) Result of one pass with a median filter of size 3×3 .
(c) Result of processing (b) with this filter.
(d) Result of processing (c) with the same filter.

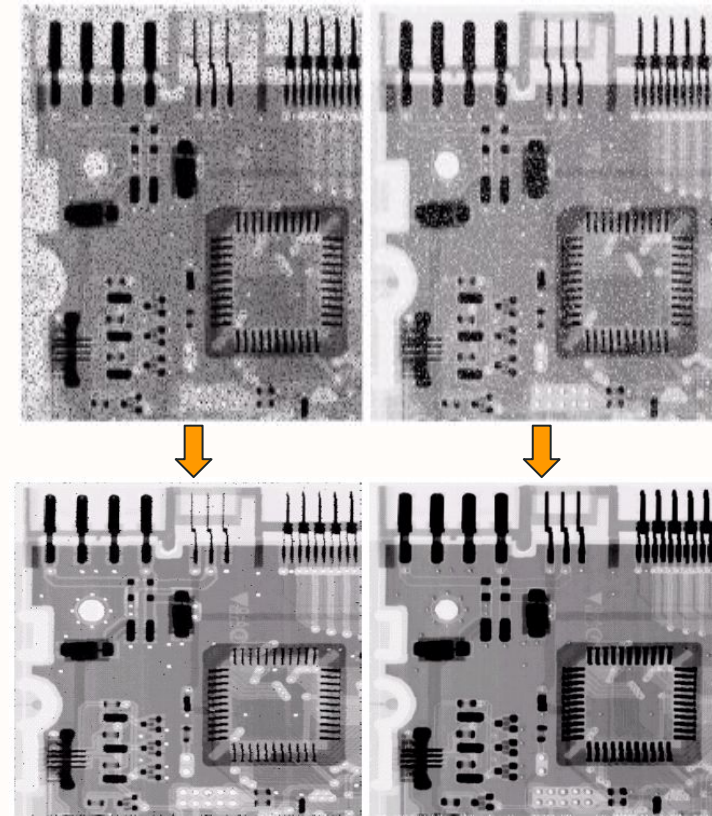


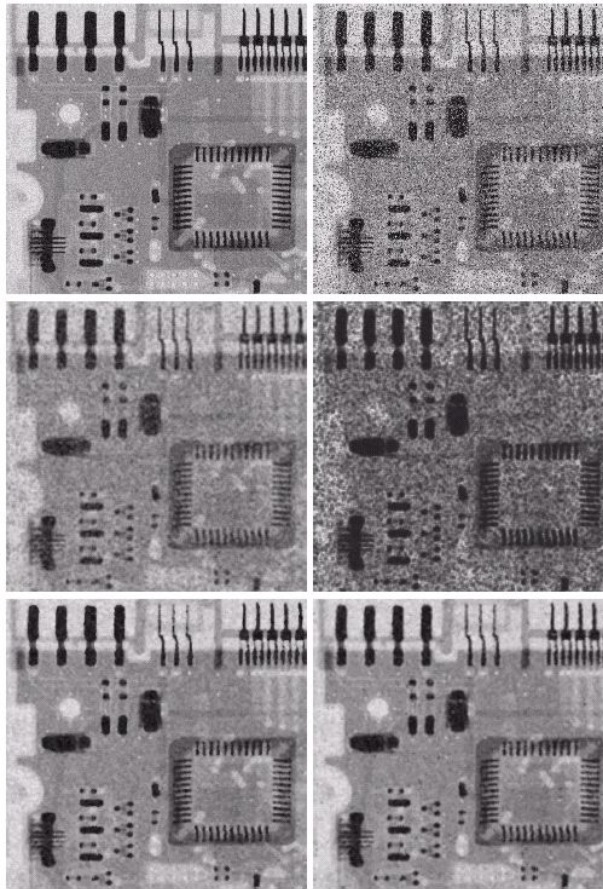
FIGURE 5.11
(a) Result of filtering Fig. 5.8(a) with a max filter of size 3×3 . (b) Result of filtering 5.8(b) with a min filter of the same size.

