Vejledning i brug af Gym-pakken til Maple

Gym-pakken vil automatisk være installeret på din pc eller mac, hvis du benytter cd'en

Maple 16 - Til danske Gymnasier

eller en af de tilsvarende installere. Det eneste, du behøver, for at indlæse Gym-pakken, er at benytte Maple kommandoen

with(*Gym*)

[*ChiKvadratGOFtest*, *ChiKvadratUtest*, *Cos*, *ExpReg*, *LinReg*, *LogistReg*, *PolyReg*, *PowReg*, *Sin*, *Tan*, *antalstabel*, *arealP*, *arealT*, *binomialTest*, *boksplot*, *cart2pol*, *det*, *dotP*, *ev*, *forventet*, *fraktil*, *frekvens*, *frekvensTabel*, *gennemsnit*, *grupperData*, *hat*, *hyppighed*, *invCos*, *invSin*, *invTan*, *kumuleretFrekvens*, *kvartiler*, *len*, *median*, *middel*, *pindediagramBIN*, *plotHistogram*, *plotPindediagram*, *plotSumkurve*, *plotTrappekurve*, *pol2cart*, *proj*, *spredning*, *sumkurve*, *trappekurve*, *trappekurveBIN*, *typeinterval*, *typetal*, *varians*, *vinkel*, *visMatrix*] **(1)**

Gym-pakken består af en række rutiner, der skal gøre arbejdet med Maple mere bekvemt inden for

- Deskriptiv statistik
- Regressioner
- Trigonometri
- Vektorregning
- χ^2 - test

Nedenfor vil nogle af Gym-pakkens rutiner blive behandlet, opdelt efter de 5 ovennævnte områder. Beskrivelserne, der ledsages af små instruktive eksempler, vil ikke omfatte alle detaljer. For en mere detaljeret beskrivelse henvises til on-line hjælpen i Gym-pakken. Du taster blot

?*Gym*

efterfulgt af Enter, hvorefter du kan navigere i on-line hjælpen via hyperlink.

Hvis du **ikke** har benyttet cd'en 'Maple 16 - Til danske Gymnasier' eller en af de tilsvarende installere til din installation, behøver du ikke at geninstallere Maple.
Du kan downloade Gym-pakken fra MapleGym.dk, og manuelt placere de 3 filer (Gym.lib, Gym.ind og gymhelp.hdb) i lib-mappen i Maple 16 installationen.

Du finder lib-mappen her:

PC	C:\Program Files\Maple 16\lib
Mac	Macintosh HD / Library / Frameworks / Maple.framework / Versions / 16 / lib

Deskriptiv statistik

Gym-pakken indeholder en række rutiner til arbejdet med både ikke-grupperede observationer og grupperede observationer.

Ikke-grupperede observationssæt

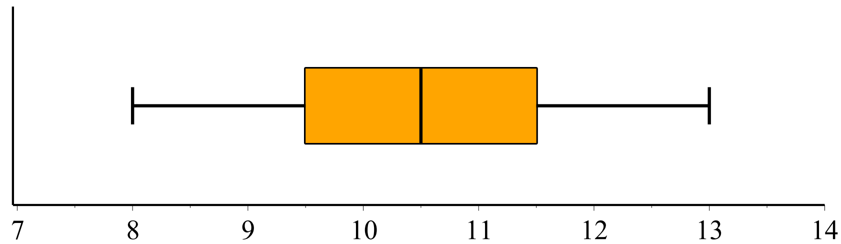
Du kan indtaste data i en liste, en vektor, en matrix eller indlæse data fra en ekstern fil (fx i Excel format). Her er data i en liste (listen behøver ikke at være sorteret):

$obs := [8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 13]:$

Du kan tegne et boksplot direkte på baggrund af de rå data, hvor du tillige vil få kvartilsættet oplyst:

$boksplot(obs)$

Kvartiler = [9.50, 10.50, 11.50]



Vil du bestemme hyppigheder, frekvenser og kvartiler (ud fra en trappekurve), kan du gå frem på denne måde:

