

Übungsblatt 07

09. Juni 2025

Aufgadddbe 1

a)

(Von unten nach oben gelesen)

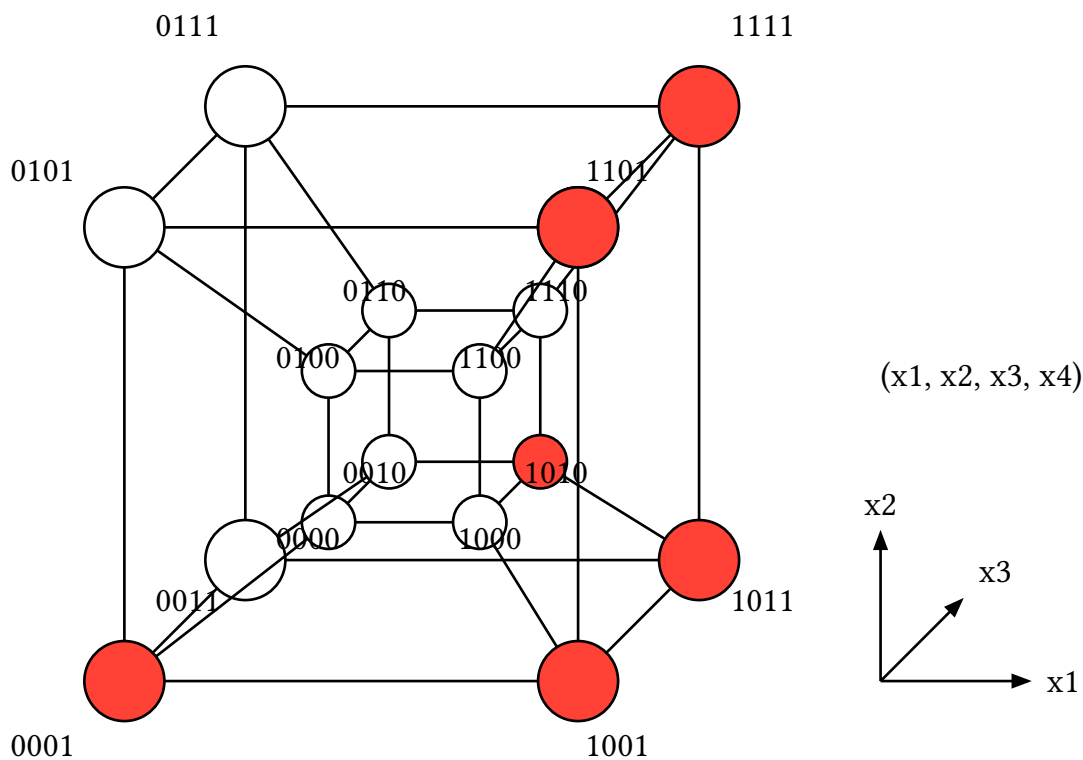
$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$$

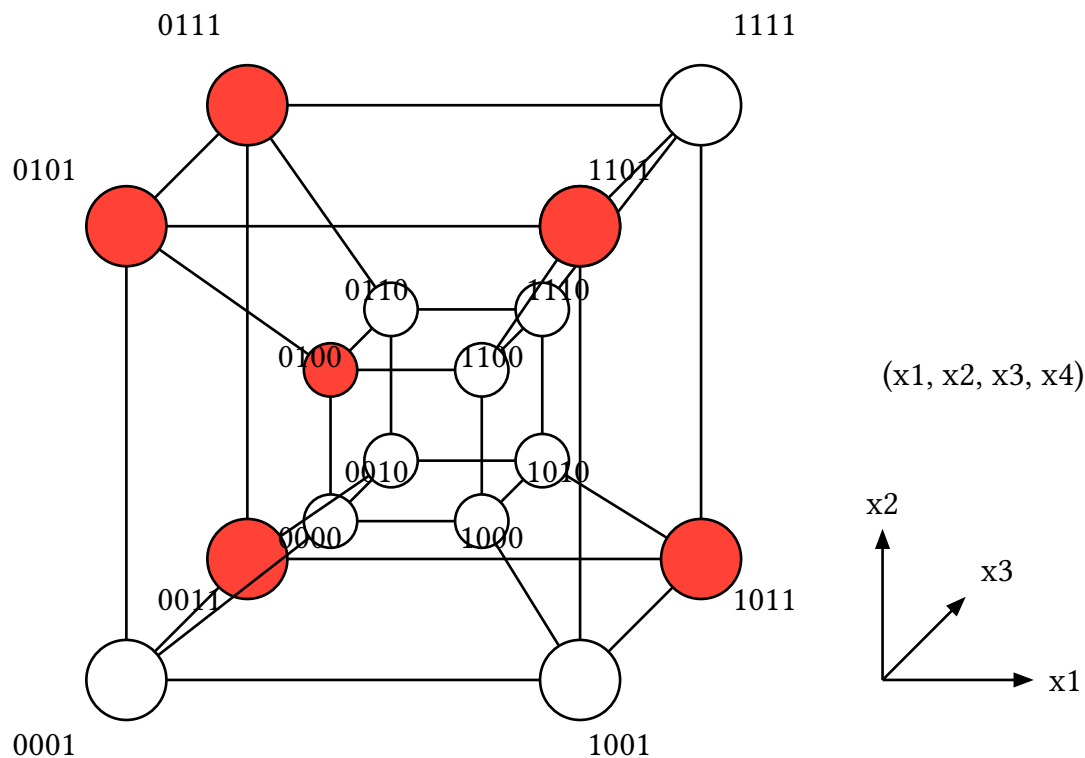
$$f_2 = x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$$