Imagem com ruído sal-e-pimenta submetida a filtros 3x3 em 3 filtrações consecutivas por medianas

Remoção de ruído tipo pimenta com filtro máx (esquerda) e ruído tipo sal com filtro mín.

Filtros espaciais - Filtros de ordenação

- Em (a) há adição de ruído uniforme e em (b) sobreposição com ruído sal-e-pimenta;
- De (c) até (f) foram aplicados filtros 5x5: (c) média aritmética, (d) média geométrica, (e) mediana e em (f) alpha-trimmed (com $d=5$);



a b
c d
e f

FIGURE 5.12 (a) Image corrupted by additive uniform noise. (b) Image additionally corrupted by additive salt-and-pepper noise. Image in (b) filtered with a 5×5 : (c) arithmetic mean filter; (d) geometric mean filter; (e) median filter; and (f) alpha-trimmed mean filter with $d = 5$.

Filtros adaptativos

- Os filtros mencionados até agora são aplicáveis a todos os pixels da imagem, ao contrário dos filtros adaptativos, cujos comportamentos **mudam de acordo com as características estatísticas** da imagem numa **área definida pelo filtros**
- **Os filtros adaptativos podem obter melhores performances, porém suas implementações são mais complexas**
- A degradação da imagem é igual ao original mais ruído; nenhum outro tipo de degradação está sendo considerado.

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

Filtros adaptativos - Redução de ruído local

Características do filtro de redução de ruído

Se σ_{η}^2 é zero, o filtro deve retornar o valor de $g(x, y)$

Se $\sigma_L^2 \gg \sigma_{\eta}^2$, retornar o valor próximo de $g(x, y)$

Se $\sigma_L^2 \approx \sigma_{\eta}^2$, retornar o média aritmética m_L

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$$

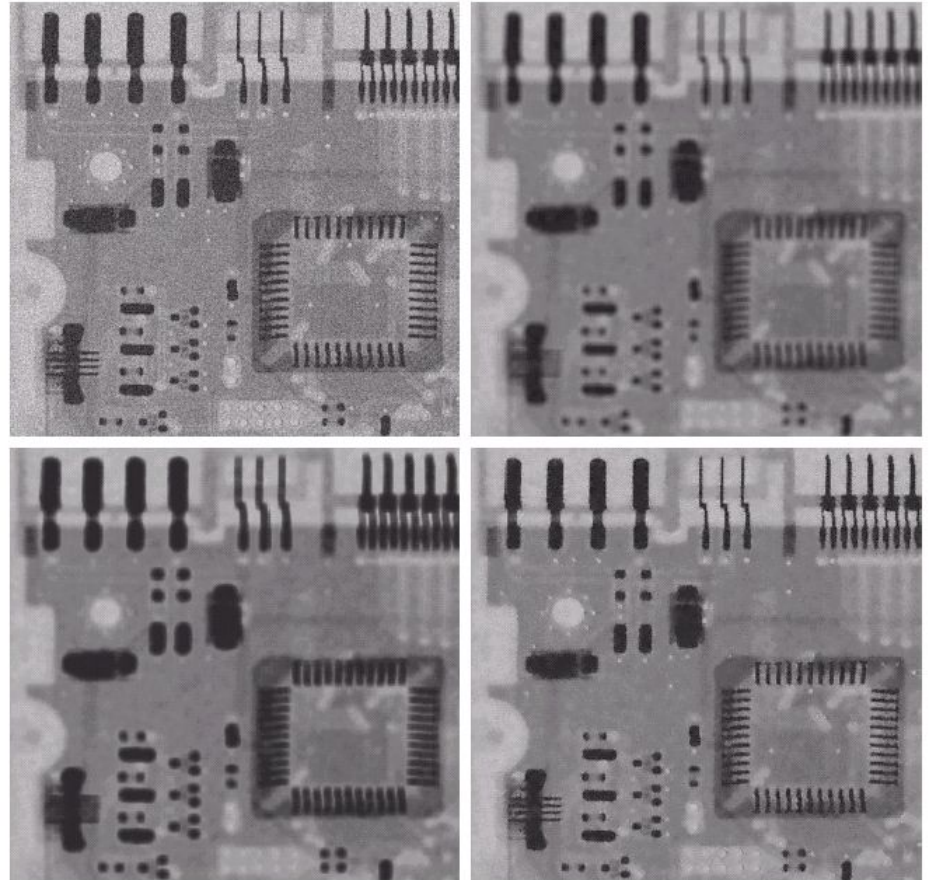
Filtros adaptativos - Redução de ruído local