Hyppigheder og frekvenser findes (du kan også benytte hyppighedstabellen som input til *frekvenser*):

$$H := hyppighed(obs) = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 9 & 3 \\ 10 & 5 \\ 11 & 5 \\ 12 & 2 \\ 13 & 3 \end{bmatrix}$$

$$F := frekvens(obs) = \begin{bmatrix} 8 & 0.100 \\ 9 & 0.150 \\ 10 & 0.250 \\ 11 & 0.250 \\ 12 & 0.100 \\ 13 & 0.150 \end{bmatrix}$$

De kumulerede frekvenser findes (hvor du selvfølgelig også kan benytte de rå data eller hyppighedstabellen som input):

$$kumuleretFrekvens(F) = \begin{bmatrix} 8 & 0.100 \\ 9 & 0.250 \\ 10 & 0.500 \\ 11 & 0.750 \\ 12 & 0.850 \\ 13 & 1. \end{bmatrix}$$

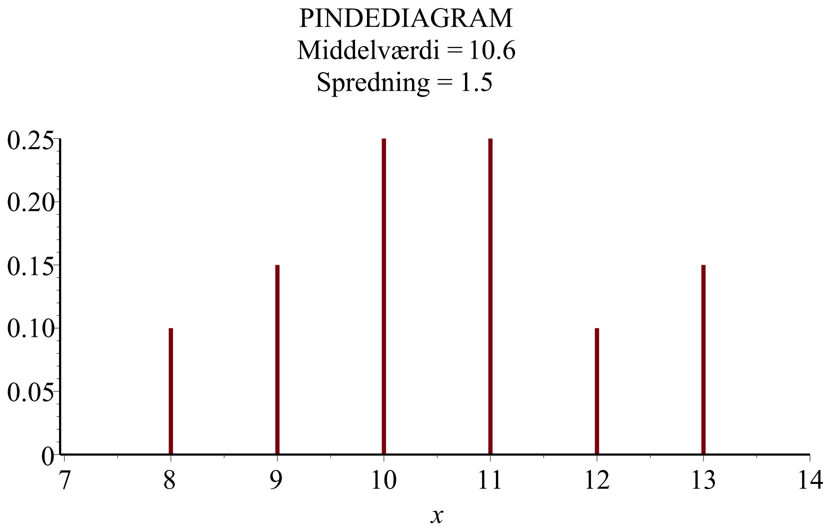
Du kan klare det hele i én arbejdsgang ved at få udskrevet en frekvenstabel - du kan dog ikke benytte tabellen i senere beregninger, da det kun er tekst der udskrives

$frekvensTabel(obs)$

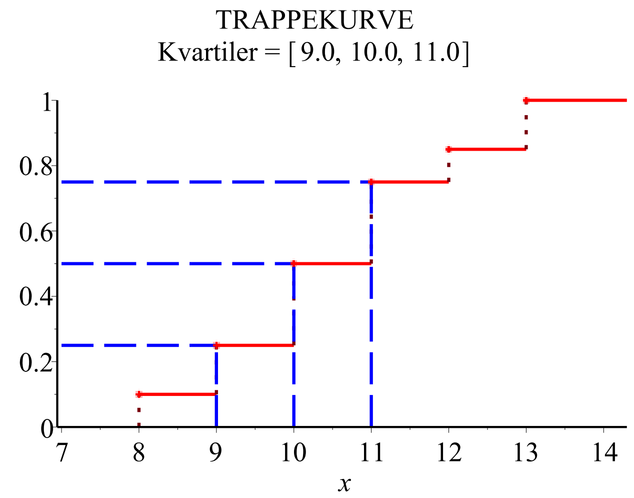
observation	hyppighed	frekvens	kumuleret
8	2	0.1	0.1
9	3	0.15	0.25
10	5	0.25	0.5
11	5	0.25	0.75
12	2	0.1	0.85
13	3	0.15	1

Pindediagrammet og trappekurven tegnes sådan her (i stedet for hyppigheds- eller frekvenstabellen kan du benytte de rå data):

