# TOTIMERSØVING NR 4 TEP 4105 FLUIDMEKANIKK

**Høst 2015**
**Utført av:** (alle i gruppa)

## *LØSNINGSFORSLAG*

## *Oppgave 1*

Hvilke forutsetninger må være oppfylt for å kunne bruke

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{v_1^2}{2}+gz_1=\frac{p_2}{\rho}+\frac{v_2^2}{2}+gz_2 \qquad (1)$$

**Svar:** Friksjonsfritt, stasjonært, inkompressibelt, ingen tilført energi (+,-), $\vec{g}$ virker nedover og $z$ oppover, langs en strømlinje (eller $\nabla\times\vec{v}=0$).

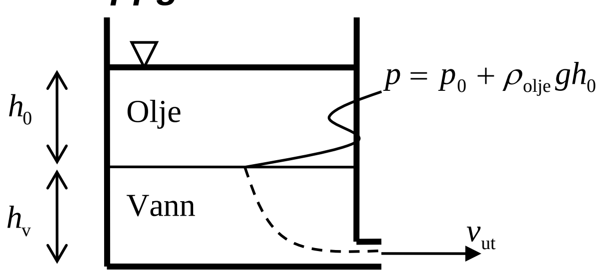
$$\int_1^2\frac{\partial v}{\partial t}\mathrm{d}s+\int_1^2\frac{\mathrm{d}p}{\rho}+\frac{1}{2}\left(v_2^2-v_1^2\right)+g\left(z_2-z_1\right)=0 \qquad (2)$$

**Svar:** Kan her ha ikkestasjonær og kompressibel strømning. Friksjonsfritt.

$$\frac{p_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{v_2^2}{2g}+z_2+h_\mathrm{f} \qquad (3)$$

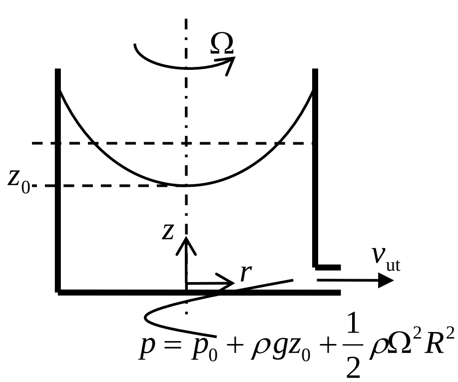
**Svar:** Hastigheten trenger ikke å være konstant over tverrsnittet, $h_\mathrm{f}$ friksjonstap. Inkompressibel.

## *Oppgave 2*




Bruk Bernoullis likning (1) til å finne utstrømningshastigheten.
**Svar:** Obs! Ikke bruk Bernoulli gjennom to forskjellige fluider uten å stykke opp!
Antar at tankens bunnareal er mye større enn arealet på utløpet.

$$v_\mathrm{ut}=\sqrt{2gh_\mathrm{v}+2gh_\mathrm{o}\rho_\mathrm{o}/\rho_\mathrm{v}}$$




## *Oppgave 3*

Væsketrykket i et roterende kar (stivt-legeme bevegelse $\vec{u}=r\Omega\vec{e}_\theta$) er gitt ved

$$p(r,z)=p_0+\rho g(z_0-z)+\frac{1}{2}\rho\Omega^2r^2 \qquad (4)$$

Hva blir $v_\mathrm{ut}$ nå?

**Svar:** Strømningen er ikke rotasjonsfri. Strømlinjene sett ovenfra er sirkler, dvs. vi kan ikke ta Bernoulli fra senter og ut! Vi kan derimot bruke Bernoulli like over utløpet hvor $p=p(R,0)$. Siden forholdene må være stasjonære må vi se hastigheter relativt til rotasjonen. Da er $v=0$ like foran utløpet og $v=v_\mathrm{ut}$ like bak. Bernoulli gir:

$$\frac{p_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2}\rho\Omega^2 R^2}{\rho} = \frac{p_0}{\rho} + \frac{v_{\text{ut}}^2}{2} \Rightarrow v_{\text{ut}} = \sqrt{2gz_0 + \Omega^2 R^2}\ .$$

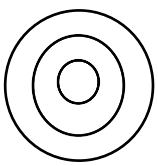
## Oppgave 4

Væskeoverflaten for det roterende karet i oppgave 3 er gitt ved

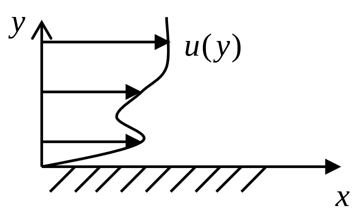
$$z = z_0 + \frac{\Omega^2 r^2}{2g}\,. \qquad (5)$$

(Denne finnes ved å kreve at $p(r, z) = p_0$ i likning (4).) Forsøk å bruke Bernoullis likning (1) fra punktet $(r = 0, z = z_0)$ til et vilkårlig punkt på overflaten. Hvorfor blir uttrykket for $z$ forskjellig fra (5)? Hva er feil?

