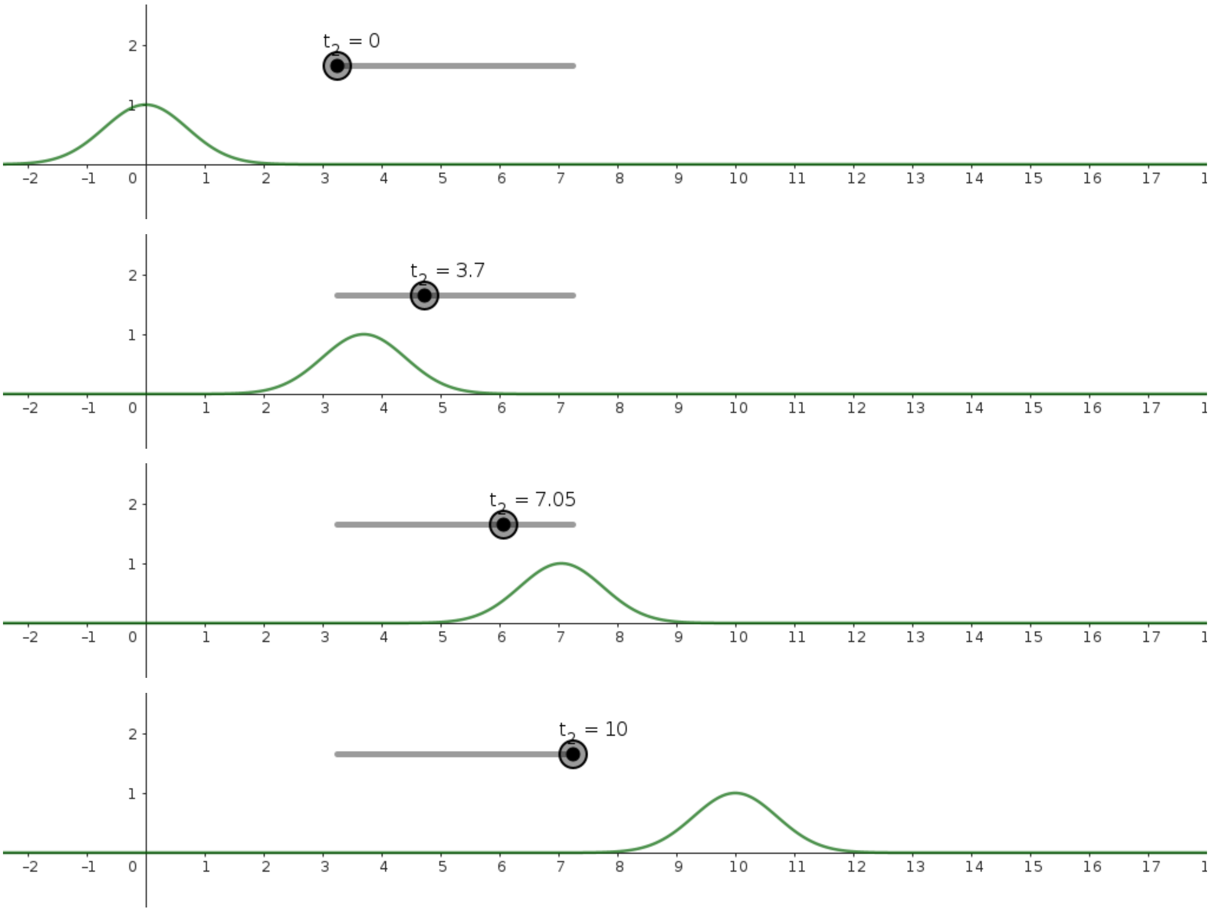
Gruppe 11

Oppgave 1

a)



b)

Etter 10 sekunder har bølgetoppen beveget seg 10 meter, ergo 1 m/s

c)

1c) $e^{-(x-t)^2}$ $\quad v = 1$

$$\frac{\partial e^{-(x-t)^2}}{\partial t} = 2(x-t)e^{-(x-t)^2}$$

$$\frac{\partial\, 2(x-t)e^{-(x-t)^2}}{\partial t}$$

$$= 2\left(\frac{\partial}{\partial t}(x-t)\cdot e^{-(x-t)^2} + (x-t)\frac{\partial}{\partial t}e^{-(x-t)^2}\right)$$

$$= 2\left(-e^{-(x-t)^2} + (x-t)e^{-(x-t)^2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left(-(x-t)^2\right)\right)$$

$$= 2\left(-e^{-(x-t)^2} - (x-t)(x-t)e^{-(x-t)^2}\cdot 2\frac{\partial}{\partial t}(x-t)\right)$$

$$= -2e^{-(x-t)^2} + 4(x-t)^2e^{-(x-t)^2}$$

$$\frac{\partial e^{-(x-t)^2}}{\partial x} = -2(x-t)e^{-(x-t)^2}$$

$$-2\frac{\partial (x-t)e^{-(x-t)^2}}{\partial x}$$

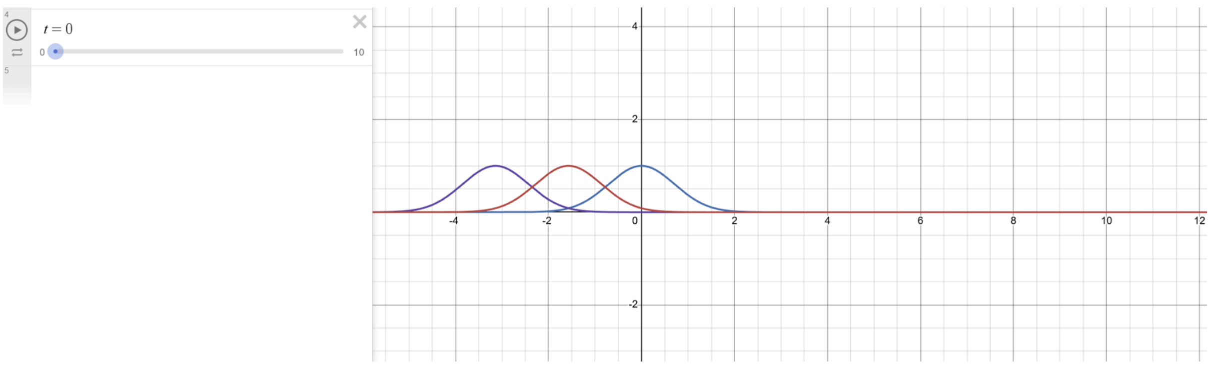
$$= -2\left(\frac{\partial}{\partial x}(x-t)\cdot e^{-(x-t)^2} + (x-t)\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-(x-t)^2}\right)\right)$$

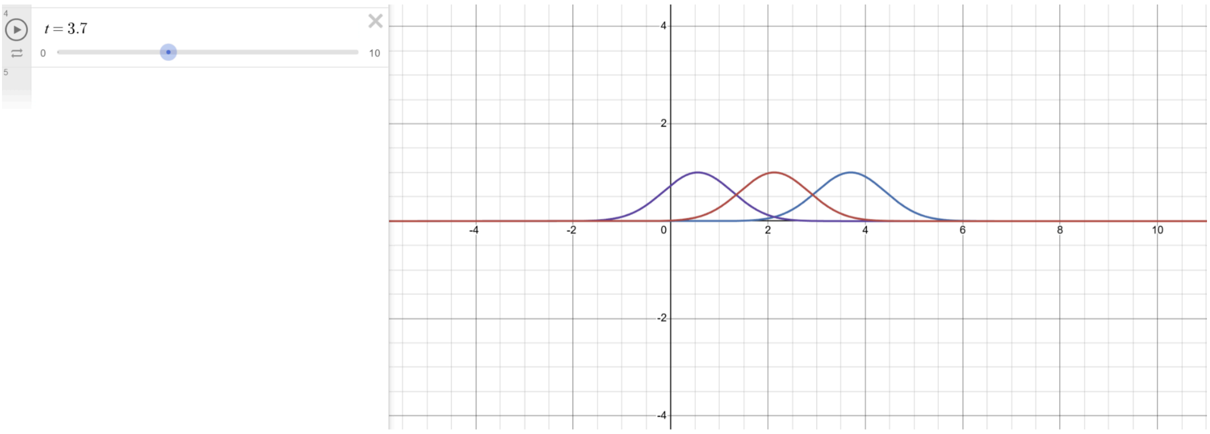
$$= -2\left(e^{-(x-t)^2} + (x-t)e^{-(x-t)^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[-(x-t)^2\right]\right)$$