$plotPindediagram(H)$



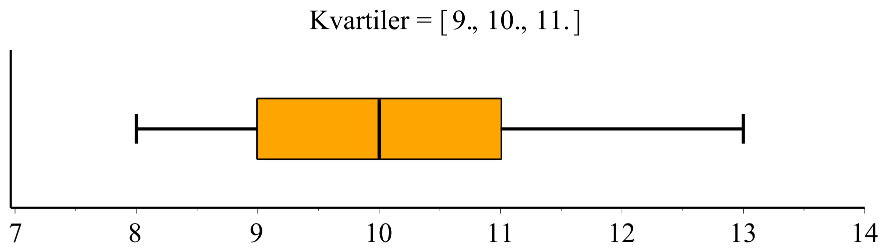
plotTrappekurve(*F*)



Læg mærke til, at du ikke får samme kvartilsæt som i boksplottet ovenforDet skyldes, at to forskellige metoder benyttes (læs mere om dette i online hjælpen):

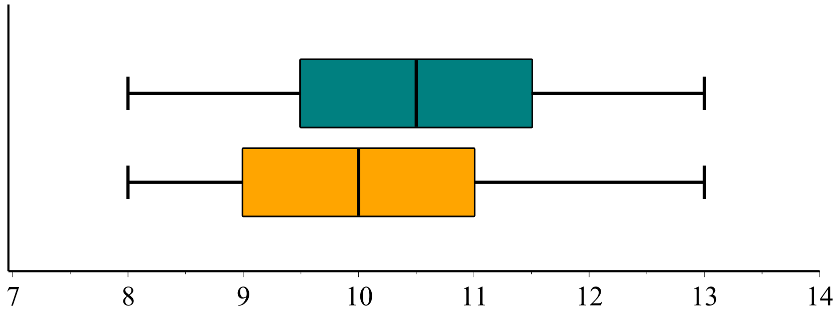
Ved direkte bestemmelse af kvartilsættet, skal du oplyse, hvilken metode du vil benytte. Boksplot-metoden er standard ved rå data, så	*kvartiler*(*obs*) = [9.50, 10.50, 11.50]
Er der sket en optælling af data i enten en hyppighedstabel, så er trappekurve metoden standard:	*kvartiler*(*H*) = [9., 10., 11.]
Hvis du vil benytte trappekurvemetoden til bestemmelse af kvartilsættet på baggrund af de rå data, skal du tilføje en parameter:	*kvartiler*(*obs*, *metode* = 1) = [9., 10., 11.]
- og hvis du vil tvinge Maple til at bruge boksplotmetoden, hvor trappekurvemetoden er standard, skal du tilføje en parameter:	*kvartiler*(*H*, *metode* = 2) = [9.50, 10.50, 11.50]

Vil du have tegnet et boksplot på basis af kvartilsættet bestemt ved trappekurvemetoden, skal du blot tilføje en parameter:
boksplot([*obs*, *metode* = 1])



De to metoder kan sammenlignes i et kombineret boksplot

$boksplot([obs, metode = 1], [obs, metode = 2])$



Pindediagrammet og trappekurven giver oplysning om middelværdi, spredning og kvartilsæt. Disse (og øvrige deskriptorer) kan også findes direkte:

$gennemsnit(obs) = 10.550$

$spredning(obs) = 1.499166435$

$typetal(obs) = [10, 11]$

Fraktiler kan også bestemmes. Fx findes 0.6-fraktilen således - her <u>skal</u> benyttes en hyppigheds- eller en frekvenstabel)

$fraktil(F, 0.6) = 11$

Forskriften for trappekurven kan fås således:

$trappekurve(F, x)$

$$\begin{cases} 0 & x < 8 \\ 0.100000000000000 & 8 \leq x \textbf{ and } x < 9 \\ 0.250000000000000 & 9 \leq x \textbf{ and } x < 10 \\ 0.500000000000000 & 10 \leq x \textbf{ and } x < 11 \\ 0.750000000000000 & 11 \leq x \textbf{ and } x < 12 \\ 0.850000000000000 & 12 \leq x \textbf{ and } x < 13 \\ 1 & 13 \leq x \end{cases} \tag{2}$$

Grupperede observationssæt

Data kan grupperes med funktionen *grupperData*:

