NTNU

TEP4105: Fluidmekanikk

Øving 1:
Matematikk og grunnlag
Høst 2015

Henvisninger

Dimensjoner, se side 9-10 i White
Reynolds tall, se side 27 i White

Oppgave 1

Vis, ved eksplisitt regning, at

$$\nabla \times (\nabla f) = 0 \tag{1}$$

Oppgave 2

Gitt følgende todimensjonale strømningsfelt:

$$u(x,y,t) = -\frac{U}{L^3}x^2 y \sin\left(\frac{2\pi U}{L}t\right) \tag{2a}$$

$$v(x,y,t) = \frac{U}{L^3}xy^2 \sin\left(\frac{2\pi U}{L}t\right) \tag{2b}$$

$$p(x,y,t) = p_0 \ln\left(\frac{x^2+y^2}{L^2}\right) + p_0 \tag{2c}$$

$$\phi(x,y,t) = \phi_0 \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{L^2}\right), \tag{2d}$$

hvor u og v er *komponentene* av hastighetsfeltet

$$\vec{V} = u\vec{\imath} + v\vec{\jmath},$$

finn:

1) $\dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t}$, 2) $\left(\vec{V}\cdot\nabla\right)\phi$, 3) $\left(\vec{V}\cdot\nabla\right)\vec{V}$

4) $\nabla \times \vec{V}$, 5) $\nabla \cdot \vec{V}$, 6) $\nabla^2\vec{V}$

7) ∇p

Oppgave 3

I utrykkene ovenfor er konstantenes dimensjoner gitt som

$$[U] = \text{m/s} \qquad \text{og} \qquad [L] = \text{m}.$$

Kombiner U, L og ρ (tetthet) slik at du får størrelser med dimensjon

i tid (t)

ii trykk (p)

iii dynamisk viskositet μ (dimensjon; $[\mu]$ = Pa·s)

Hva er forholdet mellom størrelsen $\rho U L$ og den dynamiske viskositeten?

Oppgave 4

Anta at vi har gitt et hastighetsfelt $\vec{V} = f\,\nabla g$, hvor f og g er to *skalare* funksjoner. Bruk Gauss' teorem og vis at

$$\int \left[f\nabla^2 g + (\nabla f)\cdot(\nabla g)\right] d\mathcal{V} = \oint f\nabla g \cdot \vec{n} dA = \oint f\frac{\partial g}{\partial n} dA \tag{3}$$

La så $f \longleftrightarrow g$ og subtrahér ligningene. Vis at vi da får

$$\int \left[f\nabla^2 g - g\nabla^2 f\right] d\mathcal{V} = \oint \left(f\frac{\partial g}{\partial n} - g\frac{\partial f}{\partial n}\right) dA, \tag{4}$$

som er Greens teorem (2. form).