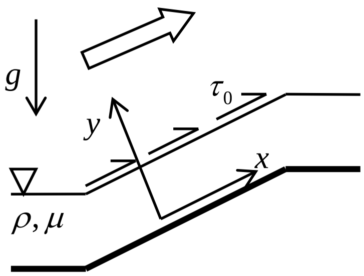
TOTIMERSØVING NR 5 TEP 4100/4107 FLUIDMEKANIKK

Høst 2015 ***LØSNINGSFORSLAG***

Oppgave 1

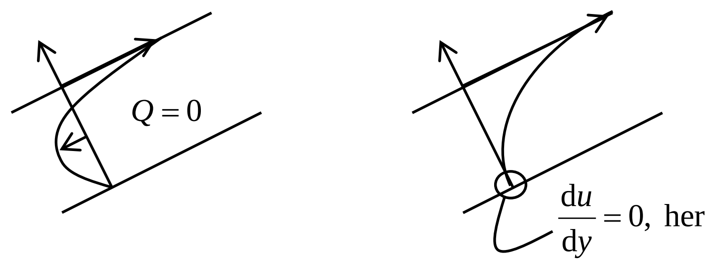


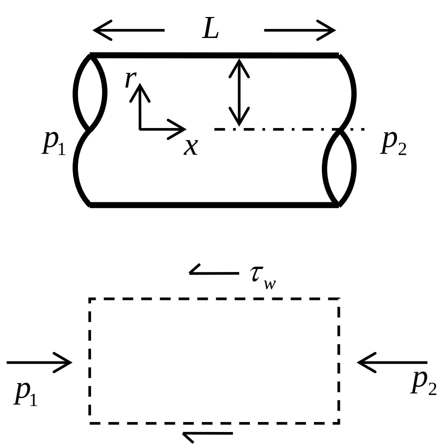
En luftstrøm driver en væskefilm opp et skråplan ved en konstant skjærspenning τ_0 på væskeoverflaten. For å finne hastigheten u til væsken trenger vi to grensebetingelser for funksjonen $u(y)$. Hvilke to?

Svar: $u(y=0)=0$ og $\mu \left.\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{dy}}\right|_{y=\text{overflate}} = \tau_0$

Skisser mulige hastighetsprofil $u(y)$ som er slik at

- $Q = 0$
- $\tau_w = \tau|_{y=0} = 0$





Oppgave 2

Legg et kontrollvolum på innsiden av et rør, og finn sammenhengen mellom trykkgradienten $\dfrac{\partial p}{\partial x}\left(=\dfrac{\Delta p}{L}\right)$ og veggskjærspenningen τ_w.

Svar:

$$\sum F_x = (p_1 - p_2)\pi R^2 - \tau_w 2\pi RL = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{L} = -\frac{\Delta p}{L} = \tau_w \frac{2}{R}$$

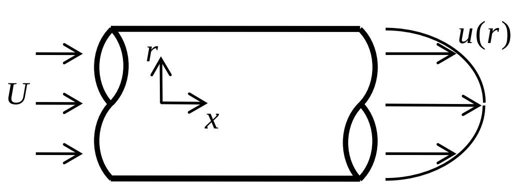
Hvilke forutsetninger/antagelser må du gjøre?

Svar: Fullt utviklet strømning (samme hastighetsprofil inn som ut).

Spiller det noen rolle om strømningen er laminær eller turbulent?

Svar: Nei. Hastighetsprofilet er identisk inn og ut av kontrollvolumet og kanselleres uansett form.

Oppgave 3



Gjenta oppgave 3, men nå skal rørlengden L dekke innløpslengden L_e. Hvorfor klarer vi ikke nå å finne en enkel sammenheng mellom Δp og τ_w?

Svar: Vi kan regne konveksjon inn og ut, men τ_w vil nå også variere med x, så friksjonskraften blir $\int_0^L \tau_w 2\pi R \mathrm{d}x$. Vi kjenner ikke funksjonen τ_w.

Oppgave 4

Et dreneringsrør (perforert plastslange) har lengde $L = 100\ \text{m}$ og diameter $d = 5\ \text{cm}$. Det renner 100 liter vann pr. time ut av røret. Hvis vi modellerer røret som et linjesluk $\phi = m \ln r$, $\psi = m\theta$ hva blir da styrken m til sluket? Bestem m ved å betrakte volumstrømmen gjennom et sylindrisk kontrollvolum med en vilkårlig radius r, plassert rundt linjesluket.