$obs := [21.3, 13.7, 7.4, 13.4, 12.8, 9.2, 8.9, 4.2, 15.5, 11.9, 18.2, 14.1, 10.9, 21.7, 10.1, 10.2, 4.2, 23.3, 21.7, 9.9, 16.1, 22.4, 8.5, 13.1, 15.3, 19.0, 14.4, 15.6, 18.2, 14.9, 10.8, 13.7, 11.5, 24.8, 13.7, 14.6, 21.1, 10.1, 24.7, 15.6, 17.2, 12.4, 16.1, 12.9, 15.2, 24.9, 26.1, 19.4, 19.4, 10.7]:$

Start med at finde den mindste og den største observation:

$\min(obs) = 4.2$
$\max(obs) = 26.1$

Alle observationer ligger i al fald i intervallet $[0, 30]$. Dette interval opdeles i delintervaller af længde 5, og observationerne grupperes efter denne opdeling i 6 grupper:

$G := grupperData(obs, 0..30, 6)$

$$\begin{bmatrix} 0...5. & 2 \\ 5...10. & 5 \\ 10...15. & 20 \\ 15...20. & 13 \\ 20...25. & 9 \\ 25...30. & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Hvis du har de grupperede data givet, skal du indtaste data i en matrix med observationsintervallerne i 1. søjle og hyppigheder (eller frekvenser) i 2. søjle.

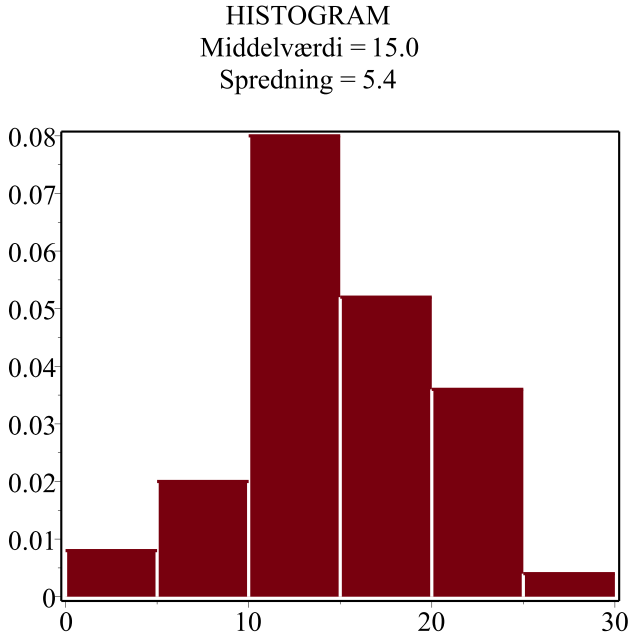
Intervalfrekvenserne og de kumulerede frekvenser finder du sådan her:

$$frekvens(G) = \begin{bmatrix} 0...5. & 0.0400 \\ 5...10. & 0.100 \\ 10...15. & 0.400 \\ 15...20. & 0.260 \\ 20...25. & 0.180 \\ 25...30. & 0.0200 \end{bmatrix}$$

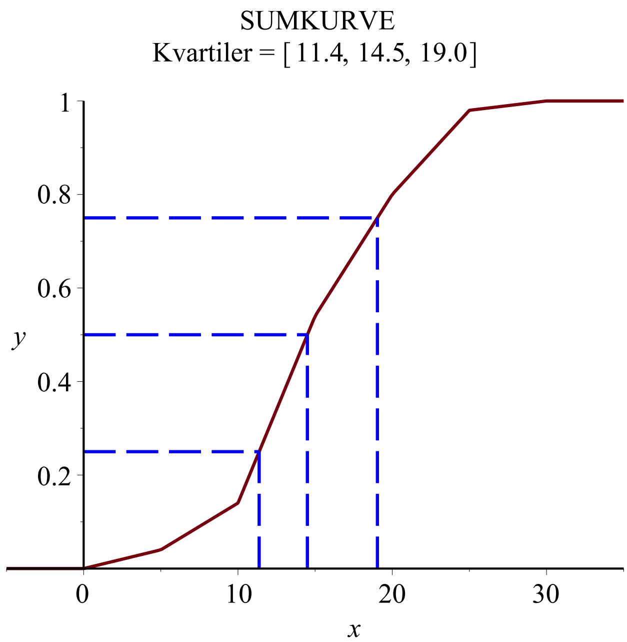
$$kumuleretFrekvens(G) = \begin{bmatrix} 0...5. & 0.0400 \\ 5...10. & 0.140 \\ 10...15. & 0.540 \\ 15...20. & 0.800 \\ 20...25. & 0.980 \\ 25...30. & 1. \end{bmatrix}$$