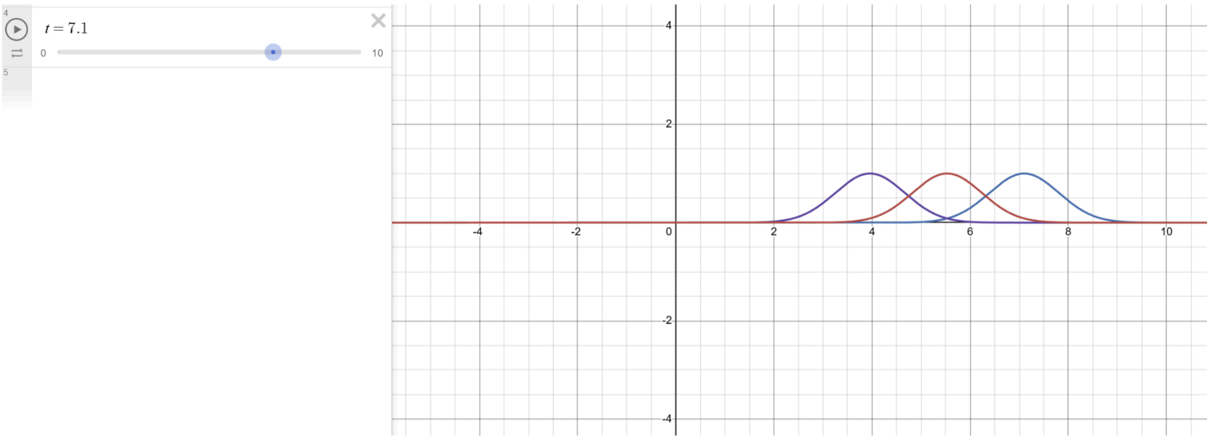
$$= -2\left(e^{-(x-t)^2} + (x-t)e^{-(x-t)^2}\cdot 2\cdot(-(x-t))\right)$$

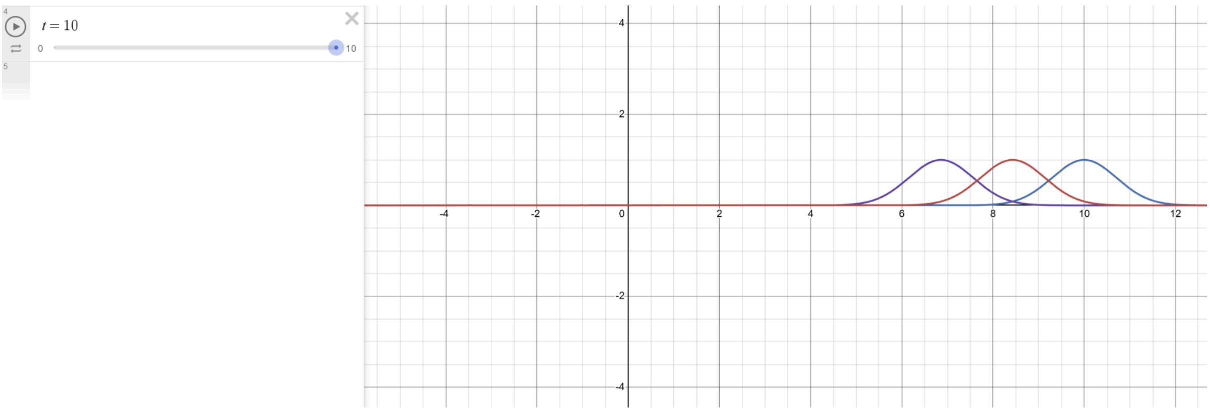
$$= -2e^{-(x-t^2)} + 4(x-t)^2 e^{-x-t)^2}$$

d)

