LØSNING AUDITORIEØVING NR 1 TEP 4105 FLUIDMEKANIKK

Høst 2015

Oppgave 1

Hva er disse størrelsene, hvordan er de definert, og hvilken benevning har de (i SI-enheter)?

- Q – Volumstrøm, $= \iint_A \vec{v} \cdot \vec{n} \mathrm{d}A$, m^3/s
- $\dot{m}$ - Massestrøm, $= \iint_A \rho\vec{v} \cdot \vec{n} \mathrm{d}A$, kg/s
- SG – Relativ tetthet, $= \dfrac{\rho_{\text{væske}}}{\rho_{\text{vann}}}$, eller $= \dfrac{\rho_{\text{gass}}}{\rho_{\text{luft}}}$, dimensjonsløs
- γ - spesifikk vekt, $= \rho g$, N/m^3
- Y – overflatespenning , materialparameter, N/m
- Re – Reynolds tall, $= \dfrac{\rho \cdot \text{Hastighet} \cdot \text{Lengde}}{\mu}$, dimensjonsløs

---

Oppgave 2

Er uttrykkene vektorer eller skalarer?

- $\vec{v}$ (hastighet) - vektor
- $\nabla \cdot \vec{v}$ - skalar, divergens
- $\nabla \times \vec{v}$ - vektor, curl (hvirvling)
- p (trykk) - skalar
- ∇p - vektor, trykkgradient

Oppgave 3

Hvilke forutsetninger/antagelser må være oppfylt for at disse to variantene av fluidstatikkens grunnlikning er gyldig?

- $0 = -\nabla p + \rho\vec{g}$ - statisk (fluid i ro)
- $\dfrac{\mathrm{dp}}{\mathrm{dz}} = -\rho g$ - statisk og z-akse || $\vec{g}$ og motsatt rettet

---

Oppgave 4

Hvilke størrelser inngår i :

Ideell gasslov:

Svar: $p = \rho R T$, T temperatur i Kelvin, $R = \dfrac{R_{\text{universell}}}{\text{molmassen}}$

Newtons friksjonslov:

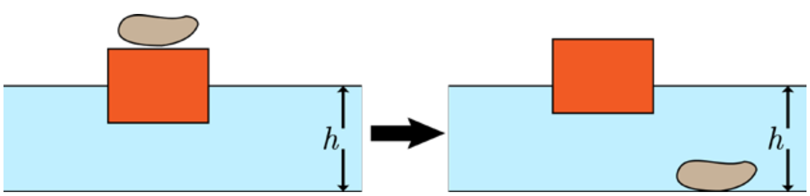
Svar: $\tau = \mu \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$, τ skjærspenning, μ kinematisk viskositet, $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$ hastighetsgradient (helningen på hastighetsprofilet).

Oppgave 5

I deloppgave a) til f) skal dere vurdere hvordan vannstanden h i en liten dam vil endre seg ved forskjellige hendelser. Fire utfall er mulige:

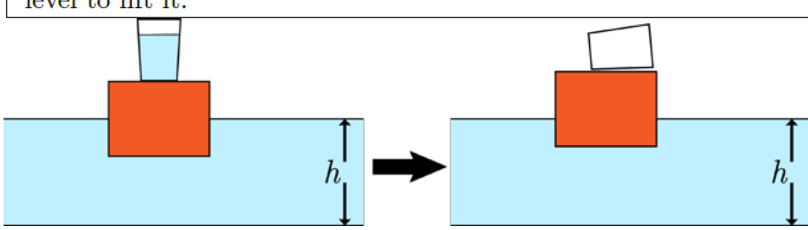
1: Vannstanden øker litt.
2: Vannstanden synker litt.
3: Vannstanden forblir nøyaktig den samme.
4: Umulig å si uten mer informasjon.

Diskuter i grupper hvilken at tilfellene 1-4 vil forekomme. Begrunn svarene med resonnement eller utregning.