Histogram og sumkurve tegnes:

plotHistogram(G)



plotSumkurve(G)



Histogrammet og sumkurven giver oplysning om middelværdi, spredning og kvartilsæt. Disse (og øvrige deskriptorer) kan findes direkte:

$middel(G) = 15.$

$spredning(G) = 5.40832691319598$

$typeinterval(G) = [10. ..15.]$

Fraktiler kan også bestemmes. Fx findes 0.6-fraktilen således:

$fraktil(G, 0.6) = 16.15384615$

Forskriften for sumkurven fås således:

$sumkurve(G, x)$

$$\begin{cases} 0 & x < 0. \\ 0.00800000000000000\, x & 0. \leq x \textbf{ and } x < 5. \\ 0.0200000000000000\, x - 0.0600000000000000 & 5. \leq x \textbf{ and } x < 10. \\ 0.0800000000000000\, x - 0.660000000000000 & 10. \leq x \textbf{ and } x < 15. \\ 0.0520000000000000\, x - 0.240000000000000 & 15. \leq x \textbf{ and } x < 20. \\ 0.0360000000000000\, x + 0.0800000000000003 & 20. \leq x \textbf{ and } x < 25. \\ 0.00400000000000000\, x + 0.880000000000000 & 25. \leq x \textbf{ and } x < 30. \\ 1 & 30. \leq x \end{cases} \qquad \textbf{(4)}$$

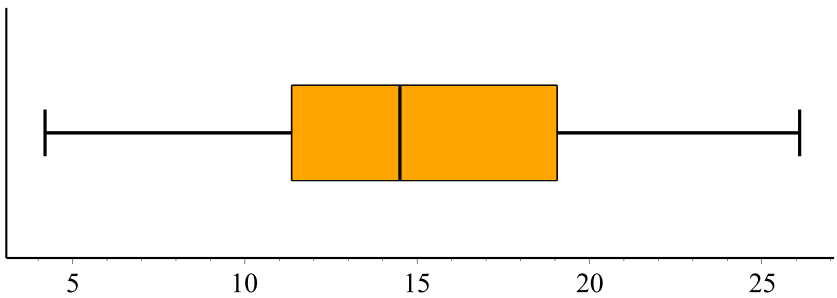
Skal du aflæse nogle værdier på din sumkurve - fx værden i 22 - så indsætter du blot i *sumkurve*:

$sumkurve(G, 22) = 0.872000000000000$

der fortæller, at 87.2% af alle observationer er mindre end eller lig med 22.

Du kan også få tegnet et boksplot for et grupperet observationssæt. Her er du dog nødt til at angive minimums- og maksimumsværdien, hvis disse kendes, ellers benyttes (her) 0 og 30.
$boksplot([G, \{4.2, 26.1\}])$

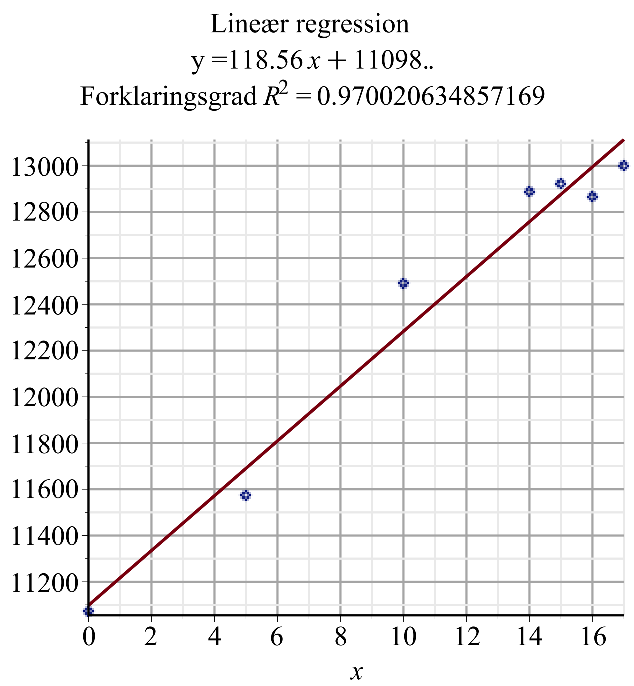
Kvartiler = [11.38, 14.50, 19.04]