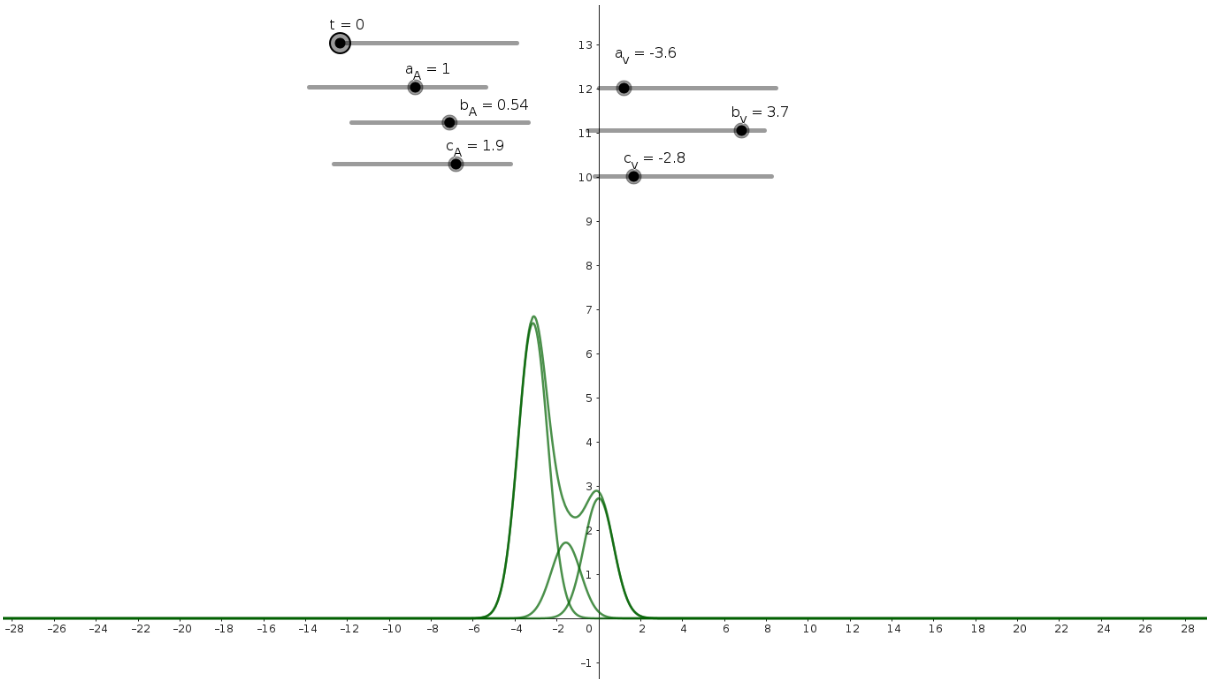


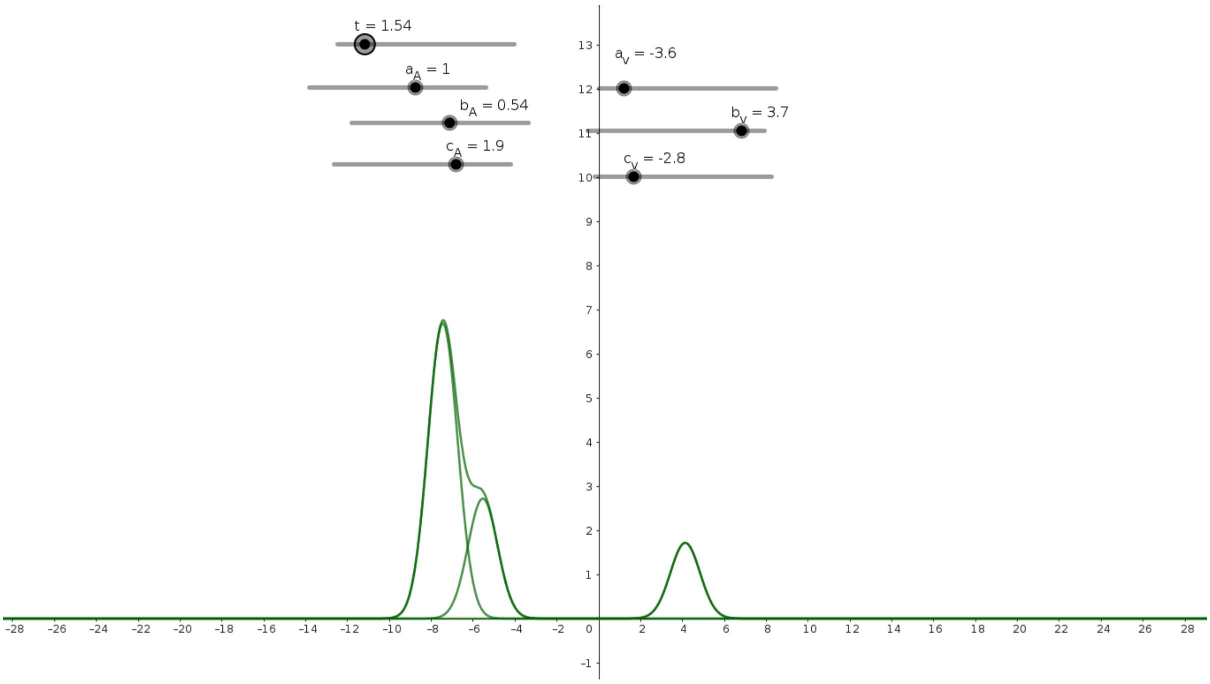


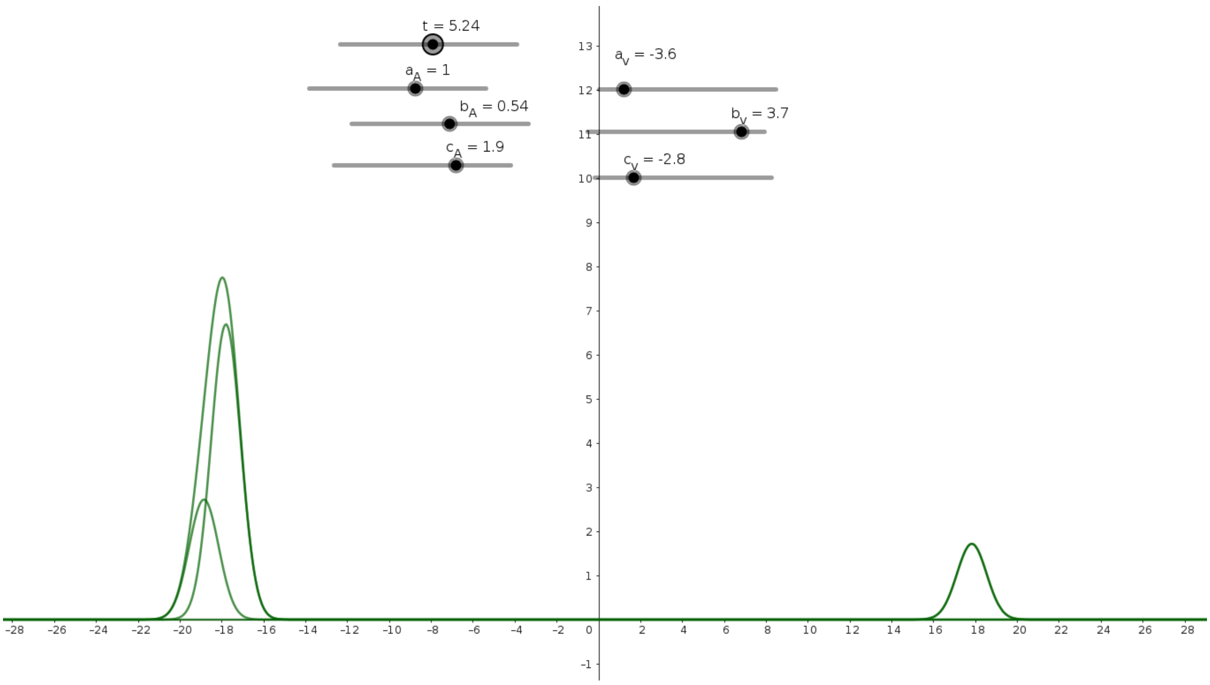




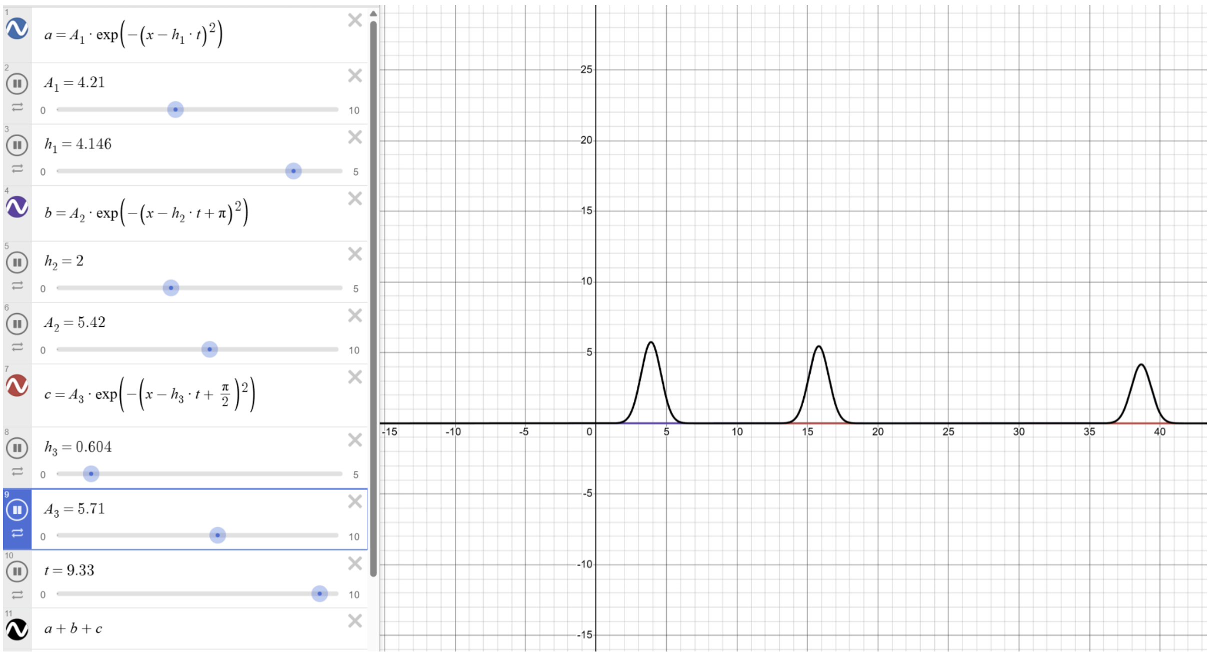
Ingen forskjell om faseforskyvningen legges til i x eller t.
e)


