

# TOTIMERSØVING NR 4 TEP 4105 FLUIDMEKANIKK

Høst 2014

Utført av: (alle i gruppa)

## LØSNINGSFORSLAG

### Oppgave 1

Hvilke forutsetninger må være oppfylt for å kunne bruke

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 \quad (1)$$

**Svar:** Friksjonsfritt, stasjonært, inkompressibelt, ingen tilført energi (+,-),  $\vec{g}$  virker nedover og  $z$  oppover, langs en strømlinje (eller  $\nabla \times \vec{v} = 0$ ).

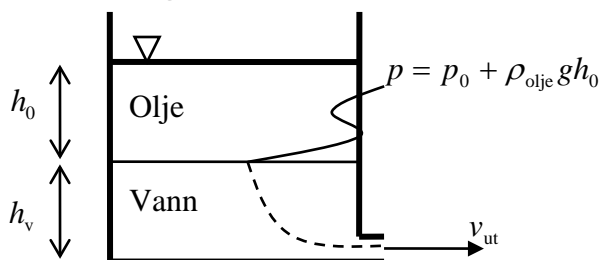
$$\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \quad (2)$$

**Svar:** Kan her ha ikkestasjonær og kompressibel strømning. Friksjonsfritt.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_f \quad (3)$$

**Svar:** Hastigheten trenger ikke å være konstant over tverrsnittet,  $h_f$  friksjonstap. Inkompressibel.

### Oppgave 2



Bruk Bernoullis likning (1) til å finne utstrømningshastigheten.

**Svar:** Obs! Ikke bruk Bernoulli gjennom to forskjellige fluider uten å stykke opp!

Antar at tankens bunnareal er mye større enn arealet på utløpet.

$$v_{ut} = \sqrt{2gh_v + 2gh_o\rho_o / \rho_v}$$

### Oppgave 3

Væsketrykket i et roterende kar (stivt-legeme bevegelse) er gitt ved

$$p(r, z) = p_0 + \rho g(z_0 - z) + \frac{1}{2} \rho \Omega^2 r^2 \quad (4)$$

Hva blir  $v_{ut}$  nå?

**Svar:** Strømlinjene sett ovenifra er sirkler, dvs. vi kan ikke ta Bernoulli fra senter og ut! Kan bruke Bernoulli langsmed vegg. Vi bruker her Bernoulli fra vegkanten over hullet:

$$\frac{p_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2}{\rho} = \frac{p_0}{\rho} + \frac{v_{ut}^2}{2} \Rightarrow v_{ut} = \sqrt{2gz_0 + \Omega^2 R^2}$$

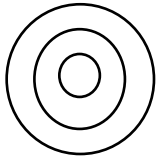
## Oppgave 4

Væskeoverflaten for det roterende karet er gitt ved

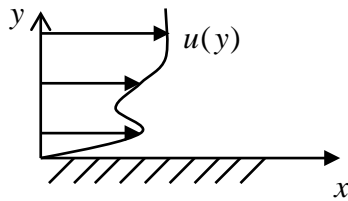
$$z = z_0 + \frac{\Omega^2 r^2}{2g}.$$

(Denne finnes ved å kreve at  $p(r, z) = p_0$  i likning (4).) Bruk Bernoullis likning (1) fra punktet ( $r = 0, z = z_0$ ) til et vilkårlig punkt på overflaten. Hvorfor får vi feil svar?

**Svar:**  $gz_0 = \frac{1}{2}v^2 + gz$ , der  $v = \Omega r \Rightarrow gz_0 = \frac{1}{2}\Omega^2 R^2 + gz \Rightarrow z = z_0 - \frac{1}{2}\Omega^2 R^2$ , som er galt. Dette fordi strømlinjene sett ovenifra er vist nedenfor. Det er ikke mulig å gå fra origo til noe sted langs en strømlinje. For denne strømmen er også  $\nabla \times \vec{v} \neq 0$ .



## Oppgave 5

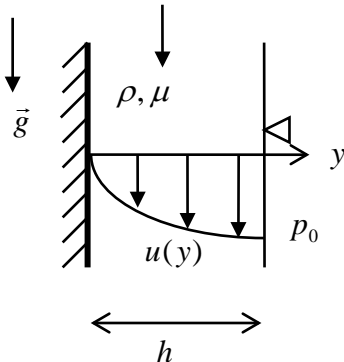


Gitt en strømning (stasjonær, inkompressibel) langsmed vegg  $y = 0$ . Hastigheten  $\vec{v} = (u, 0)$  varierer kun med  $y$ , men er ellers ukjent. Vis at akselerasjonen er null.

**Svar:**  $a_x = \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ , stasjonært,  $v$  lik null og  $u$  kun avhengig av  $y$ .

$a_y = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ , fordi  $v$  er lik null.

## Oppgave 6

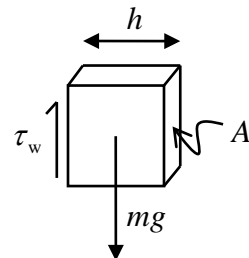


En væskefilm med tykkelse  $h$  renner ned langsmed en vertikal vegg. Det er ingen krefter mellom væsken og lufta. Skisser hvordan hastighetsprofilen  $u(y)$  vil se ut.

**Svar:** Merk at  $\frac{du}{dy}(h) = 0$  fordi det ikke er noen krefter mellom væskefilmen og lufta.

Bruk kraftloven til finne skjærspenningen  $\tau_w$  på vegg.

**Svar:** Betrakt et fluidelement som vist i figuren. Summen av kreftene vertikalt lik null gir da at  $\tau_w A = mg = hA\rho g \Rightarrow \tau_w = \rho gh$ .

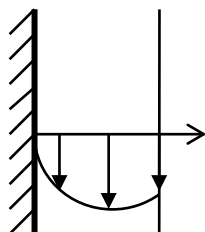
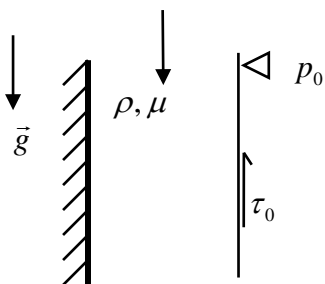


## Oppgave 7

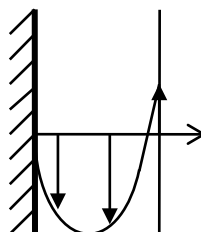
En luftstrøm oppover langsmed væskefilmen gir en konstant skjærspenning  $\tau_0$  på væskeoverflaten.

Skisser noen mulige hastighetsprofiler. Hva blir  $\tau_w$  nå?

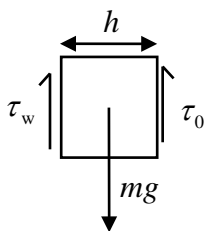
**Svar:**



Liten  $\tau_0$



Stor  $\tau_0$



Kraftloven gir nå  $\tau_w A + \tau_0 A = mg = A\rho gh \Rightarrow \tau_w = \rho gh - \tau_0$ .