- Imagem em (a) com ruído aditivo gaussiano $N(0,1000)$;
- Em (b) e (c) os resultados dos filtros: média aritmética, média geométrica;
- Em (d), o resultado do filtro adaptativo 7×7 .

a b
c d

FIGURE 5.13

(a) Image corrupted by additive Gaussian noise of zero mean and variance 1000. (b) Result of arithmetic mean filtering. (c) Result of geometric mean filtering. (d) Result of adaptive noise reduction filtering. All filters were of size 7×7 .



Filtros adaptativos - Mediana

Algoritmo do filtro adaptativo por mediana

Variáveis utilizadas:

- z_{min} : A intensidade mínima dos pixels dentro da janela de análise.
- z_{max} : A intensidade máxima dos pixels dentro da janela de análise.
- z_{med} : A mediana das intensidades dos pixels dentro da janela de análise (a saída do algoritmo).
- S_{max} : O tamanho máximo permitido da região da janela de análise.
- z_{xy} : A intensidade do pixel na posição (x, y) da imagem (a saída do algoritmo).

Filtros adaptativos - Mediana

Algoritmo do filtro adaptativo de mediana

Nível A:

Calcula-se $A1 = z_{med} - z_{min}$ e $A2 = z_{med} - z_{max}$.

Verifica-se se $A1 > 0$ (ou seja, se $z_{min} < z_{med}$) e $A2 < 0$ (ou seja, $z_{med} < z_{max}$).

Isso significa que a mediana z_{med} não é um impulso (um valor extremamente alto ou baixo) e, portanto, não é afetada pelo ruído.

- Se a condição for atendida (a mediana não é um impulso), o algoritmo passa para o "Nível B".
- Senão, o algoritmo aumenta o tamanho da janela de análise.
 - Se o tamanho da janela não ultrapassar S_{max} , o algoritmo repete o "Nível A".
 - Se o tamanho da janela atingir ou exceder S_{max} , o algoritmo retorna o valor de z_{xy} (o pixel original na posição (x, y)).

Filtros adaptativos - Mediana

Características do filtro adaptativo de mediana

Nível B:

Calcula-se $B1 = z_{xy} - z_{min}$ e $B2 = z_{xy} - z_{max}$.

Verifica-se se $B1 > 0$ (ou seja, se $z_{min} < z_{xy}$) e $B2 < 0$ (ou seja, $z_{xy} < z_{max}$). Isso verifica se o pixel na posição (x, y) não é um impulso.

