TMA4245 Statistikk
Vår 2015

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving nummer 3, blokk I

Oppgave 1

La A og B være to hendelser der $P(A) > 0$ og $P(B) > 0$. Hva menes med at

- hendelsene A og B er uavhengige?
- hendelsene A og B er disjunkte?

Gi et eksempel på to hendelser som er uavhengige, samt et eksempel på to hendelser som er disjunkte. Hvorfor kan ikke to disjunkte hendelser være uavhengige?

Oppgave 2

En engelsk-talende turist besøker et Europeisk land der morsmålet ikke er engelsk. Til turistens fortvilelse så viser det seg at få innfødte snakker engelsk. Først føler turisten seg desorientert, men så blir han fortalt at statistisk sett er det slik at

- en av 10 innfødte snakker engelsk
- en av 5 personer han møter er turist
- en av to turister snakker engelsk

Ved å bruke Bayesiansk tankegang klarer turisten å få et overblikk over situasjonen sin.

a) Lag først et venndiagram over situasjonen.

b) Finn sannsynligheten for at en person som turisten vår møter snakker engelsk.

c) Hva er sannsynligheten for at en person som turisten møter er en innfødt gitt at personen snakker engelsk?

Oppgave 3

En kartong med 10 pakker vaskepulver er ved en feil kommet til å inneholde 2 undervektige pakker, mens de øvrige 8 har riktig vekt. Feilen blir oppdaget, og en loddtrekker (uten tilbakelegging) en og en pakke ad gangen og kontrollveier inntil en vet hvilke to pakker som er undervektige og kan fjerne disse.

a) Hvor stor er sannsynligheten for at den pakke som først trekkes ut vil være undervektig?

b) Hvor stor er sannsynligheten for at den pakke som trekkes i 2. trekning er undervektig, når en vet at den først uttrukne hadde riktig vekt?

c) Tenk deg at den først uttrukne pakke *ikke* kontrollveies før den annen trekning foretas. Hvor stor er da sannsynligheten for at annen trekning resulterer i en undervektig pakke?

d) Hvor stor er sannsynligheten for at de to undervektige pakkene ikke er funnet når 4 pakker er trukket og kontrollveid?

e) La X betegne antall pakker som må kontrollveies før en vet hvilke to pakker som er undervektige. Utled sannsynlighetsfordelingen for X og fremstill punktsannsynligheten grafisk.

Oppgave 4

Levetiden (målt i år), X, til en bestemt type mekaniske komponenter har vist seg å følge en fordeling med kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved

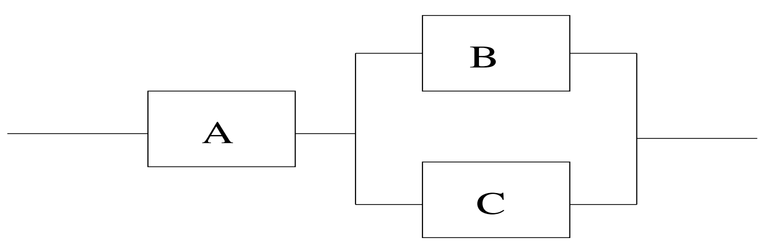
$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\frac{x^2}{2\alpha}\right\} \quad ; \quad x > 0$$

der α er en parameter som beskriver kvaliteten til komponentene.

a) Bestem sannsynlighetstettheten til X.

Bestem for hvilken verdi av x sannsynlighetstettheten $f(x)$ tar sitt maksimum. Skisser $f(x)$.

Et instrument inneholder tre komponenter av denne typen, alle med samme kvalitetsparameter α. Vi benevner de tre komponentene henholdsvis komponent A, B og C. Det antas dessuten at de tre komponentene svikter uavhengig av hverandre. Komponentene inngår i instrumentet slik at instrumentet kun vil funksjonere så lenge komponent A og minst en av komponentene B og C funksjonerer. Dette kan illustreres med følgende figur.



La følgende fire hendelser være definert:

A: Komponent A funksjonerer fremdeles etter to år.
B: Komponent B funksjonerer fremdeles etter to år.
C: Komponent C funksjonerer fremdeles etter to år.
D: Instrumentet funksjonerer fremdeles etter to år.

b) Tegn inn hendelsene A, B og C i et Venn-diagram.

Skraver hendelsen D i Venn-diagrammet.

For $\alpha = 1$, finn sannsynligheten for at instrumentet fremdeles funksjonerer etter to år.

Fasit

2. **b**) 0.18 **c**) 0.444

3. **a**) 0.2 **b**) 0.22 **c**) 0.2 **d**) 0.9

4. **a**) $\alpha^{1/2}$ **b**) 0.034