

Øving 12:  
Høst 2015

**Oppgave 1:**

Det komplekse potensialet

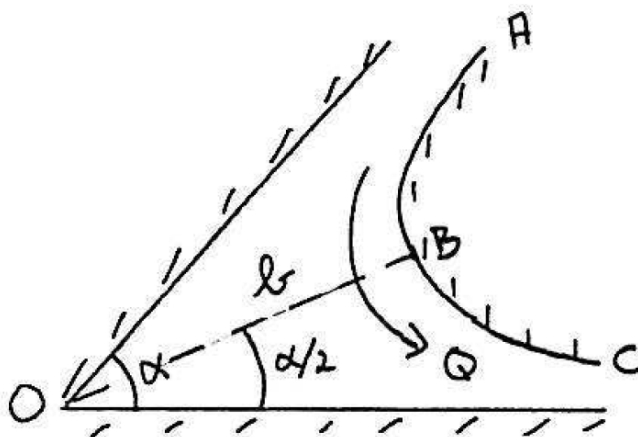
$$w(z) = Uz^{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (1)$$

er gitt, hvor  $U(> 0)$  er en konstant.  $\alpha$  er en gitt vinkel i området  $0 < \alpha < \pi/2$ . Potensialet beskriver en todimensjonal ideell strømning inne i en kile med åpningsvinkel  $\alpha$ .

**a**

Sett  $z = r \exp(i\theta)$  og finn hastighetspotensialet  $\Phi$  og strømfunksjonen  $\Psi$ , samt hastighetskomponentene  $v_r$  og  $v_\theta$ ; alle som funksjoner av  $r$  og  $\theta$ . Skisser strømbildet.

**b**



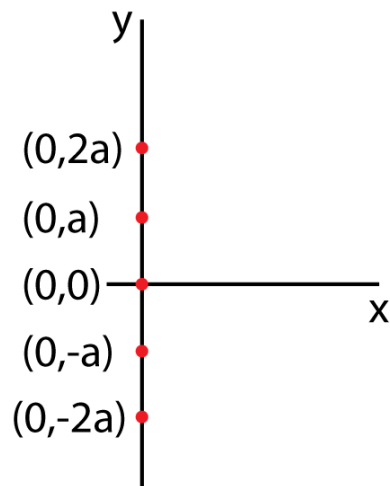
Anta så at én av strømlinjene (ABC på figuren ovenfor) erstattes av en fast flate. Avstanden mellom kilens toppunkt  $O$  og det nærmeste punkt  $B$  på flaten (tilsvarende  $\theta = \alpha/2$ ) er gitt lik  $b$ . Finn volumgjennomstrømningen  $Q$  i kanalen, uttrykt ved  $U$ ,  $b$  og  $\alpha$ .

**c**

Finn trykket  $p$  i væsken, når trykket i  $O$  er kjent, lik  $p_0$ . Væskens tetthet er antatt kjent, lik  $\rho$ , og tyngden neglisjeres. Er svaret realistisk for store verdier av  $r$ ?

## Oppgave 2:

En rekke kilder er plassert i posisjonene  $(0, 0), (0, \pm a), (0, \pm 2a), \dots$ , som vist i figuren under.



Sett opp uttrykket for det komplekse potensial  $w(z)$  i form av en rekke, og vis ved hjelp av formelen

$$\sinh\left(\frac{\pi z}{a}\right) = \frac{\pi z}{a} \prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z^2 + n^2 a^2}{n^2 a^2}\right), \quad (2)$$

at  $w(z)$  kan skrives som

$$w(z) = \mathcal{C} \ln \sinh \frac{\pi z}{a}, \quad (3)$$

hvor  $\mathcal{C}$  er en reell konstant. Hva blir  $\Phi$  og  $\Psi$ ?

Oppgitt:

$$\sinh z = \sqrt{\left(\frac{1}{2} (\cosh 2x - \cos 2y)\right)} \exp \left[ i \arctan \frac{\tan y}{\tanh x} \right], \quad (4)$$

hvor  $z = x + iy$ .