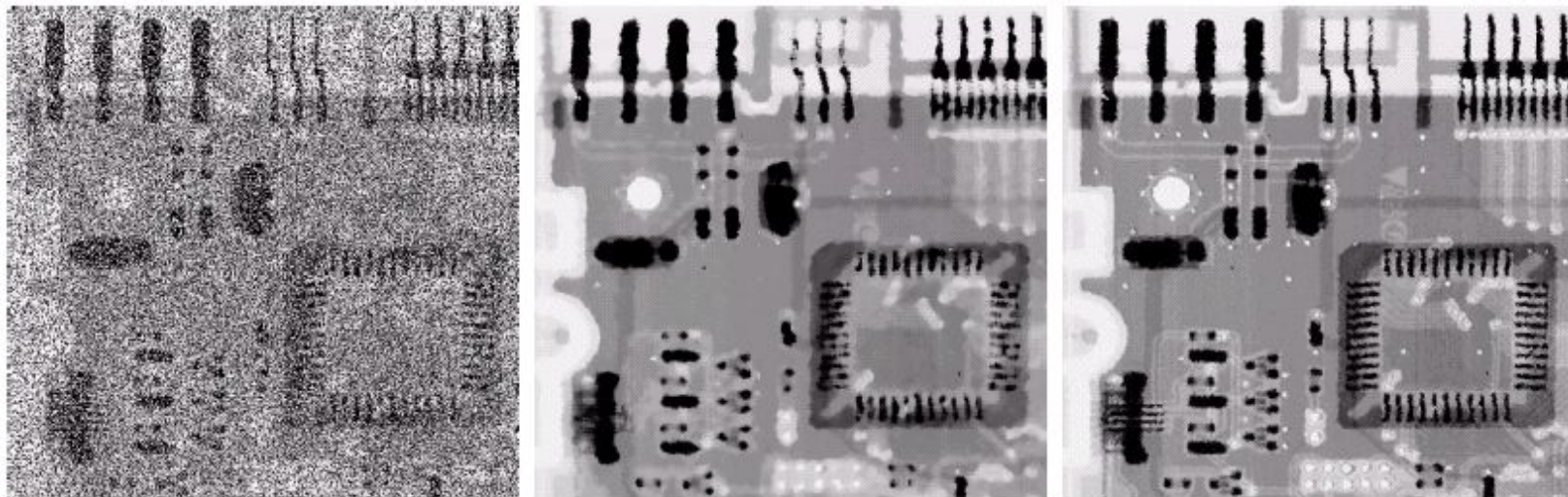
- Se a condição for atendida (o pixel não é um impulso), o algoritmo retorna o valor de z_{xy} (o valor do pixel original na posição (x, y)).
- Senão, o algoritmo retorna o valor de z_{med} (a mediana das intensidades na janela de análise).

Filtros adaptativos - Mediana

Algoritmo do filtro adaptativo de mediana

- Em resumo, o filtro adaptativo de mediana avalia a diferença entre a intensidade do pixel em questão (z_{xy}) e os valores mínimo (z_{\min}) e máximo (z_{\max}) encontrados na janela de análise.
- Se o pixel não for considerado um impulso, ele é preservado. Caso contrário, a mediana dos valores dentro da janela é usada como substituto.
- Esse processo ajuda a reduzir o ruído em imagens, especialmente quando há valores extremos devido ao ruído impulsivo.