**Svar:** $gz_0 = \frac{1}{2}v^2 + gz$, der $v = \Omega r \Rightarrow gz_0 = \frac{1}{2}\Omega^2 R^2 + gz \Rightarrow z = z_0 - \frac{1}{2}\Omega^2 R^2$, som er galt. Dette fordi strømlinjene sett ovenifra er vist nedenfor. Det er ikke mulig å gå fra origo til noe sted langs en strømlinje. For denne strømmen er også $\nabla \times \vec{v} \neq 0$.



## Oppgave 5

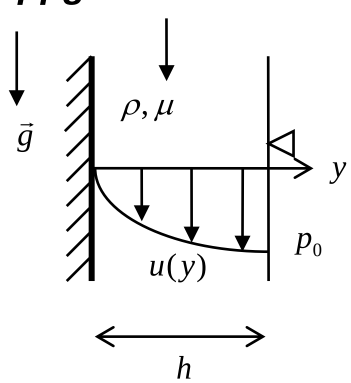



Gitt en strømning (stasjonær, inkompressibel) langsmed veggen $y = 0$. Hastigheten $\vec{v} = (u, 0)$ varierer kun med *y*, men er ellers ukjent. Vis at akselerasjonen er null.

**Svar:** $a_x = \frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = 0$, stasjonært, *v* lik null og *u* kun avhengig av *y*.

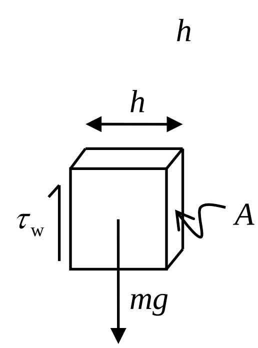
$a_y = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, fordi *v* er lik null.

## Oppgave 6




En væskefilm med tykkelse *h* renner ned langsmed en vertikal vegg. Det er ingen krefter mellom væsken og lufta. Skisser hvordan hastighetsprofilet $u(y)$ vil se ut.

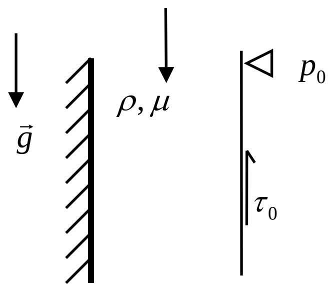
**Svar:** Merk at $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}(h) = 0$ fordi det ikke er noen krefter mellom væskefilmen og lufta.




Bruk kraftloven til finne skjærspenningen $\tau_{\text{w}}$ på veggen.

**Svar:** Betrakt et fluidelement som vist i figuren. Summen av kreftene vertikalt lik null gir da at $\tau_{\text{w}} A = mg = hA\rho g \Rightarrow \tau_{\text{w}} = \rho g h$.

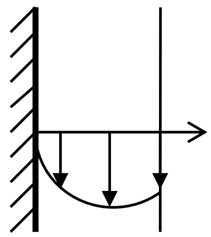
## Oppgave 7



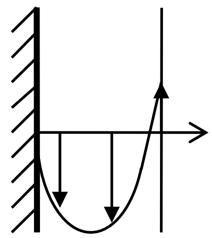

En luftstrøm oppover langsmed væskefilmen gir en konstant skjærspenning $\tau_0$ på væskeoverflaten.

Skisser noen mulige hastighetsprofiler. Hva blir $\tau_\mathrm{w}$ nå?

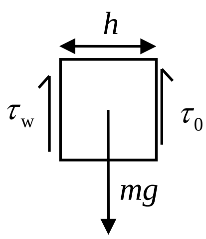
**Svar:**



Liten $\tau_0$



Stor $\tau_0$




Kraftloven gir nå $\tau_\mathrm{w} A + \tau_0 A = mg = A\rho g h \Rightarrow \tau_\mathrm{w} = \rho g h - \tau_0$.