t = 0
a_A = 1
b_A = 0.54
c_A = 1.9
a_V = -3.6
b_V = 3.7
c_V = -2.8

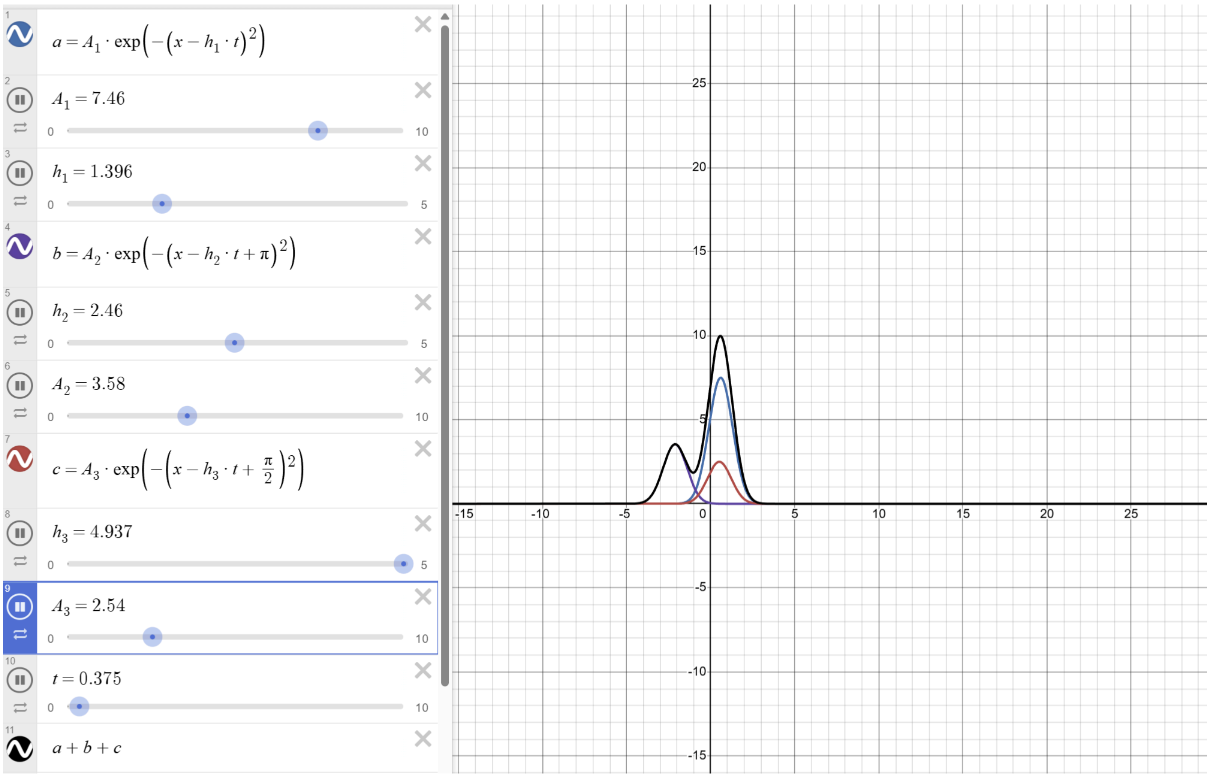

t = 1.54
a_A = 1
b_A = 0.54
c_A = 1.9
a_V = -3.6
b_V = 3.7
c_V = -2.8

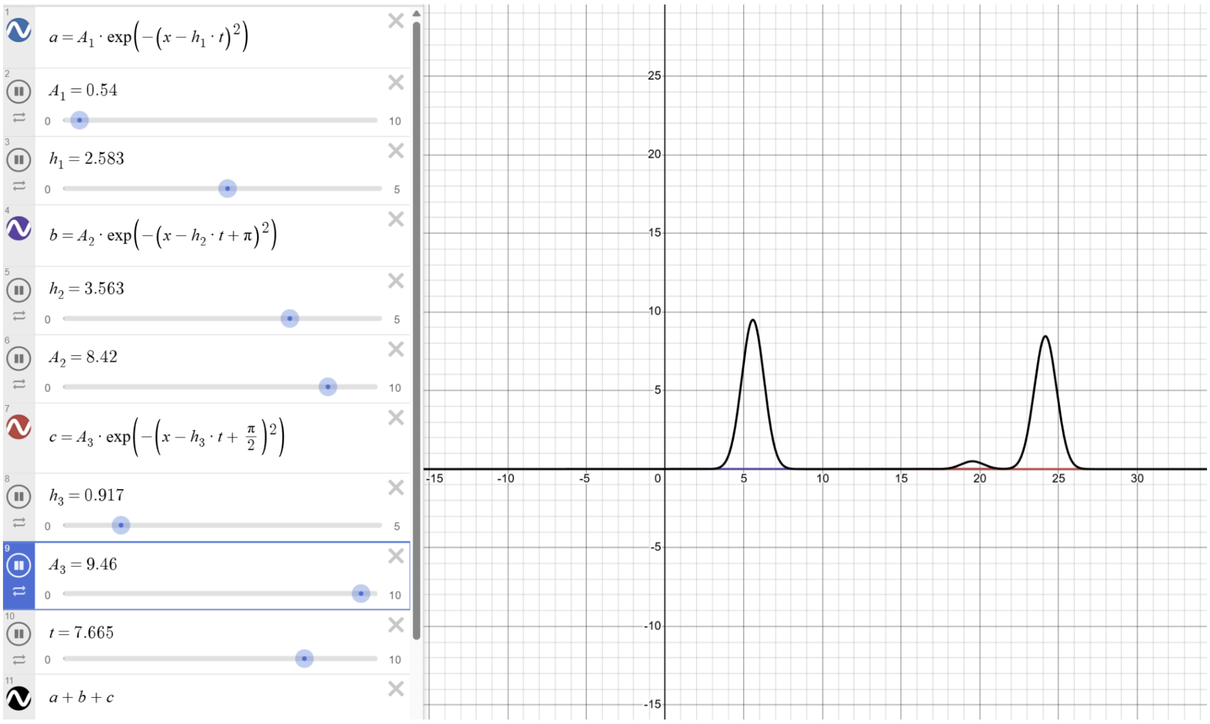


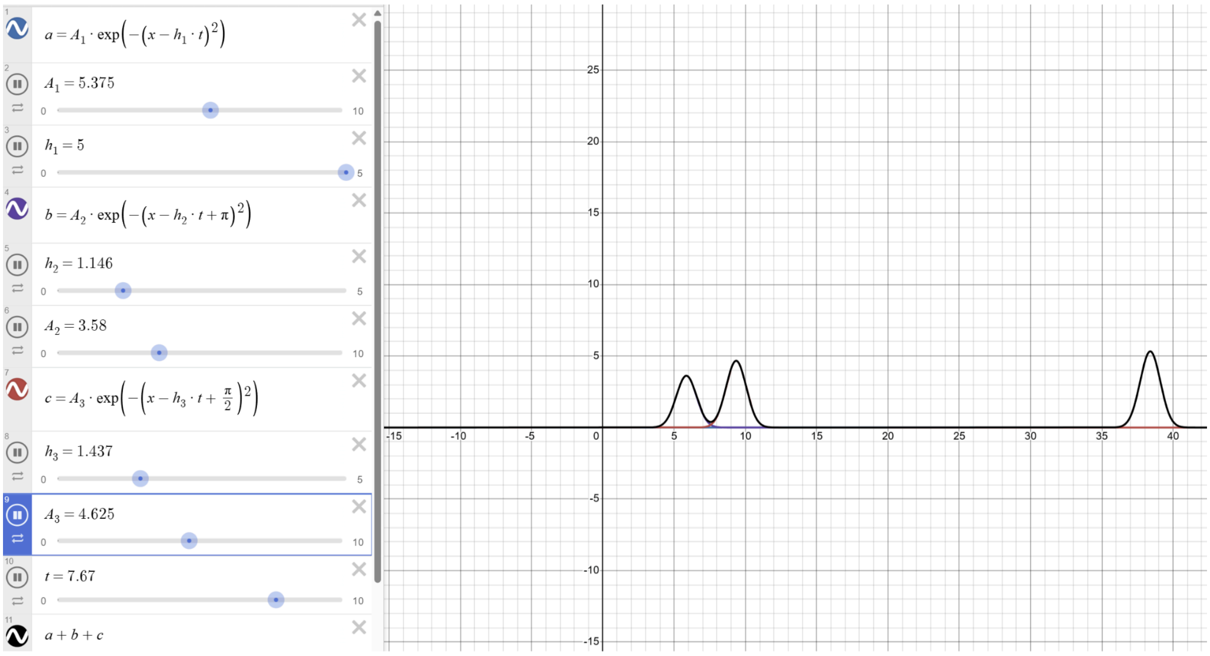
t = 5.24
a_A = 1
b_A = 0.54
c_A = 1.9
a_V = -3.6
b_V = 3.7
c_V = -2.8



$a = A_1 \cdot \exp\left(-\left(x - h_1 \cdot t\right)^2\right)$
$A_1 = 4.21$
$h_1 = 4.146$
$b = A_2 \cdot \exp\left(-\left(x - h_2 \cdot t + \pi\right)^2\right)$
$h_2 = 2$
$A_2 = 5.42$
$c = A_3 \cdot \exp\left(-\left(x - h_3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)^2\right)$
$h_3 = 0.604$
$A_3 = 5.71$
$t = 9.33$
$a + b + c$


a = A_1 · exp(−(x − h_1 · t)^2)
A_1 = 7.46
h_1 = 1.396
b = A_2 · exp(−(x − h_2 · t + π)^2)
h_2 = 2.46
A_2 = 3.58
c = A_3 · exp(−(x − h_3 · t + π/2)^2)
h_3 = 4.937
A_3 = 2.54
t = 0.375
a + b + c


a = A_1 · exp(−(x − h_1 · t)^2)
A_1 = 0.54
h_1 = 2.583
b = A_2 · exp(−(x − h_2 · t + π)^2)
h_2 = 3.563
A_2 = 8.42
c = A_3 · exp(−(x − h_3 · t + π/2)^2)
h_3 = 0.917
A_3 = 9.46
t = 7.665
a + b + c



Bølgene beveger seg rundt fritt for seg, og dersom de nærmerer seg i rom så vil summen av de forsterke seg i henhold til amplitudene, mens når de er fra hverandre er summen av de tilnærmet 0.