Filtros adaptativos - Mediana

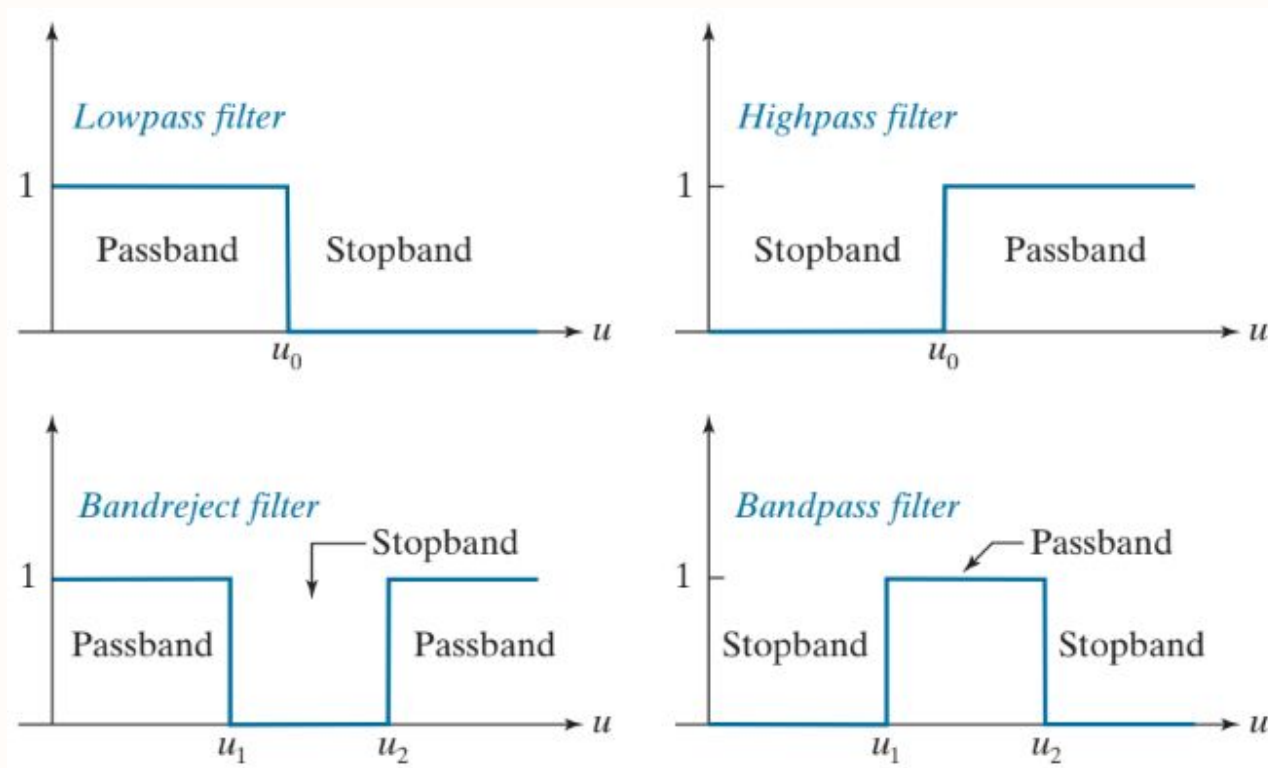


a b c

FIGURE 5.14 (a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities $P_a = P_b = 0.25$. (b) Result of filtering with a 7×7 median filter. (c) Result of adaptive median filtering with $S_{\max} = 7$.

Imagens (b) e (c) como resultados de (a)(salt/pepper) através de filtro por mediana e do filtro adaptativo anterior por mediana, que apresentou melhores resultados

Filtros no domínio da frequência



Filtros no domínio da frequência - Rejeita banda

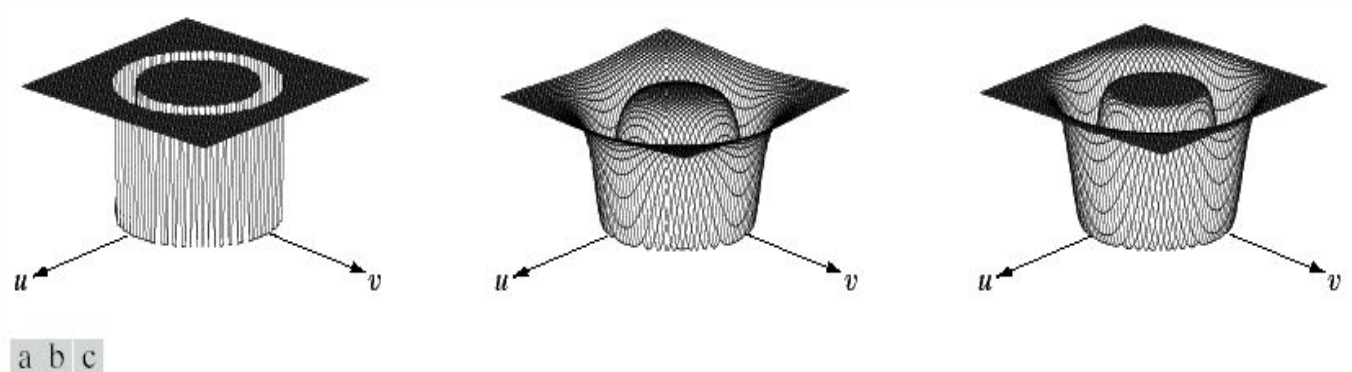


FIGURE 5.15 From left to right, perspective plots of ideal, Butterworth (of order 1), and Gaussian bandreject filters.