b)

$$\text{cost}(f_1, f_2) = (\text{cost}_1(f_1, f_2), \text{cost}_2(f_1, f_2)) = (|\text{Mon}|_{f_1} + |\text{Mon}|_{f_2}, |\text{lit}|_{f_1} + |\text{lit}|_{f_2}) \\ = (5 + 5, 4 + 4) = (10, 8)$$

c) Hypercube für f_1



c) Hypercube für f_2 **Aufgabe 2**

a) Gegenbeispiel: $(a, b, c, f) = (0, 0, 0, 0)$, da $1 = 1 \wedge f = 0$ kein Implikat

b) Gegenbeispiel: $(a, b, c, f) = (1, 0, 1, 0)$, da $a = 1 \wedge f = 0$ kein Implikat

c) $a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} = 1$ nur bei $(a, b, c) = (1, 0, 0) \rightarrow$ Da ist auch $f(1, 0, 0) = 1$, also Implikant

Kein Primimplikant, weil $a \wedge \bar{c}$ auch ein Implikant ist

d) $b \wedge c = 1$ bei $(a, b, c) = (0, 1, 1)$ und $(1, 1, 1)$, bei beiden ist auch $f(0, 1, 1) = f(1, 1, 1) = 1$, \rightarrow also Implikant

Ist auch Primimplikant, weil weder b noch c alleine Implikanten.

Aufgabe 3

a)

$$\text{ON}(f) = \{0000, 0001, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1010, 1100, 1110, 1111\}$$

$$L_0^{\{x_1, x_2, x_3, x_4\}} = \{0000, 0001, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1010, 1100, 1110, 1111\}$$

$$L_1^{\{x_2, x_3, x_4\}} = \{-000, -100, -110, -111\} \quad L_1^{\{x_1, x_3, x_4\}} = \{0-00, 0-01, 1-00, 1-10\}$$

$$L_1^{\{x_1, x_2, x_4\}} = \{10-0, 11-0, 01-0, 01-1\} \quad L_1^{\{x_1, x_2, x_3\}} = \{010-, 000-, 111-, 011-\}$$