Regressioner

Gym-pakken indeholder 5 rutiner til regression: *LinReg*, *ExpReg, PowReg, PolyReg* og *LogistReg.* Disse er meget fleksible, og flere dataformater tillades.
I nedenstående eksemper repræsenteres data i to lister, men det kunne også være som vektorer, matricer og arrays (hvis data importeres fra en ekstern fil).

Lineær regression
$X := [0, 5, 10, 14, 15, 16, 17]:$
$Y := [11073, 11575, 12492, 12887, 12922, 12865, 13000]:$
$LinReg(X, Y)$



LinReg giver på én gang regressionsligningen, forklaringsgraden og et plot af datapunkterne sammen med grafen for regressionsligningen.

Er der behov for at definere regressionsudtrykket som en funktion, klares dette ved at tilføje det ønskede navn på den uafhængige variabel som en tredje parameter i *LinReg.* Fx

$LinReg(X, Y, x)$

$$118.561475409836\, x + 11097.8237704918 \tag{5}$$

Hvis du skal finde værdien i fx $x = 20$ af regressionsudtrykket, skal du blot sætte 20 ind i $LinReg(X, Y, x)$ i stedet for x:

$LinReg(X, Y, 20) = 13469.0532786885$

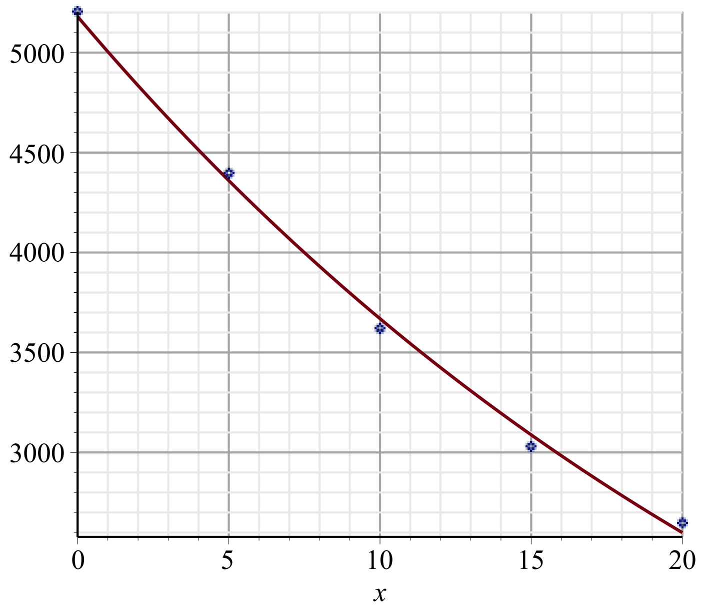
Vil du have et mere bekvemt navn til regressionsfunktionen, kan du definere
$f := x \rightarrow LinReg(X, Y, x)$

$$x \rightarrow Gym\text{:-}LinReg(X, Y, x) \tag{6}$$

Eksponentiel regression

$X := [0, 5, 10, 15, 20]$:
$Y := [5205, 4397, 3622, 3031, 2647]$:
$ExpReg(X, Y)$

Eksponentiel Regression
$y = 5180.3 \cdot 0.96610^x$
Forklaringsgrad $R^2 = 0.99682$



ExpReg giver på én gang regressionsligningen, forklaringsgraden og et plot af datapunkterne sammen med grafen for regressionsligningen.

Hvis ovenstående graf ønskes tegnet med en logaritmisk y-akse, klares dette ved et højre-klik i grafen, og y-aksen indstilles til logaritmisk under 'axes' i kontekstmenuen.