Ideal

Butterworth

Gaussiano

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & D(u,v) < D_0 - \frac{W}{2} \\ 0 & D_0 - \frac{W}{2} \leq D(u,v) < D_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & D(u,v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v) - D_0^2} \right]^{2n}}$$

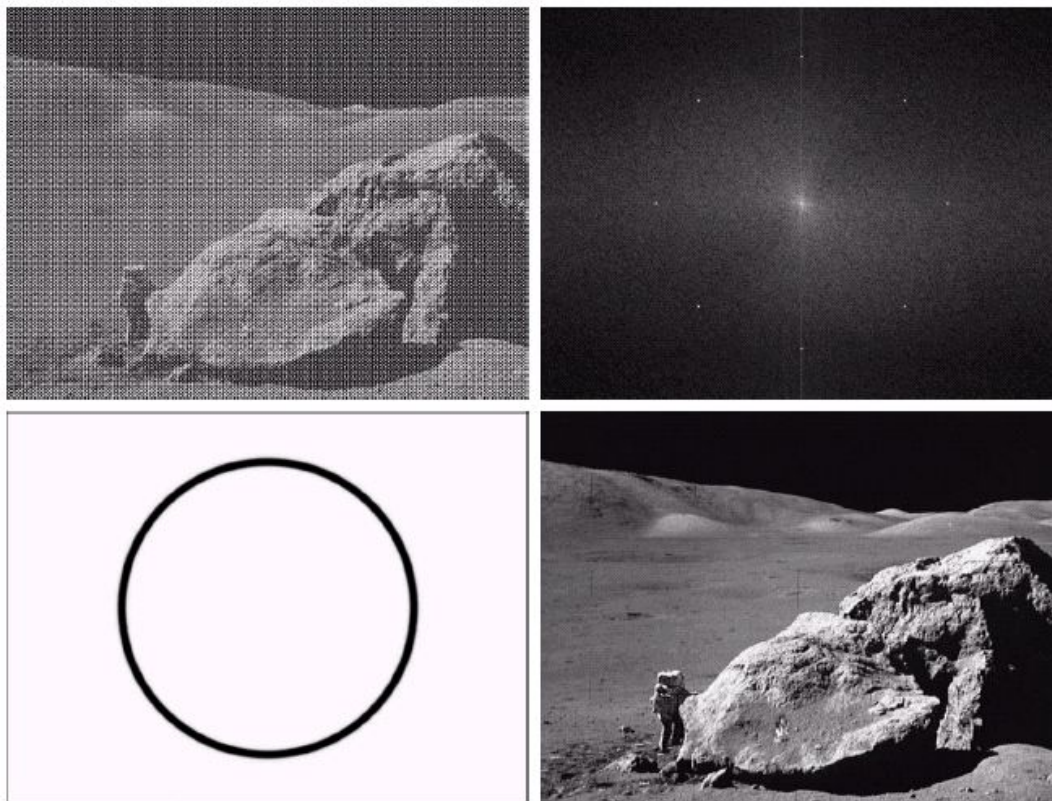
$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D^2(u,v) - D_0^2}{D(u,v)W} \right]^2}$$

$$D(u,v) = \left[\left(u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left(v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Rejeição

Filtros no domínio da frequência - Rejeita banda

- Em (a) há presença de ruído senoidal e (b) é o espectro da imagem;
- E em (c) está o filtro rejeita-banda;
- Em (d), o resultado da filtragem da imagem em (a);



a b
c d

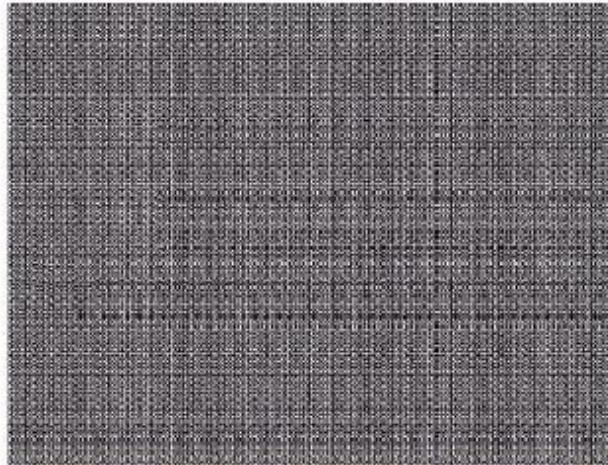
FIGURE 5.16
(a) Image corrupted by sinusoidal noise. (b) Spectrum of (a). (c) Butterworth bandreject filter (white represents 1). (d) Result of filtering. (Original image courtesy of NASA.)

