POP - dokumentacja wstępna

Paweł Kochański, Jakub Proboszcz

1 Opis problemu (zadanie 1)

"Zbadaj działanie dowolnego wariantu ewolucji różnicowej oraz dowolnej strategii ewolucyjnej w warunkach niepewności. W tym celu opracuj zestaw funkcji testowych, które będą zawierały co najmniej dwa różne źródła niepewności."

2 Sposób rozwiązania problemu

Przygotujemy implementacje wybranego wariantu ewolucji różnicowej i strategii ewolucyjnej $\mu + \lambda$. Przygotujemy również implementacje funkcji testowych zawierających po 2 źródła losowości - zaburzenie argumentu oraz wyniku funkcji. Wykonamy eksperymenty porównujące działanie obydwu algorytmów, dla różnych parametrów wywołania i dla różnych poziomów niepewności.

2.1 Wybrane warianty algorytmów

Wybraliśmy ewolucję różnicową z selekcją `best`, 1 parą różnicowanych punktów i krzyżowaniem dwumianowym. Parametrami są rozmiar populacji i c_r - parametr krzyżowania.
Wybraliśmy strategię ewolucyjną $\mu + \lambda$, z krzyżowaniem uśredniającym wartość i siły mutacji, z losową wagą średniej. Parametrami są μ oraz λ - rozmiary populacji bazowej oraz potomnej.
W związku z losowością obecną podczas wyliczania wartości funkcji optymalizowanych oceny punktów roboczych będą przeliczane ponownie w każdej kolejnej iteracji algorytmu.

2.2 Źródła niepewności

Każde wywołanie funkcji testowej $f(\mathbf{x})$ będzie zaburzone - rzeczywisty otrzymany wynik będzie wynosić $f(\mathbf{x} + \zeta_{\mathbf{1}}) + \zeta_2$, gdzie $\zeta_1 = [z_1\, z_2\, \ldots\, z_n]^T$ oraz $z_i \sim N(0, \sigma_1^2)$, a ζ_2 analogicznie. σ_1, σ_2 to parametry ustalone na poziomie danego eksperymentu. Oznacza to, że zaburzone będą niezależnie argumenty i wartości funkcji.

2.3 Zestaw funkcji

Wszystkie te funkcje mają być minimalizowane. Wszystkie poza funkcjami Himmelblau i Eggholder są określone dla dowolnej liczby wymiarów. Podczas eksperymentów wykorzystamy warianty 2, 5 i 10-wymiarowe tych funkcji.

- Wielowymiarowa funkcja kwadratowa

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

  Podstawowa funkcja z 1 optimum lokalnym w wektorze zerowym.

- Suma wielomianów

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^4 + 3x_i^3 + 2x_i^2$$

  Stosunkowo prosta funkcja z 2^n optimów lokalnych. Optimum globalne jest w punkcie o wszystkich współrzędnych równych około 1,6404.

- Zaburzona funkcja kwadratowa

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{100} + sin(x_i) + sin(2x_i)$$

  Funkcja z nieskończoną liczbą minimów lokalnych, z minimum globalnym w punkcie o wszystkich współrzędnych równych około $-0{,}9319$.

- Funkcja Ackley'a

$$f(\mathbf{x}) = -20exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2}\right) - exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right) + e + 20$$

Funkcja ta posiada płaski region zewnętrzny i znacznie niższe wartości w okolicach zera. Równocześnie występuje nieskończenie wiele minimów lokalnych w całej dziedzinie funkcji. Minimum globalne jest w wektorze zerowym.

- Funkcja Himmelblau

$$f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

Funkcja ta wyróżnia się posiadaniem 4 identycznych minimów globalnych w punktach (około) $(3; 2)$, $(-2{,}8051; 3{,}1313)$, $(-3{,}7793; -3{,}2832)$ i $(3{,}5844; -1{,}8481)$. Określona tylko dla dwóch wymiarów.

- Funkcja Eggholder

$$f(x, y) = -(y + 47)\sin\sqrt{|\frac{x}{2} + (y - 47)|} - x\sin\sqrt{|x - (y + 47)|}$$

Bardzo trudna do optymalizacji funkcja - posiada nieskończenie wiele minimów lokalnych; minimum globalne w punkcie $(512; 404{,}2319)$ nie wyróżnia się spośród pozostałych minimów lokalnych. Określona tylko dla dwóch wymiarów.

3 Planowane eksperymenty

Dla obu algorytmów wyznaczymy zbiory sensownych wartości każdego z ich parametrów. Algorytm będzie testowany dla każdej możliwej kombinacji parametrów z tych zbiorów.
Testy będą wykonywane na wszystkich funkcjach, w wariantach 2, 5 i 10-wymiarowych,

z wyjątkiem funkcji, które są określone tylko dla 2 wymiarów. Ponadto, testy będą przeprowadzane dla różnych wartości σ_1 i σ_2, czyli różnego stopnia niepewności. Testowanie algorytmu będzie polegać na uruchomieniu go 50 razy, dla różnych ustalonych ziaren generatora liczb losowych. W wynikach zostaną przedstawione średni wynik, odchylenie standardowe, najlepszy oraz najgorszy wynik.
Na wykresach przedstawione zostanie porównanie obu algorytmów dla ich najlepszych parametrów, z użyciem wykresów krzywych zbieżności oraz ECDF.

4 Wybrane technologie

Język programowania: Python

Biblioteki: NumPy, Matplotlib