1. Nehmen Sie an, Sie beobachten in verschiedenen Situationen eine Entscheiderin, die ein Weihnachtsplätzchen aus der Menge $X = \{a, b, c\}$ auswählt. Sie beobachten, dass $a \succeq b$ und $c \succeq a$. Nehmen Sie an, dass die Präferenzrelation der Entscheiderin rational ist und dass sie zwischen je zwei verschiedenen Alternativen immer eine strikte Präferenz hat.

   (a) Bestimmen Sie die Präferenzrelation der Entscheiderin. Mit anderen Worten, geben Sie die Liste aller $\succeq$-Beziehungen an, die für die Entscheiderin gelten.

   (b) Geben Sie Beispiele für zwei unterschiedliche Nutzenfunktionen u und v, die beide die Präferenzrelation (also die Liste aller $\succeq$-Beziehungen) darstellen. Beschreiben Sie die positive monotone Transformation h, welche die beiden Nutzenfunktionen verbindet.

   (c) Welche Alternative wird die Entscheiderin aus der Menge $\{b, c\}$ auswählen?

$c \geq a \quad a \geq b$

$c \geq b$

Präferenzentheorien

a) Transitivität: $c \succeq b$

& ggb. von der Aufgabe: $a \succeq b \quad c \succeq a$

Zusätzlich: Angenommen $x = a \quad y = a$

↳ daraus folgt: $a \succeq a$, $b \succeq b$, $c \succeq c$

// schließlich haben wir 6 Paare die Teil des Präferenzrelation sind

b) Reminder: $c \succeq a \succeq b$ (gesucht sind Nutzenfkt, die diese 3 Präferenzen darlegen)

Beispiel A:
$u(c) = 1$
$u(a) = 0$
$u(b) = -1$

Beispiel B:
$v(c) = 100$
$v(a) = 0$
$v(b) = -100$

$u(x) = 100 \cdot v(x)$

c) Sie wird c wählen
→ es gilt $c \succeq b$ und $\neg(b \succeq c)$, also $c \succ b$

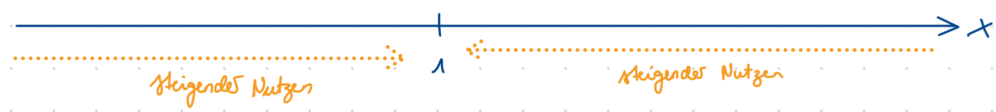
2. Bens Entscheidungsproblem besteht darin, einen Wohnort auszusuchen. Sein Entscheidungsraum X entspricht der reelen Achse. Seine Präferenzen sind so, dass er so nahe wie möglich am der reelen Zahl 1 sein will.

in Volkswirtschaftlichem Zusammenhang z.B. Inflationsziel

~~(a)~~ Was wählt Ben aus der Verfügbarkeitsmenge $[0, 10]$? Was wählt Ben aus der Verfügbarkeitsmenge $[10, 20]$?

~~(b)~~ Welche der drei folgenden Nutzenfunktionen stellt Bens Präferenzen dar: $u(x) = -|x-1|$, $v(x) = -(x-1)^2$, $w(x) = -x$?

(c) Bestimmen Sie positive monotone Transformationen zwischen denjenigen der obigen Nutzenfunktionen, welche Bens Präferenzrelation darstellen.



a) Mengen: $[A, B]$ jede Zahl zwischen A & B

- $[0, 10]$: er wird 1 nehmen
- $[10, 20]$: er wird 10 nehmen (am nächsten an 1)

b) - $u(X) = -|X-1|$

✓ stellt Präferenzen korrekt dar

$u(10) = -|10-1| = -9$
$u(5) = -|5-1| = -4$
$u(1) = 0$
$u(-5) = -|-5-1| = -6$
$u(-10) = -|-10-1| = -11$

Nutzen wird größer je näher an 1

- $v(X) = -(X-1)^2$ → wie oben: stellt Präferenzen korrekt dar

↳ strikt fallend im Bereich $[1, \infty)$,
strikt wachsend im Bereich $(-\infty, 1]$
und zwei Alternativen, die gleich weit weg von 1 sind liefern den gleichen Nutzen

- $w(X) = -X$ → stellt Präferenzen nicht korrekt dar

↳ beschreibt einen Nutzen, der auf der x-Achse so weit links liegen soll wie möglich.

c) Was ist gefragt? Wir sollen eine Funktion $h(y)$ finden durch die beide Funktionen $u(x)$ und $v(x)$ identisch werden, wenn wir $h(y)$ auf eine der beiden Funktionen anwenden.

$u(x) = (-|x-1|)^2$

$v(x) = -(x-1)^2$

$\Rightarrow h(y) = -y^2 \qquad y = u(x) \qquad h(u(x)) = -u(x)^2$

$(|x-1|)^2 = (x-1)^2$

$y^2 \qquad -y^2 \qquad -(u(x))^2 = -(-|x-1|)^2 = v(x)$

$$\begin{aligned} h(u(x)) &= -(-|x-1|)^2 \\ &= -(|x-1|)^2 \\ &= -(x-1)^2 \\ &= v(x) \end{aligned}$$

3. Betrachten Sie das Beispiel drei kollektiver Alternativen $A = \{s, o, l\}$. Es gibt zwei Individuen R und M mit jeweils einer rationalen Präferenzrelation. Wir bezeichnen die dazugehörigen strikten Präferenzrelationen mit $\succ_R$ bzw. $\succ_M$. Nehmen Sie an, es gilt $s \succ_R l \succ_R o$ und $o \succ_M l \succ_M s$. Sie können o als einen Plan interpretieren, um ein Dorf herum eine Umgehungsstraße ohne Lärmschutzwand zu bauen, l als den Plan, eine Straße mit Lärmschutzbarriere zu bauen, und s als den Plan, keine Umgehungsstraße zu bauen. $\succ_R$ sind die strikten Präferenzen der Dorfbewohner, die an der Grenze des Dorfes leben, die durch die Umgehungsstraße negativ beeinflusst werden. $\succ_M$ sind die strikten Präferenzen der Dorfbewohner, die im Zentrum des Dorfes wohnen und so von der Umgehungsstraße profitieren.