Er der behov for at definere regressionsudtrykket som en funktion, klares dette ved at tilføje det ønskede navn på den uafhængige variabel som en tredje parameter i *ExpReg*. Fx

$ExpReg(X, Y, t) = 5180.28826541937\ 0.966099634291293^t$

Hvis du skal finde værdien i fx $t = 7$ af regressionsudtrykket, skal du blot sætte 7 ind i $ExpReg(X, Y, t)$ i stedet for t:

$ExpReg(X, Y, 7) = 4069.18421755868$

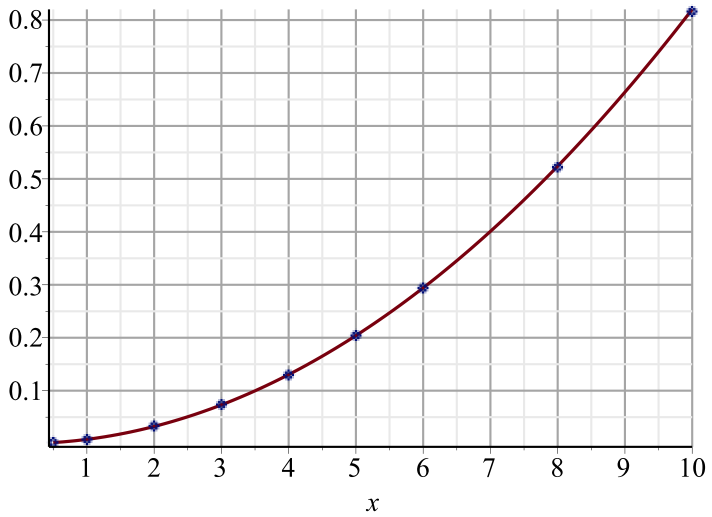
Vil du have et mere bekvemt navn til regressionsfunktionen, kan du definere
$f := x \rightarrow ExpReg(X, Y, t)$

$$x \rightarrow Gym\text{:-}ExpReg(X, Y, t) \qquad \textbf{(7)}$$

Potensregression

$X := [0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10]:$
$Y := [0.002, 0.008, 0.033, 0.074, 0.130, 0.204, 0.294, 0.522, 0.816]:$
$PowReg(X, Y)$

Potens Regression
$y = 0.0080749 \cdot x^{2.0068}$
Forklaringsgrad $R^2 = 0.99998$



PowReg giver på én gang regressionsligningen, forklaringsgraden og et plot af datapunkterne sammen med grafen for regressionsligningen.

Hvis ovenstående graf ønskes tegnet med en logaritmiske akser, klares dette ved et højre-klik i grafen, og både x-aksen og y-aksen indstilles til logaritmisk under 'axes' i kontekstmenuen.

Er der behov for at definere regressionsudtrykket som en funktion, klares dette ved at tilføje det ønskede navn på den uafhængige variabel som en tredje parameter i *PowReg*. Fx

$PowReg(X, Y, x) = 0.00807487866766576\, x^{2.00675834882888}$

Hvis du skal finde værdien i fx $x = 9$ af regressionsudtrykket, skal du blot sætte 9 ind i $PowReg(X, Y, x)$ i stedet for x:

$PowReg(X, Y, 9) = 0.663850257440628$

Vil du have et mere bekvemt navn til regressionsfunktionen, kan du definere
$f := x \rightarrow PowReg(X, Y, x)$

