



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4245 Statistikk Vår 2015

Øving nummer 4, blokk I

Oppgave 1

La X være en diskret fordelt stokastisk variable med punktsannsynlighet gitt i følgende tabell

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1

Regn ut forventningsverdien til X .

Bestem sannsynlighetene

$$P(X \geq 0) \quad \text{og} \quad P(X \geq 0 | X \leq 1).$$

Oppgave 2

La X være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{for } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der k er en konstant.

Bestem k og skisser $f(x)$.

Beregn sannsynlighetene $P(X \leq 0.5)$ og $P(X \leq 0.8 | X > 0.5)$.

Oppgave 3

Simultanfordelingen, $f(x, y)$, til de to diskrete stokastiske variablene X og Y er gitt i følgende tabell:

	y=0	y=1	y=2
x=-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
x=0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
x=1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

Finn marginalfordelingen til X og til Y , og beregn forventning og varians til X og til Y .

Beregn kovariansen mellom X og Y , $\text{Cov}(X, Y)$. Er X og Y uavhengige? Svaret skal begrunnes.

Oppgave 4

En murer har etter lang erfaring funnet ut at den mengde mørtel (X hl) som han bruker pr. dag er en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{for } 4 < x \leq 7 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Den ferdigblandete mørtel han kjøper inn én dag, kan han ikke bruke neste dag. Dessuten forutsetter han at den mengde han bruker én dag, er uavhengig av mengder han bruker andre dager.

- Hvor stor er sannsynligheten for at han en gitt dag skal bruke mer enn 6 hl? Hvor meget må han kjøpe inn én dag hvis sannsynligheten for å få for lite mørtel den dagen skal være 5% ?
- Hvis han kjøper inn 6 hl hver dag i 4 dager, hvor stor er da sannsynligheten for at han minst én dag skal få for lite mørtel?
- Han regner med at han taper 20 kr. pr. hl mørtel han ikke bruker en dag. Hvis han derimot får for lite mørtel, vil han p.g.a. tapt arbeidsfortjeneste tape 50 kr. for hver hl han kunne ha brukt. Hvor stor blir det forventede tap, hvis han kjøper inn 6 hl? Hvor meget bør han kjøpe inn for at tapet skal bli så lite som mulig?

Oppgave 5

En kjøpmann mottar to varepartier med fiskeboller fra samme produsent men fra to forskjellige fabrikker. Boksene kan altså ikke skilles fra hverandre utenpå. Varepartiene betegnes A og B , og de har følgende karakteristika:

Vareparti A: 100 bokser, hvorav 10 med mosete boller, betegnet $F1$.

Vareparti B: 100 bokser, hvorav 5 med mosete boller, betegnet $F1$; samt 10 med vond lukt og smak, betegnet $F2$, hvorav 1 med både $F1$ og $F2$.

Merk at feilene mosete boller og vond lukt og smak ikke kan observeres utenpå, men krever ødeleggende testing for å avsløres.

- a) Tegn Venndiagram for hver av varepartiene A og B , med angivelse av antall. Hvis kjøpmannen hadde trukket en boks tilfeldig fra vareparti B , hva er sannsynligheten for å få en med feil $F1$? Hvis han hadde trukket to bokser tilfeldig fra vareparti B , hva er sannsynligheten for å trekke en med bare feil $F1$ og en med bare feil $F2$?

Varepartiene ble lagt på et lager og etter en tid glemte kjøpmannen hvilket som var vareparti A og hvilket som var vareparti B selv om de ligger i to separate stabler. Kjøpmannen trekker tilfeldig tre bokser fra en av stabelene og merker seg hvilken det var. Han anser det som helt tilfeldig om det er vareparti A eller B . Etter å ha åpnet de tre boksene observerer han at to var feilfrie og en hadde bare feil $F1$.

- b) Tegn et Venndiagram for prøvetakingssituasjonen, med angivelse av antall. Hva er sannsynligheten for å observere to feilfrie og en med bare feil $F1$? Hva er sannsynligheten for at kjøpmannen trakk boksene fra vareparti A ?

Kjøpmannen ønsker deretter å selge fiskebollboksene for kr. 10,- pr. stk., men er bekymret for kundenes reaksjon på boksene med feil. Han er overbevist om at alle boksene blir solgt og at feilene vil oppdages og reklameres. Han bestemmer seg for følgende:

- mosete boller, bare feil $F1$, kjøpesummen på kr. 10,- gis tilbake til kunden.
 - vond lukt og smak, feil $F2$ eller feil $F1$ og $F2$, kjøpesummen på kr. 10,- pluss kr. 150,- for tort og svie gis tilbake til kunden.
- c) Kjøpmannen kan, etter at de tre boksene er observert og ødelagt velge mellom følgende:
- 1) selge alle de resterende boksene
 - 2) selge de resterende boksene i den stabelen de tre observerte boksene kom fra
 - 3) selge boksene i den andre stabelen
 - 4) ikke selge noen bokser

Hvor stor er den forventede inntekt i hvert tilfelle? Hva er den beste beslutningen hvis kjøpmannen ønsker å maksimere sin forventede inntekt?

Fasit

1. 0.1, 0.8, 0.78
2. 0.75, 0.8438, 0.819
3. $\frac{1}{6}$
4. a) 0.3, 6.85 b) 0.80 c) 21.7, 6.14
5. a) 0.05, 0.00727 b) 0.169, 0.7337 c) 240, 470, -230, 0