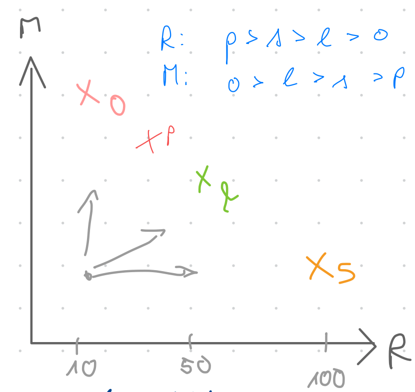
o: Umgehung ohne Lärm

l: Umgehung mit Lärm

s: keine Umgehung

(a) Ist es möglich, eine zusätzliche vierte Alternative p zu definieren und die beiden Präferenzrelationen so zu erweitern, dass die Menge der Pareto-effizienten Alternativen durch $\{s, l, p\}$ gegeben ist? Können Sie für p eine Interpretation geben?

(b) Ist es möglich eine zusätzliche vierte Alternative p zu definieren und die beiden Präferenzrelationen so zu erweitern, dass die Menge der Pareto-effizienten Alternativen durch $\{s, l, o, p\}$ gegeben ist?



a) Ja Präferenzen für R: $s > l > p > o$ (Bewohner an der Dorfgrenze)

M: $p > o > l > s$ (Bewohner im Dorfzentrum)

→ so wird o durch p pareto-dominiert, sprich beide Gruppen werden nicht schlechter gestellt, wenn statt o, p gewählt wird. Dies gilt für keine andere Alternative

→ Beispiel für p: Umgehungsstraße mit Lärmschutz bauen und die Dorfbewohner R an der Stadtgrenze zahlen den Dorfbewohnern M eine hinreichend große Kompensation

b) Ja Präferenzen für R: $s > l > p > o$

M: $o > p > l > s$

→ hier kann von keiner Alternative abgewichen werden ohne das mindestens ein Agent schlechter gestellt wird.

4. Betrachten Sie eine Menge kollektiver Alternativen A (z.B x & y) und zwei Individuen R und M mit Nutzenfunktionen u_R und u_M über die Alternativen in A. Welche der folgenden Aussagen ist immer wahr?

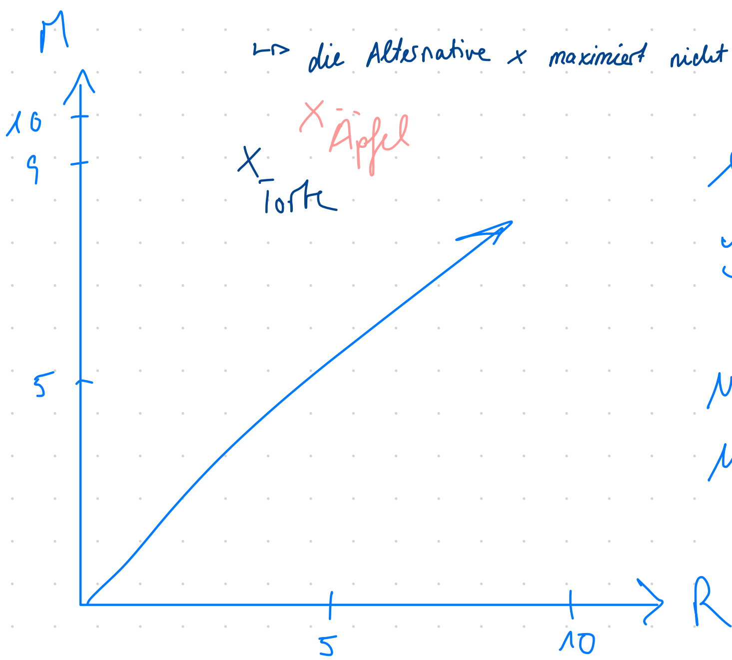
(a) Jede Alternative, die die Summe der Nutzen der Individuen über A maximiert, ist Pareto-effizient.

(b) Jede Pareto-effiziente Alternative maximiert die Summe der Nutzen der Individuen über A.

$u_R + u_M$

a) immer wahr → Wenn x über y pareto-dominiert wird, dann gilt $u_R(y) \geq u_R(x)$ und $u_M(y) \geq u_M(x)$, wobei mindestens eine der beiden strikt ($>$) präferiert wird, gilt immer auch $u_R(y) + u_M(y) > u_R(x) + u_M(x)$.

→ die Alternative x maximiert nicht die Summe der Nutzen



x : 10 Äpfel

y : 1 Torte

$u_R(x) = 7$

$u_M(x) = 9$ (1)

$\overline{17}$

$u_R(y) = 4$

$u_M(y) = 10$ (2)

$\overline{16}$

b) nicht immer wahr → Es sei $A = \{s, l, o\}$ mit Präferenzen $s \succsim_R l \succsim_R o$ und $o >_M l >_M s$

Bsp.: $u_R(s) = 10 \quad u_R(l) = 1 \quad u_R(o) = 0$
& $u_M(s) = 0 \quad u_M(l) = 1 \quad u_M(o) = 2$

→ die einzige Alternative, die die Summe der Nutzen maximiert ist s. Aber alle Alternativen in A sind pareto-effizient