Filtros no domínio da frequência - Passa banda

- Os filtros passa banda desempenham uma operação oposta ao filtro rejeita banda.

$$H_{bp}(u, v) = 1 - H_{br}(u, v)$$

-Imagem com o ruído isolado presente na imagem (a) anterior



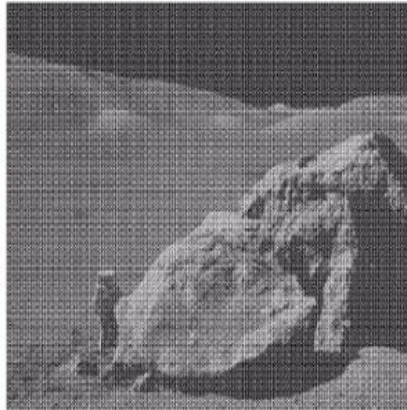
Filtros no domínio da frequência - Passa banda

-Em (a) há presença de ruído senoidal e (b) é o espectro da imagem;

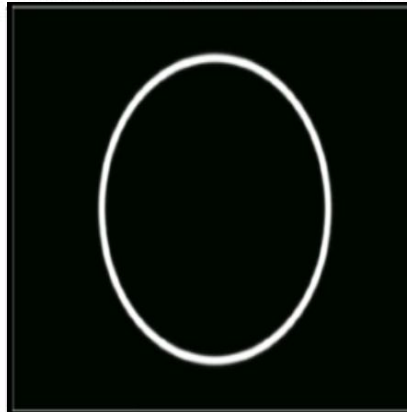
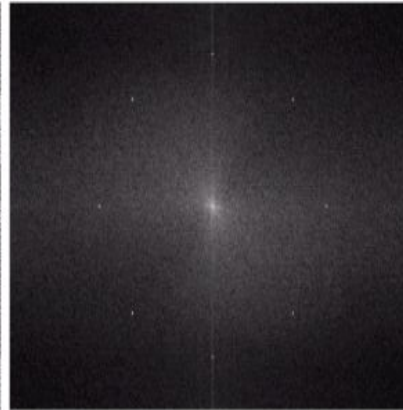
-E em (c) está o filtro passa-banda;

-Em (d), o resultado da filtragem da imagem que apresenta apenas o ruído.;

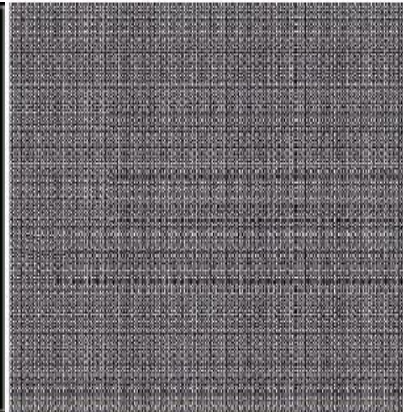
Ruído senoidal



Espectro de Fourier



Butterworth
Filtro passa banda



Padrão do ruído após um
filtro Butterworth passa
banda

Filtros no domínio da frequência - Rejeita faixa “Notch”

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & D_1(u,v) \leq D_0 \text{ or } D_2(u,v) \leq D_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Ideal}$$

