1. Betrachten Sie eine quasilineare Ökonomie wie im fortlaufenden Beispiel in Kapitel 9A, jedoch mit einem Unterschied: Die Individuen $i = N/2+1, \ldots, N$ haben die Zahlungsbereitschaftsfunktion $v^i(x^i) = k\sqrt{x^i}$, wobei $k > 1$ ein gegebener Parameter ist. Dies bedeutet, dass die zweite Hälfte der Individuen mehr an Gut 1 interessiert ist als die erste Hälfte der Individuen.

   (a) Bestimmen Sie die Marktnachfrage (Ihre Antwort ist eine Funktion von p, die auch von den Parametern N und k abhängt). In welche Richtung verschiebt sich die Marktnachfrage im Mengen-Preis-Diagramm, wenn k größer wird?

   (b) Bestimmen Sie den Preis und die gehandelte Menge im Wettbewerbsgleichgewicht. Erläutern Sie intuitiv, warum GG-Preis und GG-Menge steigend in k sind.

   (c) Bestimmen Sie die GG-Allokation und den Gewinn jeder Firma (es ist ausreichend, wenn Sie alle Ausdrücke in Abhängigkeit von p^* aufschreiben.) (Die Antworten hängen auch von den Parametern $\underline{m}_1, \ldots, \underline{m}_N$ ab.) Wie verändert sich der Gewinn, wenn k ansteigt? Interpretieren Sie.

   (d) (* Für mathematisch-interessierte Studierende) Bestimmen Sie für die erste und die zweite Hälfte der Individuen jeweils separat, ob die Individuen durch eine Erhöhung von k besser oder schlechter gestellt werden. Interpretieren Sie.

a) Aus der Vorlesung wissen wir:

Nachfrage D^i für alle Individuen $i \leq \frac{N}{2}$

$$D^i(p) = \frac{1}{4p^2}$$

Individuen $i > \frac{N}{2}$:

Zahlungsbereitschaft: $v^i(x^i) = k\sqrt{x^i}$

$$(v^i)'(x^i) = \frac{k}{2\sqrt{x^i}} = k\frac{1}{2}x^{i\,-\frac{1}{2}} > 0$$

$\rightarrow$ v^i ist wachsend

$$(v^i)''(x^i) = -\frac{1}{4}k\,x^{i\,-\frac{3}{2}} < 0$$

$\lim_{x^i \to 0} (v^i)'(x^i) \rightarrow \infty$

$\rightarrow$ $(v^i)''$ ist fallend

$\rightarrow$ Präferenzrelation ist konvex

$\rightarrow$ BEO ist hinreichend und notwendig für die Nutzenmaximierung

$\rightarrow$ optimale Menge liegt im Inneren $(x^i)^* > 0$

Bedingung erster Ordnung $\quad (v^i)'(x^{i*}) = p$

$$\frac{k}{2\sqrt{x^{i*}}} = p \qquad | \text{ Auflösen}$$

$$\frac{1}{2} k = \sqrt{x^{i*}}\, p \qquad | :p$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{p} = \sqrt{x^{i*}} \qquad | ^2$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{k}{p}\right)^2 = x^{i*}$$

$\rightarrow$ Das heißt: $\quad D^i(p) = \dfrac{k^2}{4p^2}$

Marktnachfrage (beide Typen Induvidien)

$$D(p) = \frac{N}{2} \frac{1}{4p^2} + \frac{N}{2} \frac{k^2}{4p^2} = \frac{N}{2} \frac{1+k^2}{4p^2}$$

Marktnachfrage bei Veränderung von k

$$\frac{dD(p)}{dk} = \frac{N}{2} \left(\frac{1}{4p^2} + \frac{2k}{4p^2} \right) = \frac{N}{2} \left(\frac{1+2k}{4p^2} \right) > 0$$

$\rightarrow$ je größer k, desto größer die Marktnachfrage unabhängig vom Preis p

$\rightarrow$ Im Mengen - Preis - Diagramm verschiebt sich die Marktnachfragekurve nach rechts b)

Marktangebot $S(p)$ aus der Vorlesung bekannt $S(p) = \frac{Mp}{2}$

Gleichgewichtspreis p^* $D(p^*) = S(p^*)$

$$\rightarrow \frac{N}{2} \frac{1+k^2}{4p^{*2}} = M \frac{p^*}{2} \qquad N = 2M$$

$$\frac{1+k^2}{4p^{*2}} = \frac{p^*}{2} \qquad | \text{ Auflösen nach } p$$

$$1+k^2 = 2p^{*3}$$

$$p^{*3} = \frac{1+k^2}{2}$$

$$p^* = \sqrt[3]{\frac{1+k^2}{2}} > 1 \quad (\text{weil } k > 1)$$

$\rightarrow$ Der Preis ist steigend in k (bei $k=1 \rightarrow p=1$)