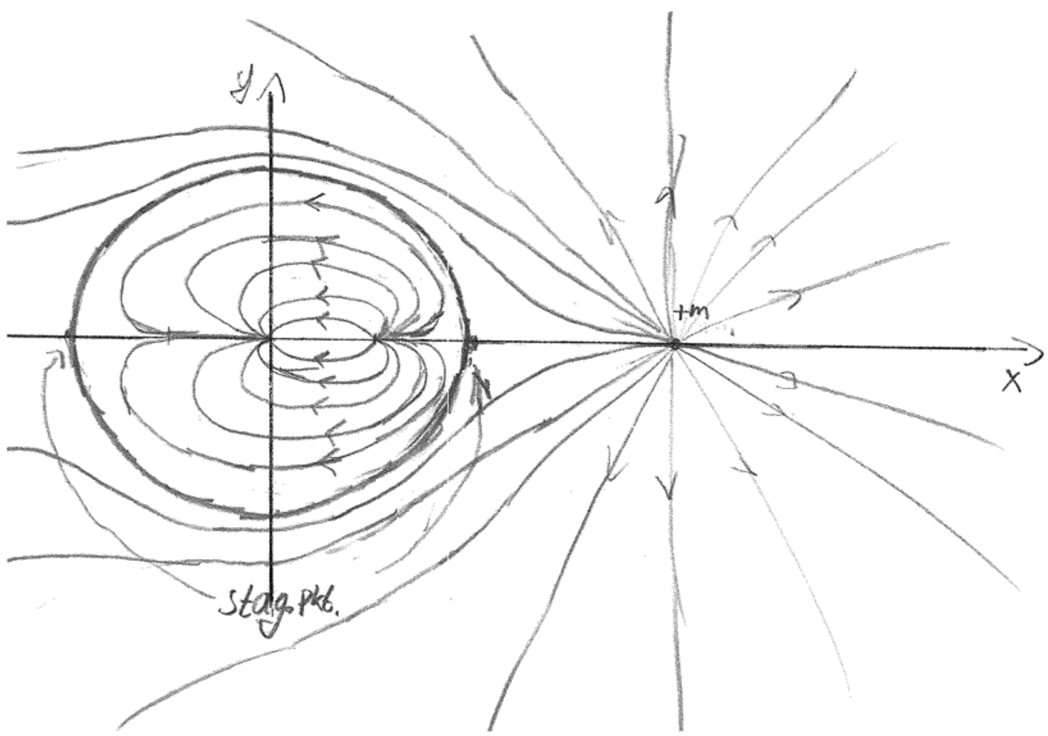
$$\vec{v} = \nabla\phi:\ v_r = \frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{m}{r},\ v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = 0$$

$$\frac{Q}{b} = \int v_r\, \mathrm{d}s = \int_0^{2\pi} v_r\, r\, \mathrm{d}\theta = 2\pi m \quad \Rightarrow \quad m = \frac{Q/b}{2\pi} = \frac{100\,\text{liter/time}\,\dfrac{1\,\text{time}}{3600\,\text{s}}\,\dfrac{1\,\text{m}^3}{1000\,\text{liter}}}{2\pi\,100\,\text{m}} = 4.4\cdot 10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Oppgave 5

Skisser noen strømlinjer fra kombinasjonen sluk $-m$ i $(0,0)$, kilde $+m$ i $(a,0)$ og kilde $+m$ i $(4a,0)$. (En sirkel skal dukke opp.)