Oppgave 2

a)

$$A\sin(k_1x-\omega_1t)+A\sin(k_2x-\omega_2t)$$

Siden begge signalene sin amplitude er like, så kan vi bruke formelen for superposisjon som gjort i Ulf's notat og får:

$$\implies 2A\sin\left(\frac{(k_1x-w_1t)+(k_2x-w_2t)}{2}\right)\cos\left(\frac{(k_1x-w_1t)-(k_2x-w_2t)}{2}\right)$$

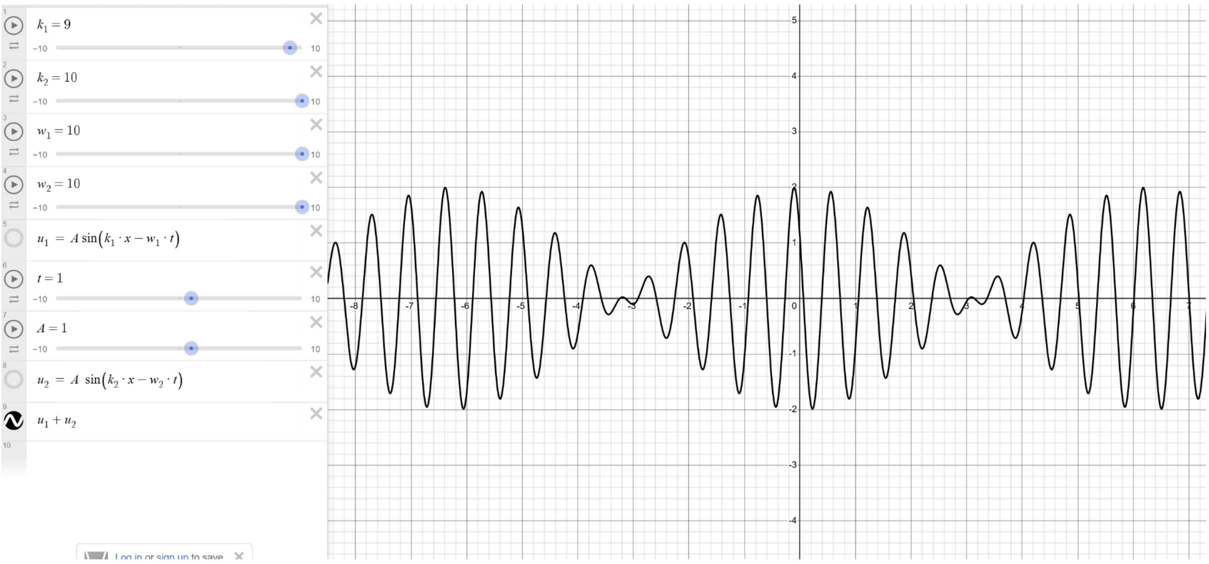
$$\implies 2A\sin\left(\frac{(k_1+k_2)}{2}x-\frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}t\right)\cos\left(\frac{(k_1-k_2)t-(\omega_1-\omega_2)x}{2}\right)$$

$$\implies 2A\sin(\bar{k}x-\bar{\omega}t)\cos\left(\frac{\Delta kx-\Delta\omega t}{2}\right)$$

Slik at:

$$\bar{k}=\frac{k_1+k_2}{2}\quad \bar{\omega}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\quad \Delta k=k_1-k_2\quad \Delta\omega=\omega_1-\omega_2$$

b)



$k_1 = 9 \quad k_2 = 10$

$w_1 = 10 \quad w_2 = 10$

$\bar{k} = (k_1 + k_2)/2 = 9{,}5$

$\bar{w} = (w_1 + w_2)/2 = 10$

$\Delta k = k_1 - k_2 = -1$

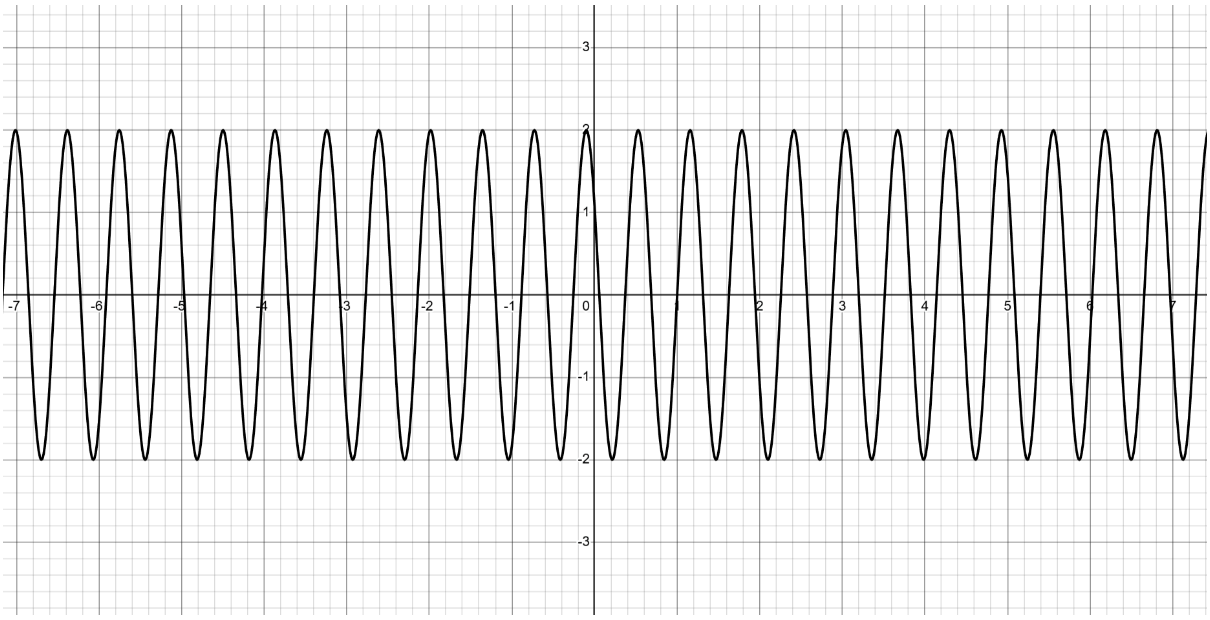
$\Delta w = w_1 - w_2 = 0$

Gruppehastighet: $v_g = \frac{\Delta w}{\Delta k} = \frac{0}{-1} = 0$

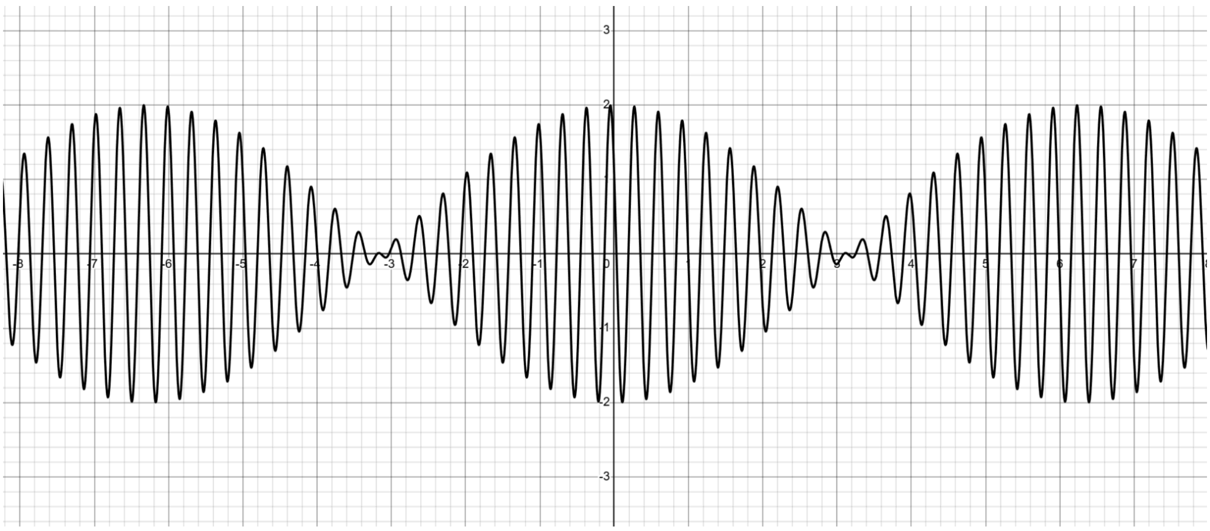
Fasehastighet: $v_{ph} = \frac{\bar{w}}{\bar{k}} = \frac{10}{9{,}5} \approx 1{,}05$

Gruppehastigheten $v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ er hastigheten til svevingen, eller den store trege bølgen som dannes av de to bølgene og fasehastigheten $v_{ph} = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}}$ er hastigheten til de små bølgene som varierer i amplitude. v_{ph} vil da være større eller raskere enn v_g. Dette betyr at cosinusen står for å lage en funksjon med gruppehastigheten og sinusen står for å lage en funksjon med fasehastigheten.