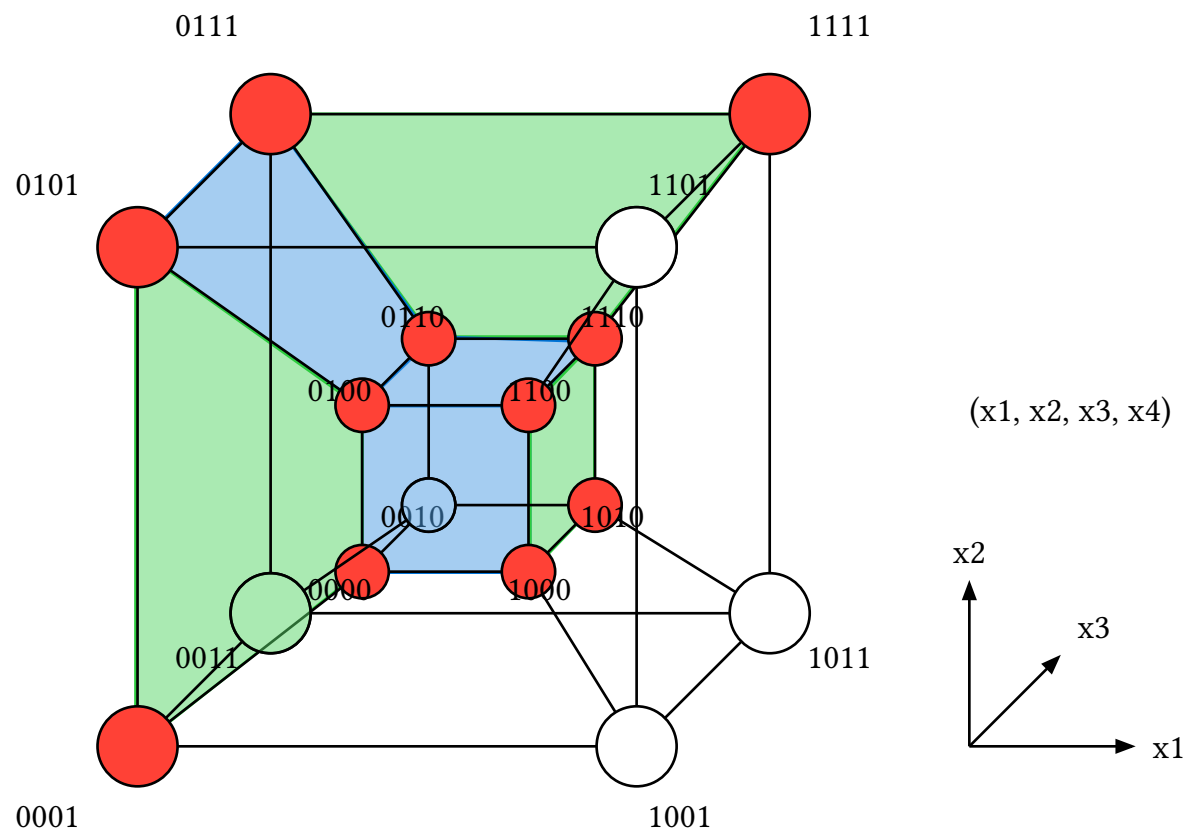
$$L_2^{\{x_3, x_4\}} = \{-00\} \quad L_2^{\{x_2, x_4\}} = \{-1-0\} \quad L_2^{\{x_2, x_3\}} = \{-11-\}$$

$$L_2^{\{x_1, x_4\}} = \{1--0\} \quad L_2^{\{x_1, x_3\}} = \{0-0-\} \quad L_2^{\{x_1, x_2\}} = \{01--\}$$

$$L_3^{\{x_1\}} = \{\emptyset\} \quad L_3^{\{x_2\}} = \{\emptyset\}$$

$$L_3^{\{x_3\}} = \{\emptyset\} \quad L_3^{\{x_4\}} = \{\emptyset\}$$

b) Hypercube für f , $\text{ON}(f)$ in Rot, Primimplikanten in Grün und Blau, Minimal kann mal die ganze ON-Menge mit: $\overline{x_1}x_3 \vee x_2x_3 \vee x_1\overline{x_4}$ darstellen (Grün).



c)

$$\text{alle_min: } \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} \overline{x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_2} x_3 x_4 \vee$$

$$x_1 \overline{x_2 x_3 x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$

$$\text{Primimplikanten: } \overline{x_1 x_3} \vee x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_3 x_4}$$

$$\text{i) } \text{cost}(f) = \text{cost}(\text{alle_min}) = (\text{cost}_1, \text{cost}_2) = (|\text{Mon}|, |\text{lit}|) = (11, 4)$$

$$\text{ii) } \text{cost}(f) = \text{cost}(\text{primim}) = (\text{cost}_1, \text{cost}_2) = (|\text{Mon}|, |\text{lit}|) = (6, 4)$$

Aufgabe 4

$$z.Z : m, m' \text{ Monome} \in BE(X_n), m \leq m' \rightarrow \text{lit}(m') \in \text{lit}(m)$$

Annahme