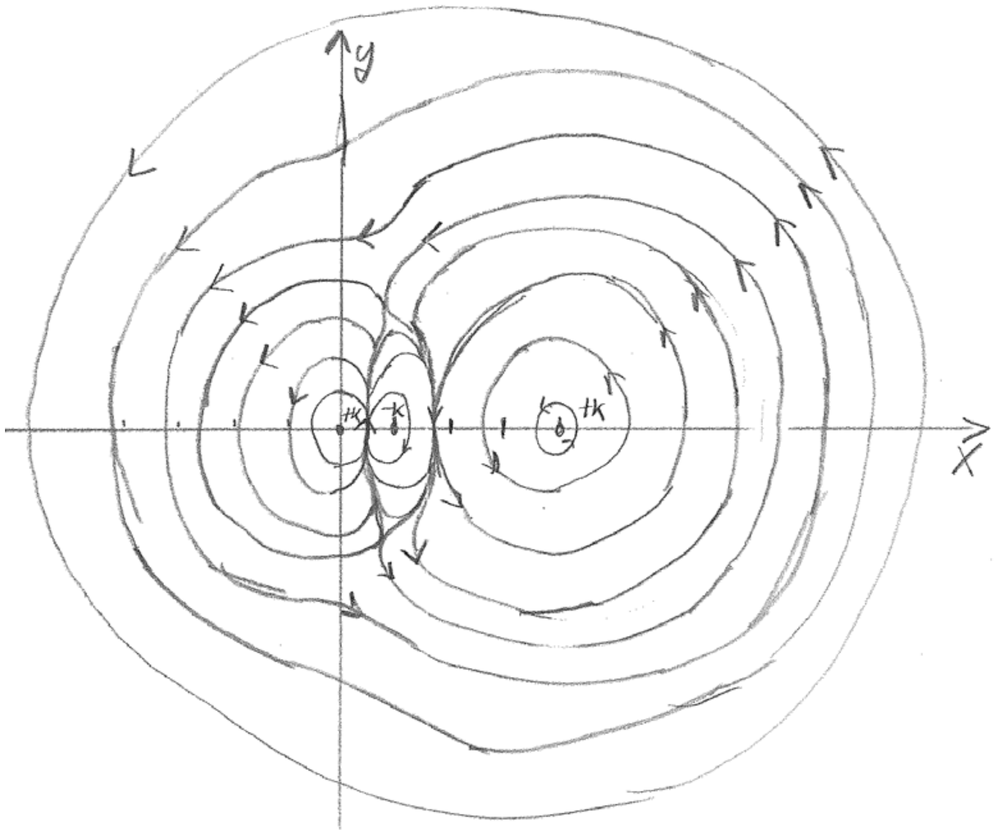
Svar: Tips: Begynn å tegne strømlinjene nær kildene. Siden hver kilde er av styrke m har vi en balanse mellom hva som går inn og ut. Kilden i $(4a,0)$ bidrar her på samme måte som den uniforme strømningen i potensialløsningen for strømning rundt en sylinder.



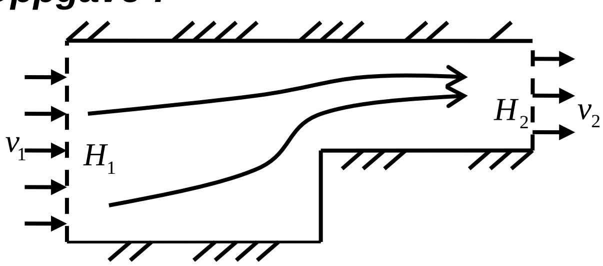
Oppgave 6

Skisser noen strømlinjer fra kombinasjonen potensialvirvel $+K$ i $(0,0)$, $+K$ i $(4a,0)$ og $-K$ i $(a,0)$. (En sirkel skal igjen dukke opp, sett langt ovenfra.)

Svar: Tips: Hold orden på rotasjonsretningene; strømningen mellom $(0,0)$ og $(a,0)$ presses oppover mens strømningen mellom $(a,0)$ og $(4a,0)$ presses nedover. Netto har vi $+K+K-K=+K$ virvler, slik at man langt unna ser en virvel som går mot klokka.



Oppgave 7



2D-strømning over en skarpkantet innsnevring skal beregnes numerisk ved å løse Laplaceligningen $\nabla^2\psi = 0$. Det strømmer inn en konstant hastighet $v_1 = 1\ \mathrm{m/s}$ over høyden $H_1 = 1\ \mathrm{m}$, og ved utløpet $v_2 = 2\ \mathrm{m/s}$ over $H_2 = 1/2\ \mathrm{m}$. Finn grensebetingelsene for strømfunksjonen ψ over inn- og utløp, og langs veggene.

Svar: Veggene: Strømningen kan ikke gå på tvers av veggene. Det må derfor være en strømlinje $\psi = \psi_{\text{bunn}}$ langs med bunnen og $\psi = \psi_{\text{top}}$ langsmed toppen. Volumstrømmen inn og ut er per lengdeenhet inn i arket er $Q = v_1 H_1 = v_2 H_2 = 1\,\mathrm{m^2/s}$. Altså må $\psi_{\text{topp}} - \psi_{\text{bunn}} = 1\,\mathrm{m^2/s}$. Vi velger $\psi_{\text{bunn}} = 0$ og $\psi_{\text{top}} = 1$.

Innløp/utløp: Her er $u = \dfrac{\partial\psi}{\partial y}$ konstant. Dermed må ψ øke lineært langs inn- og utløp, fra $\psi_{\text{bunn}} = 0$ til $\psi_{\text{top}} = 1$.