

Løsningsforslag til øving 9

Maxwellfordelingen

Selv om det ikke var en del av oppgavene, la oss innledningsvis se på sammenhengene mellom de ulike fordelingsfunksjonene.

Med uavhengige hastighetskomponenter blir hastighetsfordelingen $F(v)$ (antatt isotrop) lik produktet av de ulike komponentfordelingene:

$$F(v) = g(v_x) \cdot g(v_y) = \frac{B}{\pi} e^{-Bv^2},$$

der $v^2 = v_x^2 + v_y^2$.

Analogt det vi gjorde i forelesningene (for tredimensjonal hastighetsfordeling) har vi nå, i to dimensjoner:

$$f(v)dv = \int_{\phi=0}^{2\pi} F(v)dv v d\phi = 2\pi v F(v)dv,$$

dvs fartsfordelingen er

$$f(v) = 2\pi v F(v) = 2Bv e^{-Bv^2}.$$

a) Se MATLAB-programmet `losning5.m`. Konstanten B er fastlagt med utgangspunkt i de eksperimentelle data,

$$B = B_{\text{exp}} = \frac{1}{\langle v^2 \rangle_{\text{exp}}} = 5.9394 \cdot 10^{-4} (\text{s/cm})^2,$$

siden

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{B}.$$

b) Skivene har rms-fart 0.41 m/s, og massen er 0.032 kg. Dette tilsvarer en kinetisk energi 2.7 mJ pr "partikkel". Setter vi dette lik termisk energi $k_p T$ med $T = 300$ K, får "Boltzmanns plastskivekonstant" verdien $k_p \simeq 9 \cdot 10^{-6}$ J/K. Eventuelt: Setter vi skivenes kinetiske energi lik termisk energi kT til en omgivende gass (med k = Boltzmanns konstant), finner vi en temperatur $T \sim 2 \cdot 10^{20}$ K.

c) Plastskivenes midlere fart er 36 cm/s, mens rms-hastigheten er 41 cm/s. Forholdet mellom disse to er ca 0.88, ikke langt unna den teoretisk forventede verdien $\sqrt{\pi}/2 \simeq 0.89$.

d) Det umiddelbare inntrykket av posisjonsfordelingen er vel at skivene er noenlunde jevnt fordelt over hele bildet, mens hastighetsfordelingen i større grad avtar "radielt" utover fra sentrum ($v = 0$). Posisjonsfordelingen viser at skivebanene har en tendens til å krumme oppover, noe som tyder på en viss drift i positiv y -retning. Eksperimentelt er da også $\langle v_y \rangle$ noe større enn null (ca 1.8 cm/s). På den annen side, $\langle v_x \rangle$ er også positiv (ca 2.1 cm/s), uten at dette gjenspeiler seg i skivebaner som krummer mot høyre i figuren. En alternativ forklaring på at $\langle v_x \rangle > 0$ kan være at plastskivene får en noe kraftigere dytt av den vibrerende veggen til venstre enn av den til høyre.

Figurer produsert i Matlab ved å kjøre programmet `losning5.m`:

