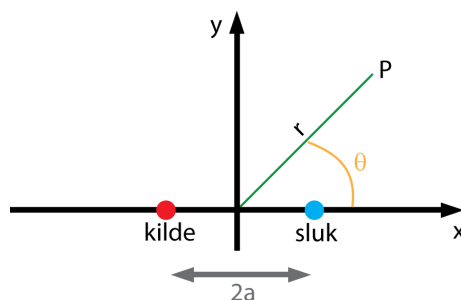


Øving 10: Høst 2015

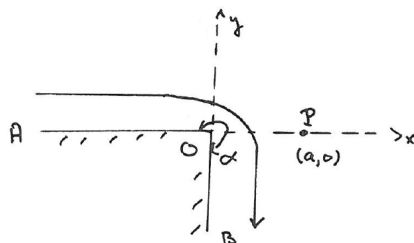
Fluidmekanisk dipol

En kilde plassert i $(-a, 0)$ og et sluk plassert i $(a, 0)$, som vist nedenfor. Kilden og sluket har i tallverdi samme styrke m . Når $a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty$ slik at $\lambda \equiv 2ma = \text{konstant}$, får vi en dublett (dipol). Finn hastighetspotensialet



Φ og strømfunksjonen Ψ i et punkt P med polarkoordinater (r, θ) i stor avstand fra dubletten. Skisser omtrentlig forløp av strømlinjer og ekvipotensiallinjer.

Potensialteori



Gitt en (utvendig) potensialstrømning rundt et hjørne AOB med utvendig vinkel $\alpha = 3\pi/2$, som vist i ovenstående figur. Benytt polarkoordinater med r og θ med origo i O , hvor $\theta = -\pi/2$ langs OB og $\theta = \pi$ langs AO . Regn per lengdeenhet loddrett på papirplanet.

a

Vis at strømfunksjonen

$$\Psi = \mathcal{A} r^{\frac{2}{3}} \sin\left(\frac{2\theta}{3} + \frac{\pi}{3}\right), \quad (1)$$

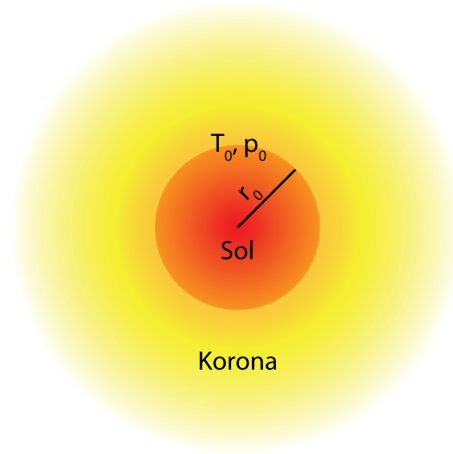
hvor \mathcal{A} er en positiv konstant, tilfredstiller feltligningen for Ψ (betingelsen om rotasjonsfri strømning) samt at den oppfyller grensebetningelsene på AO og AB .

b

Punktet P ligger på x -aksen, i avstand $r = a$ fra O . Hvor stor er volumstrømmen Q mellom punktene O og P ?

Solvind

Vi ønsker i denne oppgaven å studere solas korona basert på en hydrostatisk modell. Koronaen er en gass som strekker seg langt utenfor solas radius r_0 , som skissert nedenfor.



La r være den radielle koordinat og gå ut fra den statiske likevektsligningen

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g, \quad (2)$$

hvor $\rho = \rho(r)$ og $g = GM/r^2$. Her er G Newtons gravitasjonskonstant og M er solas masse. Vi antar at koronaen kan beskrives som en ideel gass, slik at tilstandsligningen er gitt som

$$p = \rho RT, \quad (3)$$

hvor R er den spesifikke gasskonstanten for koronaen. Ved solas overflate er temperaturen T_0 .

a

Sola modelleres som en varmekilde i punktet $r = 0$. Det oppgis at varmeledningsligningen for dette problemet reduseres til

$$\frac{d}{dr} \left(K r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (4)$$

hvor den termiske konduktivitet $K = \alpha T^{\frac{5}{2}}$. Det er et kaldt og hensynsløst univers; anta at $T(r \rightarrow \infty) = 0$.

Finn herav $T(r)$.

b

Bruk resultatet for $T(r)$, sammen med 2 og 3, til å finne trykket $p(r)$. Sett $p = p_0$ ved solas overflate.

c

Skisser trykket og temperaturen for $r > r_0$. Du vil her se at $p \neq 0$ når $r \rightarrow \infty$. Hva er den fysiske tolkningen av dette?