Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4100
Matematikk 1
Høst 2014

Øving 13

For følgende oppgaver blir løsningene forelest:

1 **Eksamen 2013, oppgave 6**

Uttrykk funksjonen

$$\frac{e^{-x^2}-1}{x^2}$$

som en Maclaurin–rekke, og bruk denne rekken til å uttrykke integralet

$$\int_0^1 \frac{e^{-x^2}-1}{x^2}\,dx$$

som en alternerende rekke. Hvor mange ledd må du summere for at partialsummen av denne rekken skal approksimere integralet med en feil mindre enn 10^{-2}? (Vink: Det kan antas kjent at

$$e^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}$$

for alle reelle tall t.

2 **Eksamen 2012, oppgave 4**

a) Bruk Newtons metode på funksjonen $f(x) = x^2 - 3$ til å vise at $\sqrt{3} \approx 1.732$ med tre desimalers nøyaktighet. Bruk $x_0 = 2$ som startverdi.

b) Vis at $\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ for $|x| < 1$.
[Hint: Integrer en passende geometrisk rekke fra 0 til x.]

c) Bruk resultatet fra **b)** til å beregne π med en feil mindre enn $2 \cdot 10^{-3}$.
[Hint: Husk at $\pi/6 = \arctan \frac{1}{\sqrt{3}}$. Bruk tilnærmingsverdien $\sqrt{3} \approx 1.732$ fra **a)**.]

3 **Kontinuasjonseksamen 2011, oppgave 6**

Avgjør for hvilke x rekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} x^{2n}$$

konvergerer, og finn et endelig utrykk for rekken.

$\boxed{4}$ **Eksamen 2008, oppgave 4**

a) Vis at Taylorrekken til funksjonen $f(x) = \ln(1-x)$ om $x = 0$ er

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} x^n.$$

b) For hvilke verdier av x konvergerer denne potensrekken?

For følgende oppgaver blir løsningene gitt skriftlig:

$\boxed{5}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., "Review exercise 2", side 454.

$\boxed{6}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., "Review exercise 8", side 455.

$\boxed{7}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.4.10

$\boxed{8}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.4.16

$\boxed{9}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.5.8

$\boxed{10}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.5.28

$\boxed{11}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.6.6

$\boxed{12}$ Adams & Essex' Calculus: A Complete Course 8th ed., Oppgave 9.7.24