Gleichgewichtsmenge

$$q^* = S(p^*) = M \frac{\sqrt[3]{\frac{1+k^2}{2}}}{2} = M \frac{\sqrt[3]{1+k^2}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2} = M \frac{\sqrt[3]{1+k^2}}{2^{4/3}}$$

$\rightarrow$ q^* ist auch steigend in k

$\rightarrow$ Somit bewegt sich der Schnittpunkt zwischen Angebot & Nachfrage nach oben. (GG-Preis-Steigt) und rechts (GG-Menge-Steigt)

c) <u>GG-Allokation</u>

Individuen $i \leq \frac{N}{2}$: Gut 1 : $x^{i*} = D^i(p^*) = \frac{1}{4p^{*2}}$

Individuen $i > \frac{N}{2}$: Gut 1 : $x^{i*} = D^i(p) = \frac{k^2}{4p^{*2}}$

Jede Firma produziert die Menge: $q^{*j} = S^j(p^*) = \frac{p^*}{2}$

$$\rightarrow \text{GG Gewinne der Firmen: } \pi^j = \underbrace{p^* q^{*j}}_{\text{Umsatz}} - \underbrace{(q^{*j})^2}_{\text{Kosten}} = \frac{(p^*)^2}{4}$$

$\rightarrow$ steigend in p^*
$\rightarrow$ steigend in k

Konsum an Geld:

Individuen $i > \frac{N}{2}$:

$$m^{*i} = \underline{m^i} + M \frac{1}{N} \pi^i - p^* x^{*i}$$

$$= \underline{m^i} + \frac{M}{2M} \frac{(p^*)^2}{4} - p^* \frac{k^2}{4 p^{*2}}$$

$$= \underline{m^i} + \frac{p^{*2}}{8} - \frac{k^2}{4p^*}$$

Beachte
$N = 2M$

$\rightarrow$ m^{*i} hängen kompliziert von p und k ab

Individuen $i \leq \frac{N}{2}$:

(ersetze k durch 1)

$$m^{*i} = \underline{m^i} + \frac{p^{*2}}{8} - \frac{1}{4p^*}$$

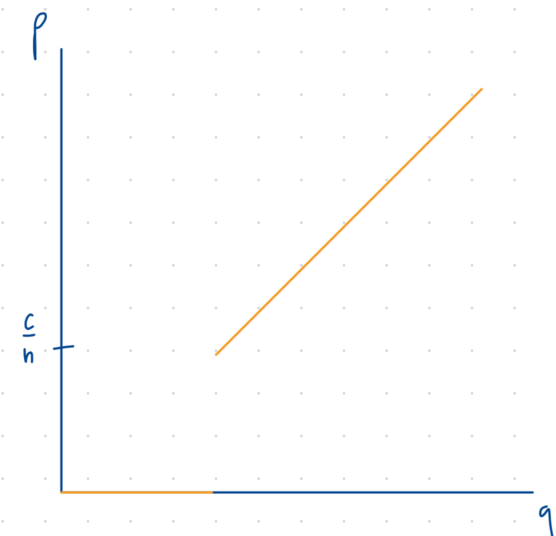
2. Betrachten Sie das Angebot $S(p) = \max\{-c + hp, 0\}$, wobei $c > 0$ und $h > 0$ gegebene Parameter sind. Skizzieren Sie die Angebotsfunktion. Bezeichnen Sie die Output-Preis-Elastizität für einen beliebigen Output-Preis p mit $\eta(p)$. Bei welchen Preisen ist die (Output-) Preiselastizität

(a) definiert?

(b) elastisch?

(c) Gegen welchen Wert konvergiert die Elastizität, wenn p von oben gegen c/h konvergiert? Interpretieren Sie.

