NTNU

TEP4105: Fluidmekanikk

Løsningsforslag til Øving 5
Høst 2014

Oppgave 3.017

Vi skal finne u_{max} i enheten cm/s.

Siden fluidet har konstant tetthet må volumstrømmen Q mellom flatene være konstant (alternativet kunne være at fluidet "hopet seg opp", som forutsetter kompressibilitet). Anta at platene har bredde b:

$$
\begin{aligned}
Q = \iint_{\text{inn}} U_0 dA &= \iint_{\text{ut}} u dA \\
U_0 z_0 b &= b\int_0^{z_0} az(z_0 - z)dz = \frac{1}{6} b a z_0^3 \\
\implies a &= 6\frac{U_0}{z_0^2}. \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Vi finner dermed maksimal hastighet som p.g.a. symmetrien i systemet må være ved $z = z_0/2$ (dette kunne en eventuelt finne ved å sette den z-deriverte av utgangshastigheten lik null):

$$
u_{\text{max}} = u(z = z_0/2) = 6\frac{U_0}{z_0^2}\frac{z_0}{2}\left(z_0 - \frac{z_0}{2}\right) = \frac{3}{2}U_0 = \underline{12\text{cm/s}}. \qquad (2)
$$

Merk at hverken plateavstanden z_0 eller viskositeten μ inngår i svaret. Resultatet er derfor uavhengig av hvilket fluid vi ser på såsant vi har inkompressibel, laminær strømning.

Oppgave 3.036

Vi skal finne utløpshastigheten U_3 i m/s.

Siden tettheten for vann er (med veldig god tilnærmelse) konstant, blir ligningen for massebevarelse

$$
\iint_{CS} \left(\vec{V}\cdot\vec{n}\right) dA = 0. \qquad (3)
$$

Vi må passe på å tegne kontrollvolumet over tverrsnitt der vi kjenner hastighetsprofilen (som på figuren). Massefluksen blir

$$
\begin{aligned}
Q = U_1\frac{\pi}{4}D_1^2 + U_2\frac{\pi}{4}(D_2^2 - D_1^2) &= U_3\frac{\pi}{4}D_2^2 \\
\implies U_3 &= \underline{U_1\frac{D_1^2}{D_2^2} + U_2\left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)}. \qquad (4)
\end{aligned}
$$

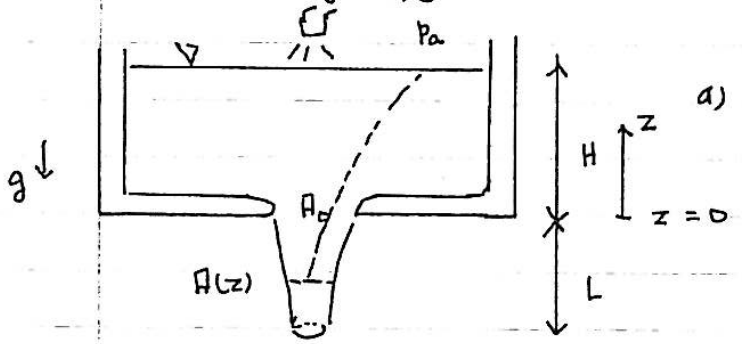
Tallsvar: 6,33m/s.

Oppgave 2, eksamen 3. desember 2004

2

TEP4105 FLUIDMEKANIKK. 3.des. 2004

Løsning Oppgave 2



a) Trykket inne i strålen lik p_a, ellers ville strålen ekspandere eller trekke seg sammen på tvers.

Ser på strømlinje som starter i fri overflate ($z = H$) og ender i posisjon z i den frie stråle:

$$\frac{p_a}{\rho} + gH = \frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{2}V^2(z) + gz, \quad \underline{V(z) = -\sqrt{2g(H-z)}}, \quad z \leq 0$$

b) Kontinuitet: $A_0 V_0 = A(z)V(z)$, hvor $V_0 = -\sqrt{2gH}$ er hastigheten ved $z = 0$. Innsetting av $V(z)$ gir

$$\underline{A(z) = A_0\sqrt{\frac{H}{H-z}}}$$

c) Av $V(z) = \dfrac{dz}{dt} = -\sqrt{2g(H-z)}$ følger

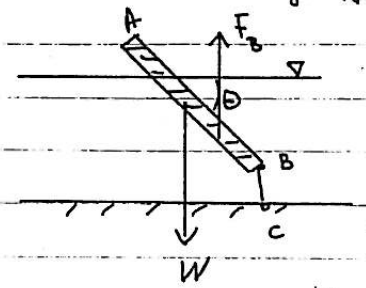
$$\int_0^T dt = -\int_0^{-L}\frac{dz}{\sqrt{2g(H-z)}} = \frac{1}{\sqrt{2g}}\int_H^{H+L}\frac{du}{\sqrt{u}} = \sqrt{\frac{2}{g}}\,\Big|_H^{H+L}\sqrt{u}, \quad u = H - z.$$

Altså

$$\underline{T = \sqrt{\frac{2}{g}}\left[\sqrt{H+L} - \sqrt{H}\right]}$$

Oppgave 4, eksamen 10. mai 2003

<u>Løsning Oppgave 4</u>



Stavens tyngde W

Oppdriftskraft F_B

Tverrsnittsareal $A = \pi D^2/4$.

Momentbalanse om B:

a) $W \cdot 2{,}5 \cos\Theta = F_B \cdot 2 \cos\Theta$, $\quad W = 0{,}8\, F_B$

Da $W = \gamma_{tre} \cdot 5A$, $\quad F_B = \gamma_{vann} \cdot 4A$, får

$\gamma_{tre} \cdot 5A = 0{,}8 \cdot \gamma_{vann} \cdot 4A$, $\quad \gamma_{tre} = 0{,}64\, \gamma_{vann}$.

$\gamma_{tre} = 0{,}64 \cdot 9790 = 6266 \frac{Pa}{m}$, $\quad \underline{\rho_{tre}} = \frac{6266}{9{,}81} = \underline{639 \frac{kg}{m^3}}$

b) Spenning i tråden $S = F_B - W$.

Da $F_B = \gamma_{vann} \cdot 4A = 9790 \cdot 4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}10^2 = 307{,}6\ N$

og $W = 0{,}8\, F_B = 246{,}0\ N$, får

$\underline{S} = 307{,}6 - 246{,}0 = \underline{61{,}6\ N}$