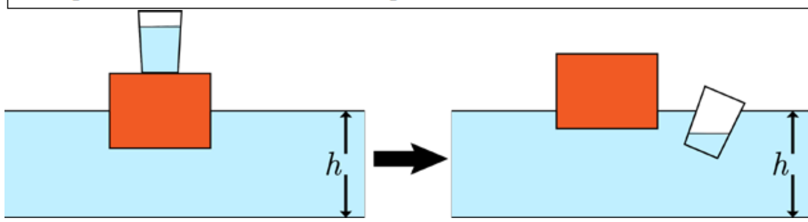
a) En stein faller av og synker

Solution a:
2. The water level decreases slightly.
The box looses the weight of the rock and lifts a volume $(\rho\mathcal{V})_{\text{rock}}/\rho_{\text{water}}$ out of the water. At the same time the rock displaces a volume $\mathcal{V}_{\text{rock}}$. Since $\rho_{\text{rock}} > \rho_{\text{water}}$ (the rock sinks) the net displacement is negative. The volume of the reduced water level then equals $\mathcal{V}_{\text{rock}}\left(\frac{\rho_{\text{rock}}}{\rho_{\text{water}}} - 1\right) = \mathcal{V}_{\text{rock}}\frac{\rho_{\text{rock}} - \rho_{\text{water}}}{\rho_{\text{water}}}$.
Alternative interpretation: A weight $(\rho_{\text{rock}} - \rho_{\text{water}})\mathcal{V}_{\text{rock}}$ is now supported directly by the ground. Before this portion of the total weight was supported by buoyancy and would have required an elevated water level to lift it.



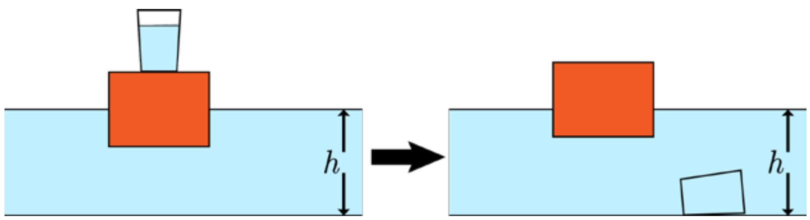
b) Et glass vann veltes og tømmes.
Glasset forblir liggende på boksen

Solution b:
3. The water level stays exactly the same.
The displacement volume from the weight of the water in the glass matches exactly its contribution to the pond water volume when spilled.



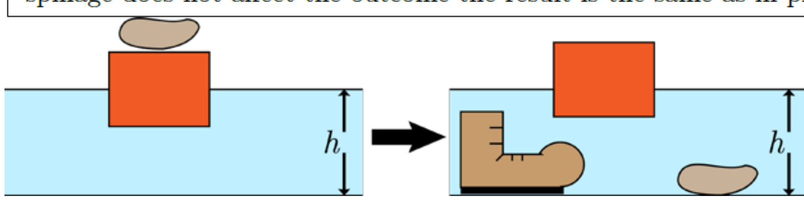
c) Et glass vann veltes av boksen og flyter ved siden av.
Litt vann forblir i glasset

Solution c:
3. The water level stays exactly the same.
The glass (with its remaining water content) displaces just as much pond water floating along side the box as it would atop it. The spilled water does not affect the outcome either (problem b).



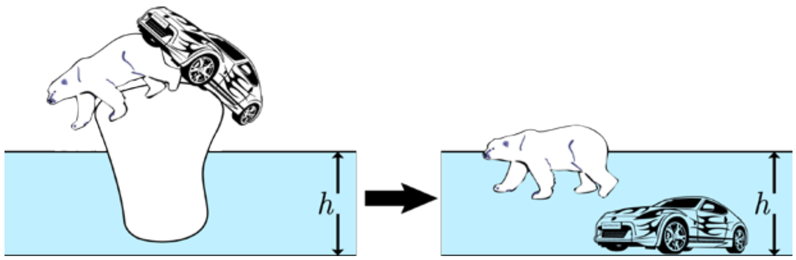
d) Et glass vann veltes av boksen. Glasset synker til bunns.

Solution d:
2. The water level decreases slightly.
The glass is equivalent to the rock in problem a and the water spillage to problem b. Since the water spillage does not affect the outcome the result is the same as in problem a.



e) En stein faller av boksen og synker.
I tillegg kaster en passerende bums en støvel i dammen.