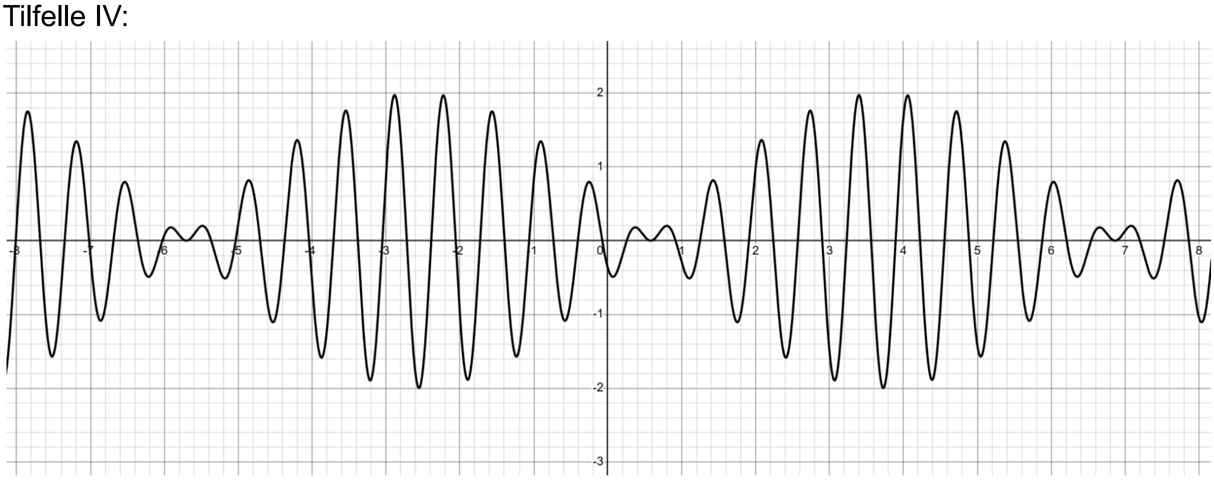
c)
Tilfelle I:



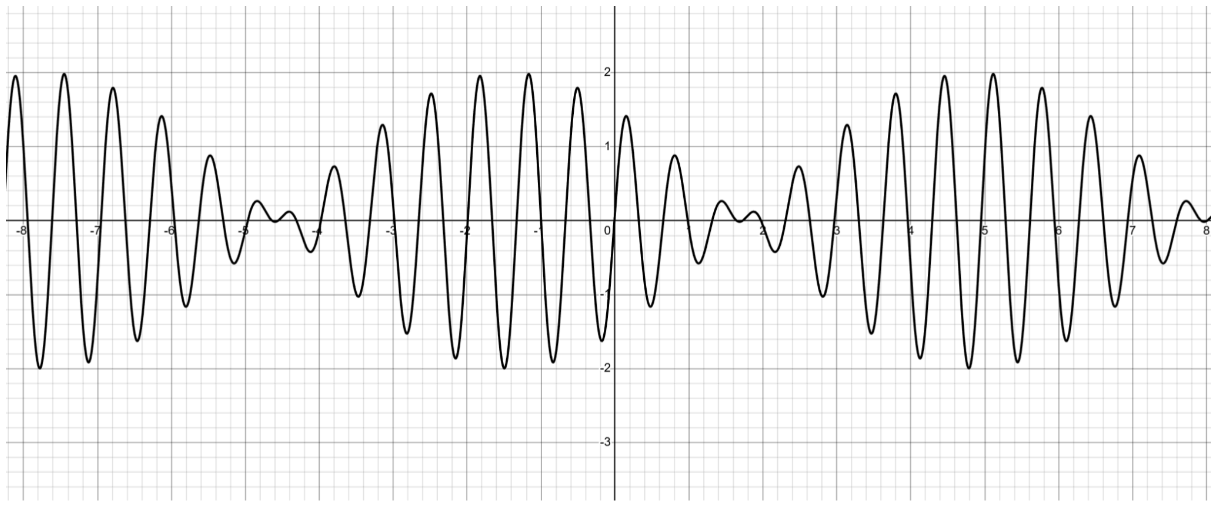
Tilfelle III:



Tilfelle IV:



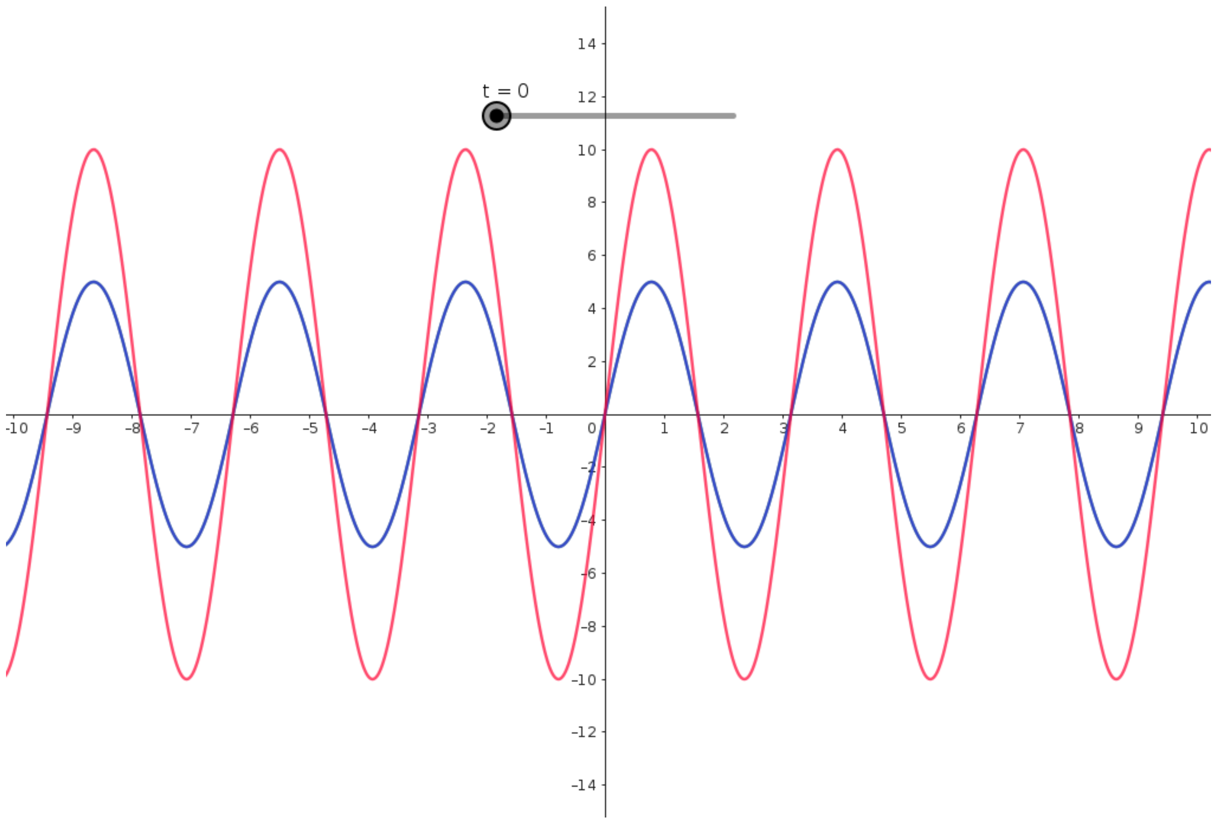
Tilfelle V:

