

Øving 1

Atmosfæren på Mars

Temperaturmålinger i atmosfæren på planeten Mars kan med god tilnærmelse beskrives med funksjonen

$$T(z) = 234.0 - 2.25 z + 14 e^{-2z}.$$

Her er z høyde over bakkenivå, målt i enheten km, og T er absolutt temperatur. Oppgaven består i å beregne trykkprofilen $p(z)$ med utgangspunkt i temperaturprofilen $T(z)$.

a) Anta at atmosfæren på Mars kan betraktes som en ideell gass og vis at massetettheten da kan skrives på formen

$$\mu(z) = \frac{p(z)m}{RT(z)}.$$

Her er m atmosfærens midlere molare masse, en størrelse som vi her skal anta er uavhengig av hvor i atmosfæren vi befinner oss.

b) Anta nå at trykket på bakkenivå, $p_0 = p(0)$, er kjent, og vis at trykket i høyde z over bakkenivå har avtatt til verdien

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\int_0^z dz' / H(z')\right),$$

med den såkalte skalahøyden

$$H(z) = RT(z)/mg(z).$$

Tyngdens akselerasjon g vil som kjent variere med avstanden fra planetens sentrum (og dermed med høyden z), men atmosfæren på Mars er i all hovedsak lokalisert innenfor høydeverdier (15 – 20 km) som gjør det til en utmerket tilnærmelse å regne med konstant verdi $g = 3.71 \text{ m/s}^2$.

c) Dersom temperaturen T kunne regnes som konstant og lik 234 K, hva ville da (den konstante) skalahøyden $H = RT/mg$ være på Mars, der midlere molare masse er $m = 43.34 \text{ g}$? Med hvilken tallfaktor ville i så fall trykket være redusert i høyden $z = H$, relativt trykket på bakkenivå?

d) Med høydeavhengig temperatur $T(z)$ (som nevnt innledningsvis) er det (med all sannsynlighet) ikke mulig å løse integralet i punkt c) analytisk, men som godt oppdratt fysikkstudent lar du deg ikke stoppe av denslags: Løs integralet numerisk, og beregn på den måten trykkprofilen $p(z)$ fra bakkenivå og opp til en høyde 16 km. Bruk en metode for numerisk integrasjon som du har lært tidligere (f.eks. midtpunktmotoden, trapesmetoden eller Simpsons metode; se evt wikipedia, andre nettsider, en bok, eller be om hjelp på øvingstimen), og bruk ditt favoritt-programmeringsspråk, noe som for de fleste antagelig fortsatt er Matlab. Hovedresultatet skal være en figur der p er plottet som funksjon av z , med angivelse av både fysisk størrelse og enhet langs begge akser. Verdien av trykket på bakkenivå kan du sette lik 600 Pa.

e) Utvid programmet ditt til også å beregne $p(z)$ med antagelsen at temperaturen er konstant og lik 234 K. Plott den resulterende trykkprofilen i samme figur som trykkprofilen beregnet med varierende temperatur.

Ekstra utfordring: Atmosfæren på jorda

Bruk internett (eller andre kilder) til å finne en pålitelig utgave av temperaturprofilen $T(z)$ i jordas atmosfære. Forsøk deretter å konstruere en matematisk funksjon som reproducerer den målte $T(z)$ på en noenlunde brukbar måte. Modifiser så programmet fra forrige oppgave slik at dette beregner trykkprofilen $p(z)$ i jordas atmosfære. Bruk internett (eller andre kilder) til å finne resultater som du kan sammenligne din beregnede trykkprofil med.