

Løsningsforslag til Øving 5  
Høst 2015

## Oppgave 3.017

Vi skal finne  $u_{\max}$  i enheten cm/s.

Siden fluidet har konstant tetthet må volumstrømmen  $Q$  mellom flatene være konstant (alternativet kunne være at fluidet “hopet seg opp”, som forutsetter kompressibilitet). Anta at platene har bredde  $b$ :

$$\begin{aligned} Q &= \iint_{\text{inn}} U_0 dA = \iint_{\text{ut}} u dA \\ U_0 z_0 b &= b \int_0^{z_0} az(z_0 - z) dz = \frac{1}{6} b a z_0^3 \\ \implies a &= 6 \frac{U_0}{z_0^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Vi finner dermed maksimal hastighet som p.g.a. symmetrien i systemet må være ved  $z = z_0/2$  (dette kunne en eventuelt finne ved å sette den  $z$ -derivate av utgangshastigheten lik null):

$$u_{\max} = u(z = z_0/2) = 6 \frac{U_0}{z_0^2} \frac{z_0}{2} \left( z_0 - \frac{z_0}{2} \right) = \frac{3}{2} U_0 = \underline{12 \text{ cm/s}}. \quad (2)$$

Merk at hverken plateavstanden  $z_0$  eller viskositeten  $\mu$  inngår i svaret. Resultatet er derfor uavhengig av hvilket fluid vi ser på så sant vi har inkompressibel, laminær strømning.

## Oppgave 3.036

Vi skal finne utløpshastigheten  $U_3$  i m/s.

Siden tettheten for vann er (med veldig god tilnærming) konstant, blir ligningen for massebevarelse

$$\iint_{CS} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0. \quad (3)$$

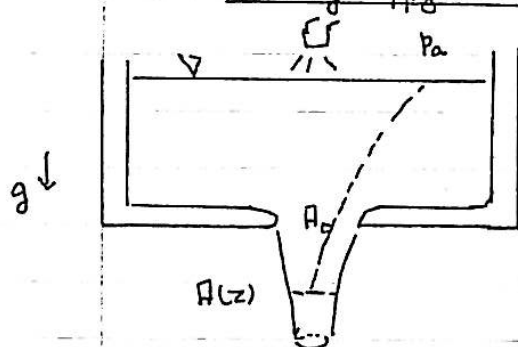
Vi må passe på å tegne kontrollvolumet over tverrsnitt der vi kjenner hastighetsprofilen (som på figuren). Massefluksen blir

$$\begin{aligned} Q &= U_1 \frac{\pi}{4} D_1^2 + U_2 \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) = U_3 \frac{\pi}{4} D_2^2 \\ \implies U_3 &= \underline{U_1 \frac{D_1^2}{D_2^2} + U_2 \left( 1 - \frac{D_1^2}{D_2^2} \right)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Tallsvar: 6,33 m/s.

②

TEP 4105 FLUIDMEKANIKK. 3. des. 2004

Løsning Oppgave 2

- a) Trykket inne i strålen lik  $p_a$ , ellers ville strålen ekspandere, eller trekke seg sammen på hver.

Se på størrelse som starter i fri overflate ( $z=H$ ) og ender i posisjon  $z$  i den frie stråle:

$$\frac{p_a}{\rho} + gH = \frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{2} V^2(z) + gZ, \quad V(z) = -\sqrt{2g(H-z)}, \quad z \leq 0$$

- b) Kontinuitet:  $A_0 V_0 = A(z) V(z)$ , hvor  $V_0 = -\sqrt{2gH}$  er hastigheten ved  $z=0$ . Innsettning av  $V(z)$  gir

$$A(z) = A_0 \sqrt{\frac{H}{H-z}}$$

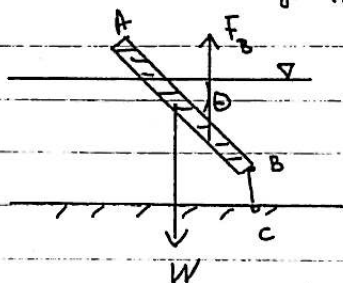
- c) A)  $V(z) = \frac{dz}{dt} = -\sqrt{2g(H-z)}$  følger

$$\int_0^T dt = - \int_0^{-L} \frac{dz}{\sqrt{2g(H-z)}} = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_H^{H+L} \frac{du}{\sqrt{u}} = \sqrt{\frac{2}{g}} \left[ \sqrt{u} \right]_H^{H+L}, \quad u=H-z.$$

Herfra

$$T = \sqrt{\frac{2}{g}} \left[ \sqrt{H+L} - \sqrt{H} \right]$$

Løsning Oppgave 4



Stavenskyngde  $W$

Gjeddraftkraft  $F_B$

Tverrsnittsareal  $A = \pi D^2/4$

Momentbalanse om B:

$$a) \quad W \cdot 2,5 \cos \theta = F_B \cdot 2 \cos \theta, \quad W = 0,8 F_B$$

$$\text{Da } W = \gamma_{\text{he}} \cdot 5A, \quad F_B = \gamma_{\text{vann}} \cdot 4A, \quad \text{fås}$$

$$\gamma_{\text{he}} \cdot 5A = 0,8 \cdot \gamma_{\text{vann}} \cdot 4A, \quad \gamma_{\text{he}} = 0,64 \gamma_{\text{vann}}$$

$$\gamma_{\text{he}} = 0,64 \cdot 9790 = 6266 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}, \quad \rho_{\text{he}} = \frac{6266}{9,81} = 639 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$b) \quad \text{Spennung i kuden } S = F_B - W$$

$$\text{Da } F_B = \gamma_{\text{vann}} \cdot 4A = 9790 \cdot 4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,10^2 = 307,6 \text{ N}$$

$$\text{og } W = 0,8 F_B = 246,0 \text{ N, fås}$$

$$S = 307,6 - 246,0 = 61,6 \text{ N}$$