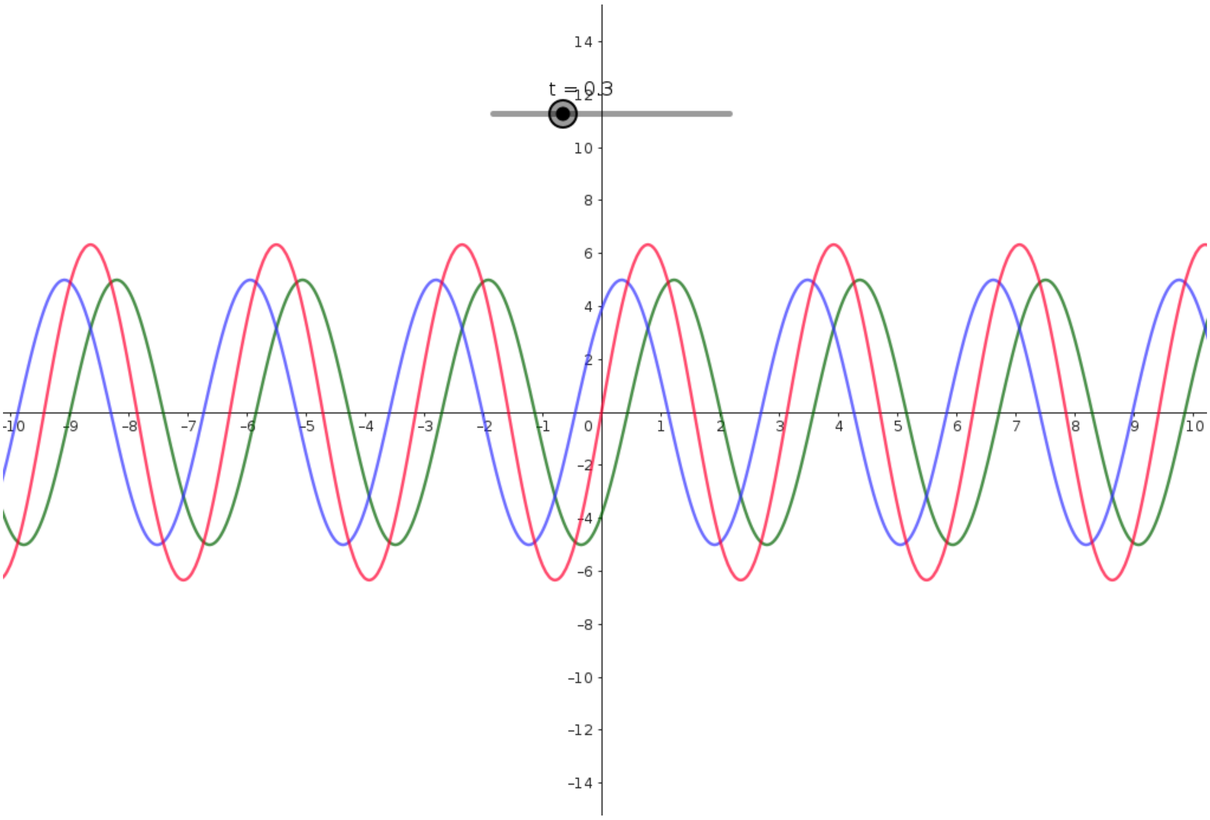


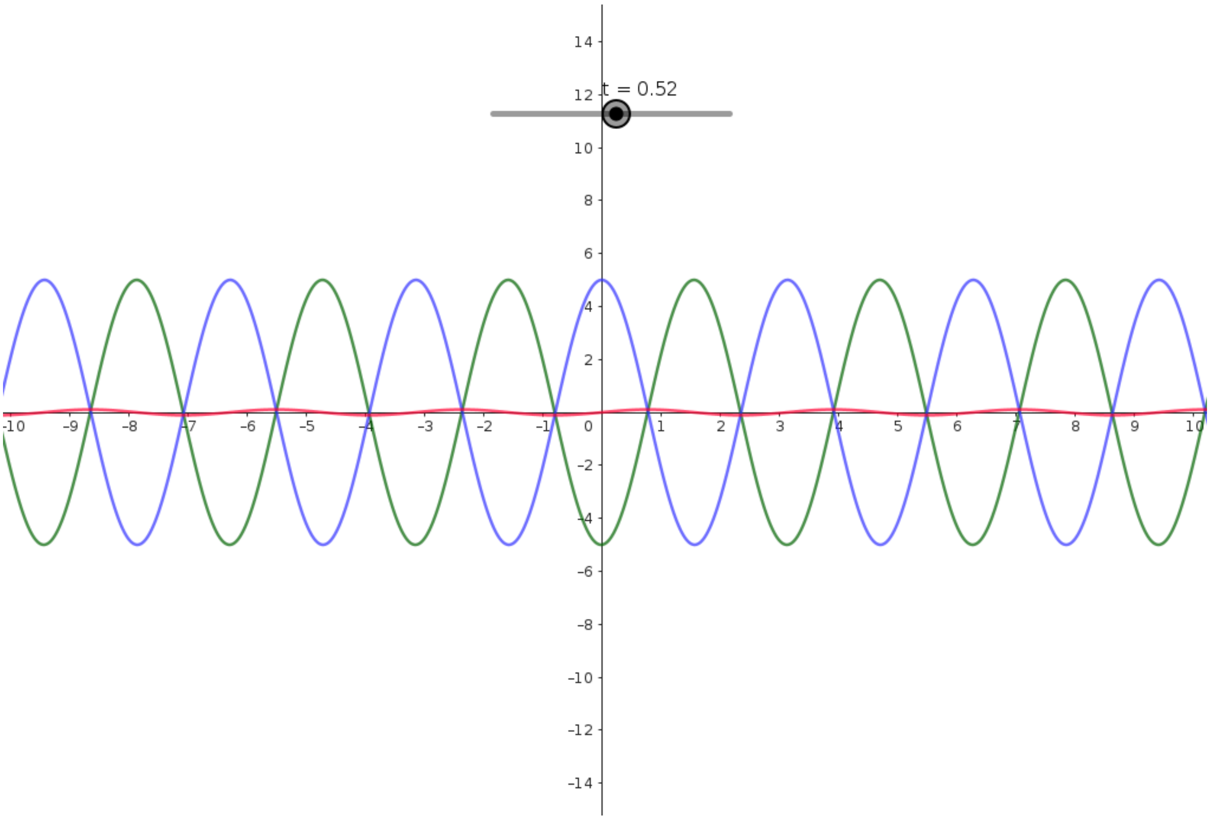
Plottene viser hvordan kombinasjonen av sinus og cosinusfunksjonen lager en bølge med både en rask og en tregere svingning som forklart over. Fra ligning 3 blir det “innmaten” i sinus og cosinusfunksjonen som endrer seg, og dette fører til endring i gruppe- og fasehastighet. Spesialtilfelle er der k1=k2 og w1=w2 slik at bølgene er like, og vi bare får en ny bølge med dobbel amplitude uten noen ekstra svingning.