Butterworth

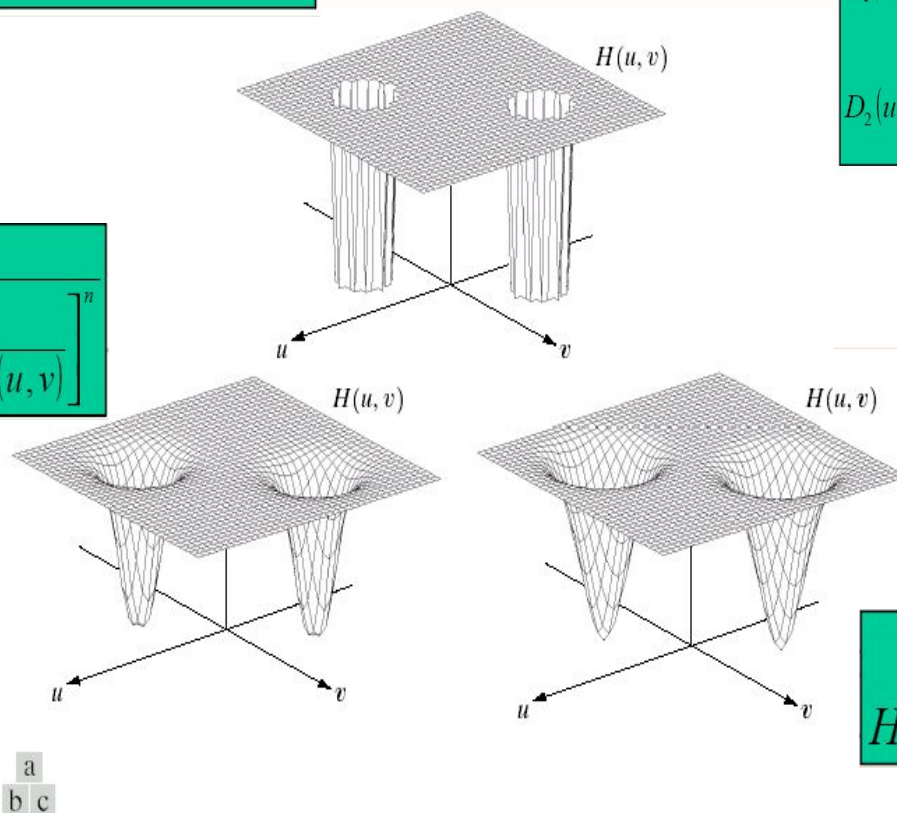
$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0^2}{D_1(u,v)D_2(u,v)} \right]^n}$$

$$D_1(u,v) = \left[\left(u - \frac{M}{2} - u_0 \right)^2 + \left(v - \frac{N}{2} - v_0 \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$D_2(u,v) = \left[\left(u - \frac{M}{2} + u_0 \right)^2 + \left(v - \frac{N}{2} + v_0 \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$u_0 = 0, v_0 = 0$$

Highpass filters



a
b c

FIGURE 5.18 Perspective plots of (a) ideal, (b) Butterworth (of order 2), and (c) Gaussian notch (reject) filters.

$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D_1(u,v)D_2(u,v)}{D_0^2} \right]^2}$$

Gaussiano

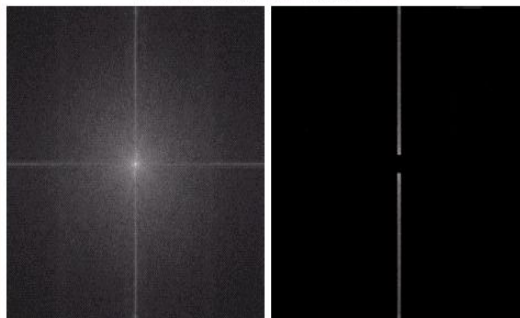
Filtros no domínio da frequência - Rejeita faixa “Notch”

Ruído
senoidal



Imagem de satélite
da Flórida e do Golfo
do México. Observar
as linhas horizontais
de varredura do
sensor.

Espectro de
Fourier



Butterworth
Filtro rejeita banda

Filtro passa banda
Imagem com ruído

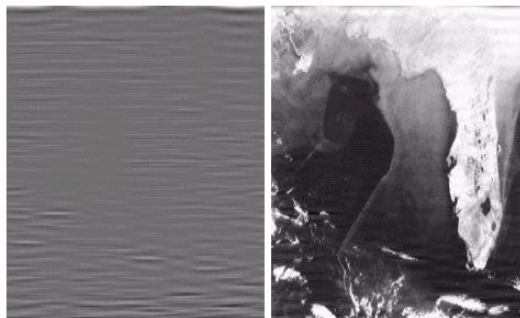


Imagem
final



Muito obrigado!

INSTITUIÇÃO EXECUTORA



COORDENADORA



APOIO