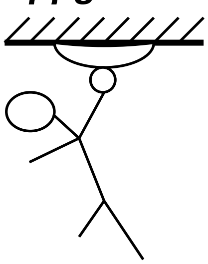
Solution e:
4. We cannot say without more information.
The rock falling off contribures to a volume decrease (problem a) while the boot contribute to a volume increase equal the boot volume. Which is greater depends on the boot volume vs. the rock volume times $\Delta\rho/\rho_{\text{water}}$.



f) En polarbjørn og en sportsbil flyter på et isberg.
Isberget smalter, bilen synker og isbjørnen svømmer munter på overflaten,
lykkelig uvitende om global oppvarming.

> Solution f:
> 2. The water level decreases slightly.
> The polar bear and the iceberg water are equivalent to the glass and the containing water in problem c, respectively. They do not affect the outcome. The sports car is equivalent to the rock in problem a.

Oppgave 6



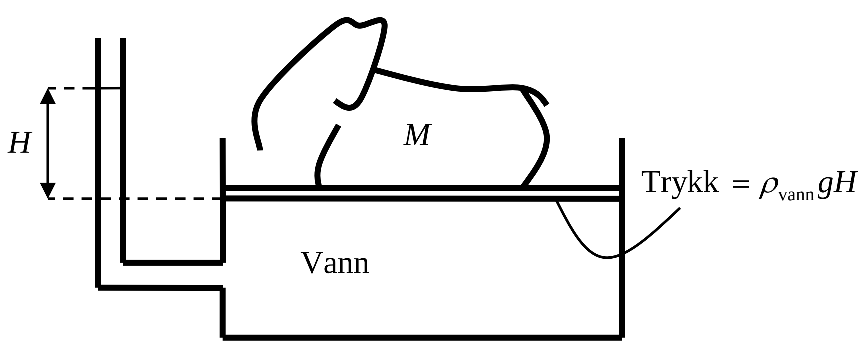
En sugekopp med diameter $D \approx 10\,\mathrm{cm}$ festes i taket. Klarer den å holde en student ($m < 100\,\mathrm{kg}$) oppe?

Svar: Det blir en trykkforskjell på sugekoppen. $F = p_0 \frac{\pi}{4} D^2$.

Estimat: $10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0.1^2 \sim \frac{\pi}{4} 1000\,\mathrm{N}$, dvs ca. 75 kg.

Oppgave 7

Vi skal løfte en 5 tonn tung elefant med en hydraulisk plattform på 10 m^2. Hvor stor må vannhøyden H være?



Svar: Atmosfæretrykket kanselleres. Kraftlikevekt gir at $Mg = \rho_{\text{vann}} gH \cdot \text{Areal}$ som impliserer $H = \frac{M}{\rho_{\text{vann}} A} = \frac{5000}{1000 \cdot 10} = 0.5\,\mathrm{m}$.

Oppgave 8

Bestem diameter D_3 uttrykt ved hjelp av D_1, D_2, p_{atm} og Υ.

Luftmassen i boble 1 og 2 er bevart i boble 3: $m_1 + m_2 = m_3$

$\Rightarrow \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_3 V_3 \Rightarrow \rho_1 D_1^3 + \rho_2 D_2^3 = \rho_3 D_3^3$

Med ideell gass-lov, $p = \rho RT$, kan vi erstatte tettheten ρ med trykket:

$$\Rightarrow \frac{p_1 D_1^3}{RT} + \frac{p_2 D_2^3}{RT} = \frac{p_3 D_3^3}{RT}$$

Prosessen er isoterm og RT kan forkortes. Fra teorien om overflatespenning vet vi at overtrykket inne i en boble er gitt ved

$$\Delta p = p_{boble} - p_{atm} = \frac{4\Upsilon}{D/2}$$

Setter inn for p_{boble}:

$$\underline{\underline{\left(p_{atm} + \frac{8\Upsilon}{D_1}\right) D_1^3 + \left(p_{atm} + \frac{8\Upsilon}{D_2}\right) D_2^3 = \left(p_{atm} + \frac{8\Upsilon}{D_3}\right) D_3^3}}$$