Bugni and Horowitz (2021) Permutation Tests for the Equality of Distributions of Functional Data

Master Thesis presented to the
Department of Economics at the
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of
Master of Science (M.Sc.)

Supervisor: Prof. Dr. Dominik Liebl

Submitted in June 2022 by:
Jakob R. Juergens
Matriculation Number: 2996491

Contents

1 Introduction

2 Functional Data Analysis

- Ramsay and Silverman 2005

- Kokoszka and Reimherr 2021

- Hsing and Eubank 2015

2.1 Hilbert Space of Square Integrable Functions

2.2 Random Functions

2.3 Probability Measures on $\mathbb{L}^2$

3 Cramér-von Mises Tests

- Darling 1957

- Anderson and Darling 1952

4 Permutation Tests

- Lehmann and Romano 2005

- Vaart and Wellner 1996

4.1 Size and Power

5 Test by Bugni and Horowitz (2021)

- Bugni and Horowitz 2021

- Bugni, Hall, et al. 2009

6 Simulation Study

6.1 Use of High-Performance Computing

- bonna - HPC/A-Cluster der Universität Bonn

- https://www.dice.uni-bonn.de/de/hpc/hpc-a-bonn/infrastruktur

6.2 Simulation Setup

6.3 Results

7 Application

8 Bibliography

Anderson, T. W. and D. A. Darling (1952). "Asymptotic Theory of Certain "Goodness of Fit" Criteria Based on Stochastic Processes". In: *The Annals of Mathematical Statistics* 23.2. Publisher: Institute of Mathematical Statistics, pp. 193–212. DOI: 10.1214/aoms/1177729437.

Bugni, Federico A., Peter Hall, et al. (2009). "Goodness-of-fit tests for functional data". In: *The Econometrics Journal* 12.S1. Publisher: [Royal Economic Society, Wiley], S1–S18. ISSN: 1368-4221. URL: https://www.jstor.org/stable/23116593 (visited on 03/10/2022).

Bugni, Federico A. and Joel L. Horowitz (2021). "Permutation tests for equality of distributions of functional data". en. In: *Journal of Applied Econometrics* 36.7, pp. 861–877. DOI: 10.1002/jae.2846.

Darling, D. A. (Dec. 1957). "The Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises Tests". In: *The Annals of Mathematical Statistics* 28.4, pp. 823–838. DOI: 10.1214/aoms/1177706788.

Hsing, Tailen and Randall L. Eubank (2015). *Theoretical foundations of functional data analysis, with an introduction to linear operators*. Wiley series in probability and statistics. Chichester, West Sussex, UK: John Wiley and Sons, Inc. ISBN: 978-0-470-01691-6.

Kokoszka, Piotr and Matthew Reimherr (2021). *Introduction to functional data analysis*. eng. First issued in paperback. Texts in statistical science series. Boca Raton London New York: CRC Press. ISBN: 978-1-03-209659-9 978-1-4987-4634-2.

Lehmann, E. L. and J. P. Romano (2005). *Testing Statistical Hypotheses*. en. Springer Texts in Statistics. New York, NY: Springer New York. ISBN: 978-0-387-98864-1 978-0-387-27605-2. DOI: 10.1007/0-387-27605-X. (Visited on 03/10/2022).

Ramsay, J. O. and B. W. Silverman (2005). *Functional Data Analysis*. en. Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer New York. ISBN: 978-0-387-40080-8 978-0-387-22751-1. DOI: 10.1007/b98888. (Visited on 03/10/2022).

Vaart, Aad W. van der and Jon A. Wellner (1996). *Weak Convergence and Empirical Processes*. Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer New York. ISBN: 978-1-4757-2547-6 978-1-4757-2545-2. DOI: 10.1007/978-1-4757-2545-2.

9 Versicherung an Eides statt

Ich versichere hiermit, dass ich die vorstehende Masterarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, dass die vorgelegte Arbeit noch an keiner anderen Hochschule zur Prüfung vorgelegt wurde und dass sie weder ganz noch in Teilen bereits veröffentlicht wurde. Wörtliche Zitate und Stellen, die anderen Werken dem Sinn nach entnommen sind, habe ich in jedem einzelnen Fall kenntlich gemacht.

Bonn, XX.XX.2021 _____
Jakob R. Juergens