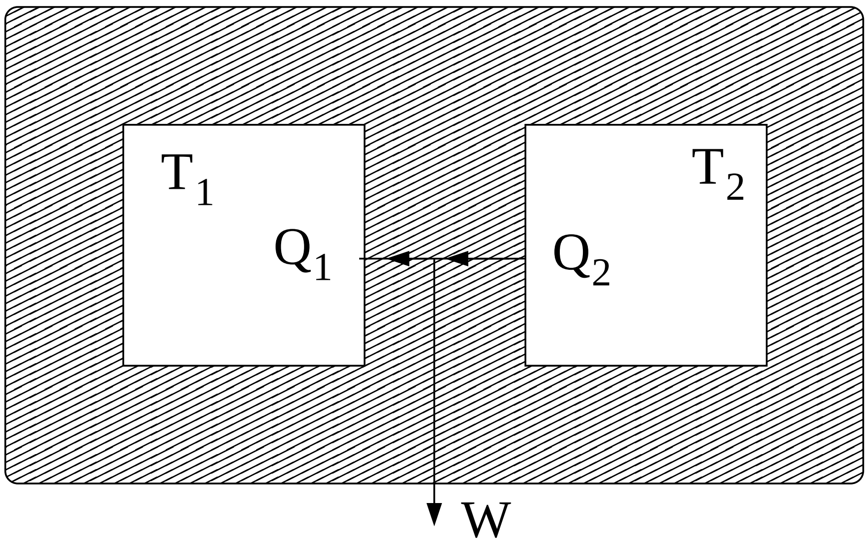
FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Veiledning: 28. september og 1. oktober. Innleveringsfrist: Fredag 2. oktober kl 16.

Øving 6

Oppgave 1

To metallklosser 1 og 2 har varmekapasitet hhv $C_1 = 2C$ og $C_2 = C$, som antas å være konstante, uavhengig av temperaturen. Klossenes volumutvidelseskoeffisient er praktisk talt lik null. Temperaturen til de to klossene er i utgangspunktet T_1 og $T_2 > T_1$, og klossene er termisk isolert fra omgivelsene:



a)
Dersom vi lar klossene utveksle varme med hverandre irreversibelt, og uten at vi tar ut noe nyttig arbeid, vil den totale entropien til systemet øke, og like mye varme $|Q_2|$ forlater den varmeste klossen som det som tilføres den kaldeste klossen (Q_1). Finn slutt-temperaturen til klossene når termisk likevekt er oppnådd.

b)
Alternativt kan vi tenke oss at vi lar de to klossene drive en varmekraftmaskin, slik at vi kan ta ut et nyttig arbeid W, som antydet i figuren. Finn det maksimale arbeidet (eksergien) som kan tas ut i en tenkt reversibel prosess $W_{\max}$, og finn likevektstemperaturen i dette tilfellet. Vis at denne likevektstemperaturen alltid er mindre enn for den irreversible temperaturutjevningen (der vi ikke tar ut nyttig arbeid).

Tips: Bestem T_0 ved å se på entropiendringen til hver av klossene, samt at du utnytter at $\Delta S = 0$ for reversible prosesser i et termisk isolert system. Videre er $W_{\max} = -\Delta G = -\Delta(U + p_0 V - T_0 S)$.

Oppgave 2

a) En ideell gass kjøles fra temperaturen T til T_0. Omgivelsenes temperatur er hele tiden T_0. Start- og slutt-tilstanden har samme volum ($\Delta V = 0$). Vis at det maksimale arbeid som er mulig å få ut av gassen er

$$W_{\mathrm{max}} = C_V(T - T_0) - C_V T_0 \ln \frac{T}{T_0}.$$

Tips: Entropi for ideell gass er $S = C_V \ln T + nR \ln V + \text{konst.}$

b) Hvor mye varme avgis, og hva er det maksimale arbeidet når gassen er ett mol toatomig gass, og avkjølingen er fra 100°C til 20°C? (Svar: $W_{\mathrm{max}} = 193$ J.)

c) En måte å ta ut det maksimale arbeidet på er å la en Carnot-maskin virke mellom den øvre avtagende temperaturen og den faste T_0. Vis at dette gir det samme arbeidet W_{max}.

Tips: La den ideelle gassen representere høytemperaturreservoaret, med varierende (avtagende) temperatur, fra T til T_0. Virkningsgraden til Carnot-maskinen vil dermed også variere (avta), fra verdien $1 - T_0/T$ til verdien $1 - T_0/T_0 = 0$.

d) En annen måte å ta ut det maksimale arbeidet på er først å ekspandere gassen adiabatisk slik at temperaturen synker til T_0. Deretter komprimeres den isotermt tilbake til opprinnelig volum. Vis at dette også gir samme arbeid W_{max}.

Tips: For adiabat med ideell gass gjelder $pV^\gamma = \text{konstant}$ og $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$ (med $\gamma = C_p/C_V$).

Oppgave 3

a)

Eksergien ved isoterm trykkutjevning mellom to beholdere av ideell gass med like store startvolum V_0, og starttrykk $p_1 > p_2$, er gitt ved

$$W_{\max} = p_1 V_0 \ln\left(\frac{2p_1}{p_1 + p_2}\right) + p_2 V_0 \ln\left(\frac{2p_2}{p_1 + p_2}\right).$$

Vis at eksergien ved trekkutjevning mellom to beholdere er større enn null. Temperaturen holdes konstant ved at beholderen er i termisk kontakt med et stort reservoar.

b)

Oppgave 4, s. 82, PCH.

c) Beregn tilstandsummen Z for N tre-dimensjonale uavhengige harmoniske oscillatorer. Finn trykk p, indre energi U, og entropi S for denne samlingen av oscilatorer.

Oppgitt:

Energifunksjonen for en en-dimensjonal harmonisk oscilator er gitt ved $E = p^2/2m + m\omega^2 x^2/2$, der p er oscillatorens impuls, m er dens masse, og ω er svingefrekvensen til oscillatoren. Vi kan anta at den lineære utstrekningen av volumet oscillatorene befinner seg er langt større enn svingeutslagene til oscillatorene.

Vi har

$$\begin{aligned} p &= kT\left(\frac{\partial \ln(Z)}{\partial V}\right)_T, \\ U &= -\left(\frac{\partial \ln(Z)}{\partial \beta}\right)_V, \\ S &= k\left(\frac{\partial (T\ln(Z))}{\partial T}\right)_V. \end{aligned}$$

Tips: Finn Z ved å integrere $e^{-\beta E}$ over alle impulser og koordinater.