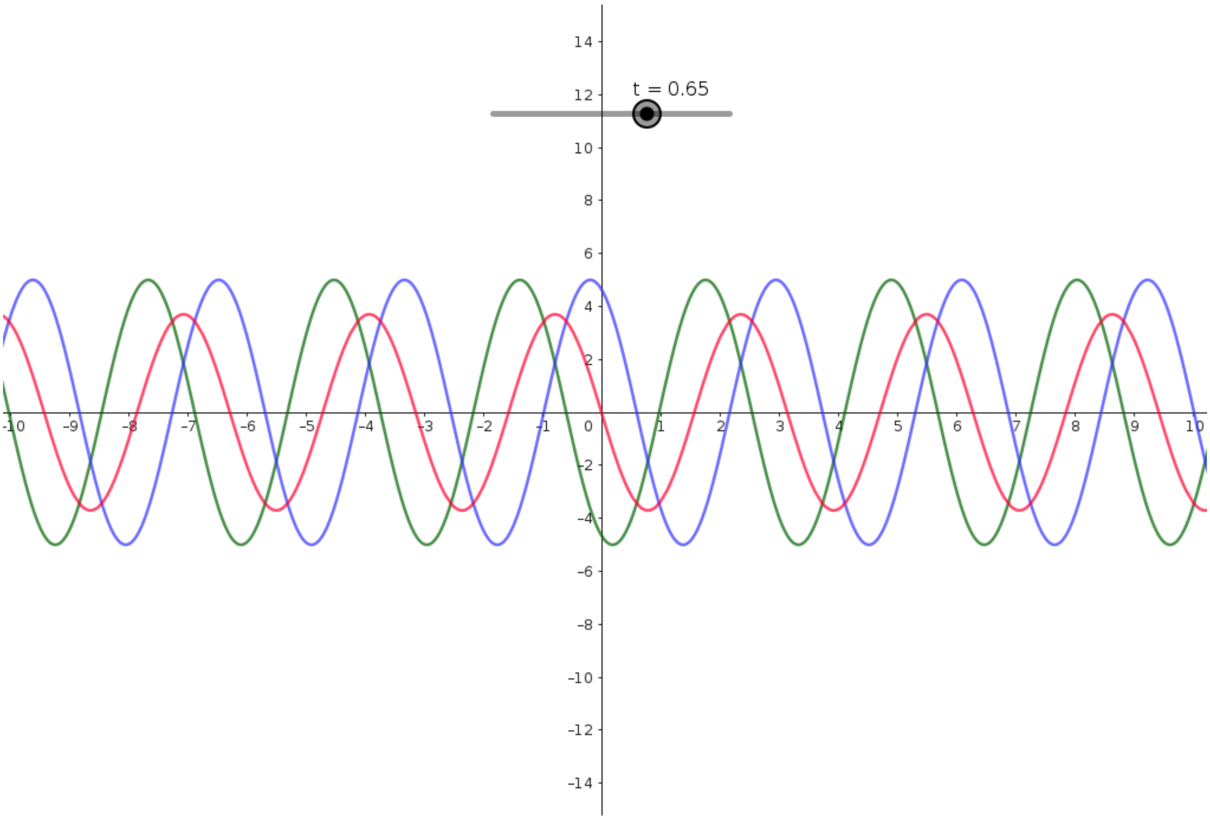
Oppgave 3

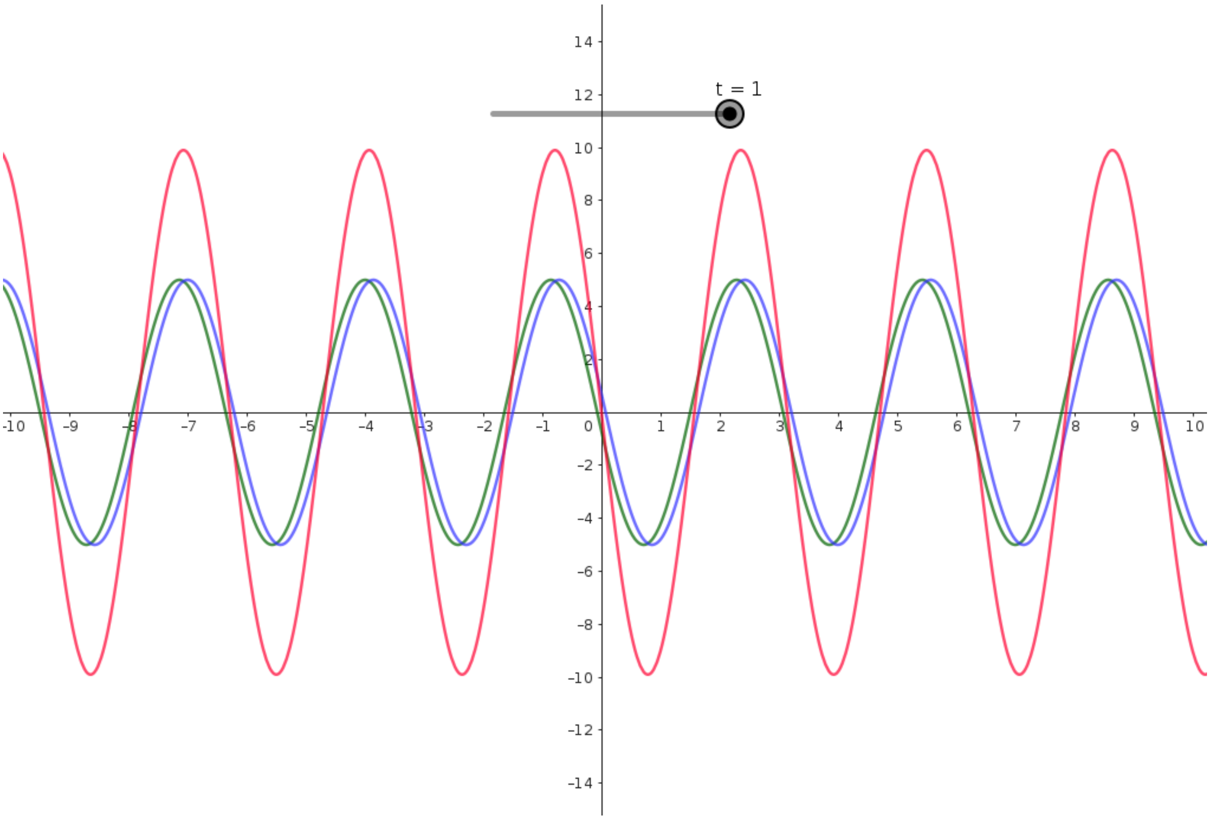
a)




t = 0.3


t = 0.52





b)

$$u_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

$$u_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

$$u(x,t) = u_1 + u_2 = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

Bruker samme formelen for superposisjon som i oppgave 2 a) og får:

$$\implies 2A\sin\left(\frac{2kx - t(\omega - \omega)}{2}\right)\cos\left(\frac{(k-k)x - 2\omega t}{2}\right)$$

$$\implies 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Som vi ser fra uttrykket vil cosinusen bare variere med tiden, t, mens sinusen bare vil variere med posisjonen, x. Vi kan også se at amplituden er doblet. Mellom hver periode vil sinus-delen og cosinus-delen gå fra å ha konstruktiv inteferens til å ha destruktiv interferens.

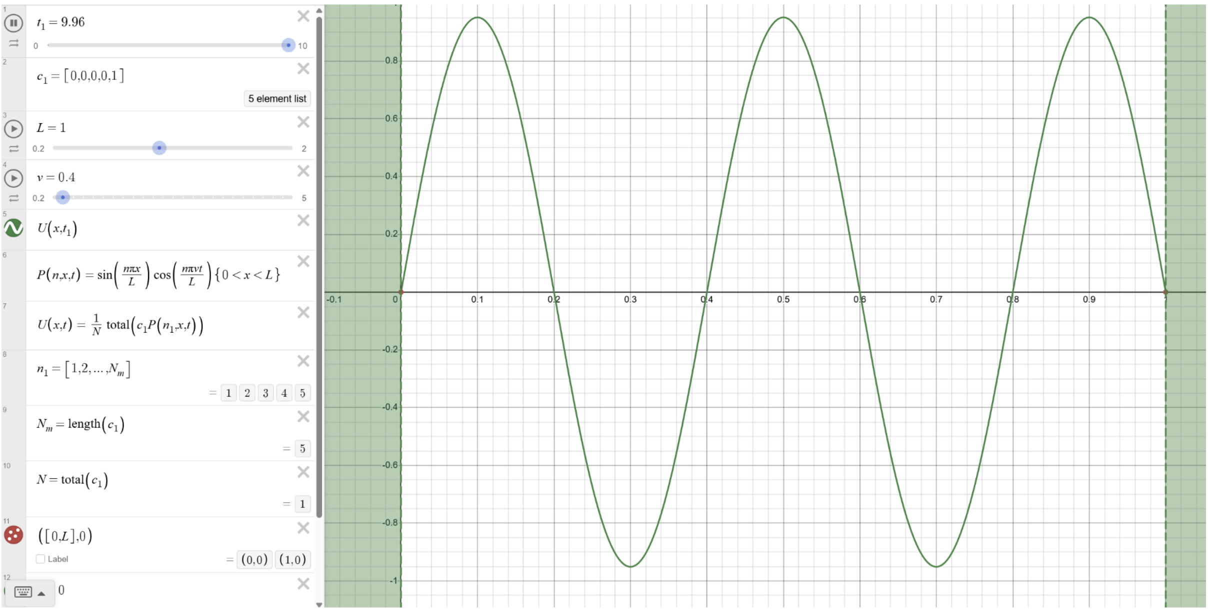
c)
Standing waves, altså summen av bølgene vil ikke bevege seg i horisontal retning, men vil ha en varierende amplitude/utslag utifra hvor i fase de andre bølgene er.
Noder er punktene langs bølgen hvor den har null i utslag, mens anti-noder er punktene på bølgen med mest utslag.

Noder: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{k} \cdot n$
Anti-noder: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{k} \cdot n + \frac{\pi}{2k}$

Oppgave 4

a)
Posisjonen vil holde seg konstant, med noder i 0.2, 0.4, 0.6 og 0.8, mens anti-noder i 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 og 0.9. Frekvensen vil være lik:

$$\omega = \frac{5\pi v}{L} \implies f = \frac{5v}{2L}$$



b)

Ved flere noder vil alle bølgene ha en felles grunnfrekvens på $f_g = \frac{v}{2L}$, samt en egenfrekvens på $f_e = \frac{nv}{2L}$.

Oppgave 5

Compton-effekt: En fotonpakke i en elektromagnetisk bølge kan kollidere med frie elektroner som fører til en overføring av energi til atomet ved bevegelsesmengde. Den viser at elektromagnetisk stråling må tillegges en form for partikkelnatur og ikke alltid kan sees på som en utbredt bølge.

Davisson-Germer eksperimentet: Brukte diffraksjonsmønstre til å vise bølgeoppførsel i tråd med Broglies hypotese om bølge-partikkel-dualitet.

Strålingsemmitanse: Intensiteten til strålen gikk mot uendelig for høye frekvenser, mens målinger viste at intensiteten begynte å synke etter en viss frekvens.