Angebot: $S(p) = \max\{-c + hp, 0\}$



$S(p) = 0$, wenn $-c + hp < 0$

$hp < c$

$p < \frac{c}{h}$

$S(p) > 0$, wenn $p > \frac{c}{h}$

→ Angebotslinie ist eine Gerade

Preiselastizität: $\eta(p) = \frac{S'(p) \cdot p}{S(p)}$

a) Die Preiselastizität ist nur definiert für den Bereich $S(p) > 0$, also wenn $p > \frac{c}{h}$

b) Elastisch bedeutet, dass $\eta(p) > 1$

$$\eta(p) = \frac{h \cdot p}{-c + hp} = \frac{hp}{hp - c} > 1$$

$$hp > -c + hp$$

$$0 > -c$$, weil gegeben $c > 0$ ist diese Bedingung immer wahr

c) $\lim_{p \to \frac{c}{h}^+} \eta(p) = \lim_{p \to \frac{c}{h}} \frac{hp}{hp - c} \longrightarrow \frac{c}{c - c} \rightarrow \infty$

→ Wenn p von oben gegen $\frac{c}{h}$ konvergiert, dann konvergiert die Elastizität gegen ∞

→ <u>Interpretation:</u> Wenn das Angebot nahe 0 liegt ($p \approx \frac{c}{h}$) entspricht eine gegebene Verlängerung des Angebots ein starker prozentualer Anstieg: vgl.: $S(p)$ von 0,001 auf 0,1 → Anstieg um 10.000 %

3. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

(a) Wenn bei einem Preis p alle individuellen Angebotskurven elastisch sind, dann ist das Marktangebot beim Preis p ebenfalls elastisch.

(b) Wenn bei einem Preis p alle individuellen Angebotskurven inelastisch sind, dann ist das Marktangebot beim Preis p ebenfalls inelastisch.

(c) Wenn bei einem Preis p alle individuellen Angebotskurven einheitselastisch sind, dann ist das Marktangebot beim Preis p ebenfalls einheitselastisch.

Hinweis: Um die Notation zu vereinfachen, können Sie einen Markt mit nur zwei Firmen betrachten; bezeichnen Sie deren Angebote mit $S^1(p)$ and $S^2(p)$; entwickeln Sie eine Formel, die die individuellen Preiselastizitäten (bezeichnet mit $\eta^1(p)$ und $\eta^2(p)$) mit den Elastizitäten der Marktnachfrage $S(p) = S^1(p) + S^2(p)$ verbindet.

2 Firmen $S^1(p)$ & $S^2(p)$:

$$\eta^1(p) = \frac{(S^1)'(p)\,p}{S^1(p)} \qquad \eta^2(p) = \frac{(S^2)'(p)\,p}{S^2(p)} \qquad | \text{ umstellen}$$

$$S^1(p)\,\eta^1(p) = (S^1)'(p)\,p \qquad S^2(p)\,\eta^2(p) = (S^2)'(p)\,p \qquad | \text{ addieren}$$

$$S^1(p)\,\eta^1(p) + S^2(p)\,\eta^2(p) = ((S^1)'(p) + (S^2)'(p))\,p$$

$$S^1(p)\,\eta^1(p) + S^2(p)\,\eta^2(p) = (S^1 + S^2)'(p)\,p$$

Elastizität des Marktangebots $S(p) = S^1(p) + S^2(p)$

$$\eta(p) = \frac{S'(p)\cdot p}{S(p)} = \frac{(S^1+S^2)'(p)\,p}{S^1(p)+S^2(p)} \qquad | \text{ Umstellen}$$

$$\eta(p)(S^1(p) + S^2(p)) = (S^1+S^2)'(p)\,p \qquad | \text{ einsetzen in obere Gleichung}$$

$$\eta(p)(S^1(p) + S^2(p)) = S^1(p)\,\eta^1(p) + S^2(p)\,\eta^2(p) \qquad | \text{ Umstellen}$$

$$| : (S^1(p) + S^2(p))$$

$$\eta(p) = \eta^1(p) \frac{s^1(p)}{s^1(p) + s^2(p)} + \eta^2(p) \frac{s^2(p)}{s^1(p) + s^2(p)}$$

$0{,}5 \cdot 1{,}5 + 0{,}5 \cdot 2 = 0{,}75 + 1 = 1{,}75$

setze $\lambda = \frac{s^1(p)}{s^1(p) + s^2(p)} \rightarrow \eta(p) = \lambda \eta^1(p) + (1-\lambda) \eta^2(p)$

→ Die Marktelastizität ist der gewichtete Durchschnitt der individuellen Elastizitäten. (λ ist definiert am Martanteil der Firma)

→ Alle Aussagen sind korrekt:

Wenn beide Firmen eine Elastizität von >1 (<1) [$=1$] haben ist auch die Gesamtelastizität >1 (<1) [$=1$]

Alle Aussagen sind wahr