$$x \rightarrow Gym\text{:-}PowReg(X, Y, x) \quad \textbf{(8)}$$

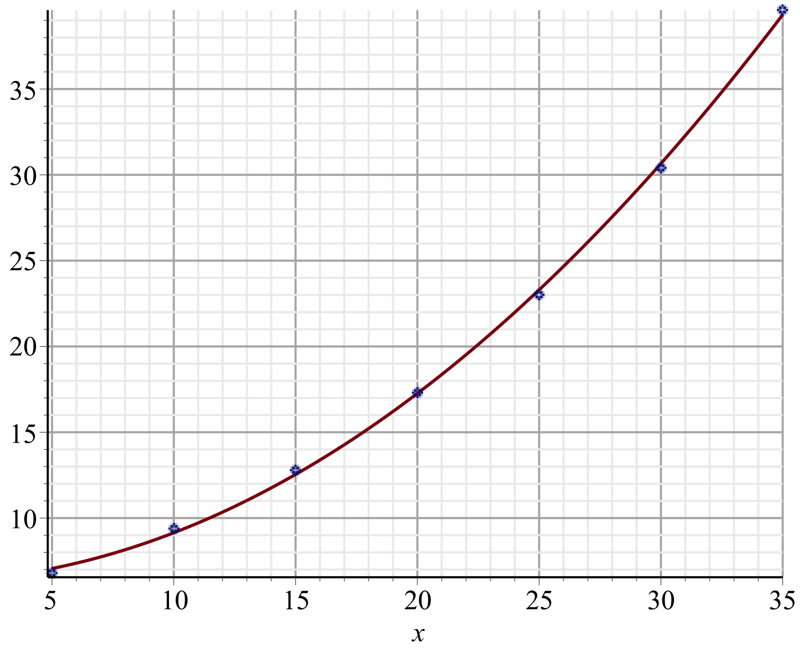
Polynomiel regression

Med *PolyReg* kan du tilpasse data til et andengradspolynomium, et tredjegradspolynomium, osv. Bruger du *PolyReg* til at tilpasse til et førstegradspolynomium, svarer dette helt til lineær regression.

Lad os som eksempel se på en tilpasning til et andengradspolynomium - eller kvadratisk regression, som det også kaldes.

$X := [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35]:$
$Y := [6.8, 9.4, 12.8, 17.3, 23.0, 30.4, 39.6]:$
$PolyReg(X, Y, 2)$

Kvadratisk regression
y =$0.026381\,x^2 + 0.020476\,x + 6.3000$.
Forklaringsgrad $R^2 = 0.99939$



Bemærk, at denne regression kræver 3 parametre, hvor den sidste angiver graden (2 for andengrads, 3 for tredjegrads, osv.)

Skal du bruge regressionsudtrykket (uden graf), så skal du bruge 4-parameter versionen:

$PolyReg(X, Y, 2, x)$

$$0.0263809523809524\,x^2 + 0.0204761904761915\,x + 6.29999999999999$$

$$\xrightarrow{\text{at 5 digits}} 0.026381\,x^2 + 0.020476\,x + 6.3000 \qquad \textbf{(10)}$$

Logistisk regression

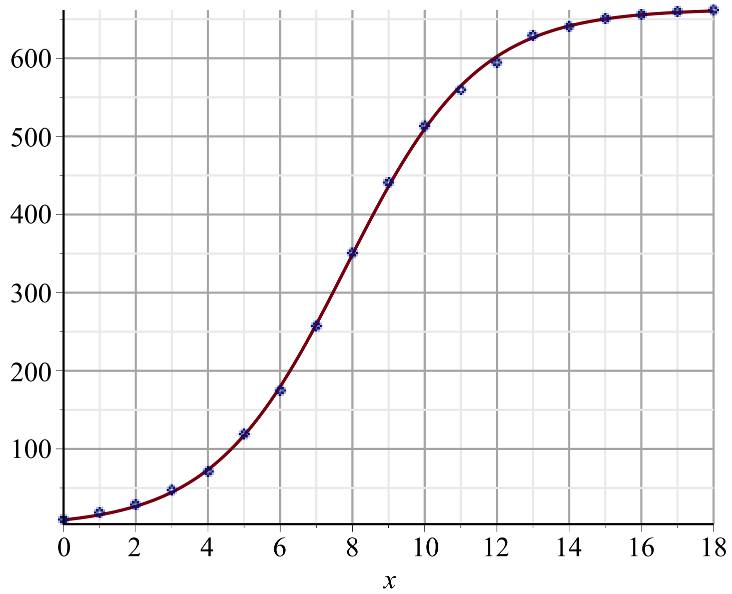
Tilpasning af data til en logistisk funktion kan ske med *LogistReg*:

$X := [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18]:$
$Y := [9.6, 18.6, 29.0, 47.2, 71.1, 119.1, 174.6, 257.3, 350.7, 441.0, 513.3, 559.7, 594.8, 629.4, 640.8, 651.1, 655.9, 659.6, 661.8]:$
$LogistReg(X, Y)$

Logistisk Regression

$$y = \frac{663.03}{1. + 71.535\, e^{-0.54692\, x}}.$$

Forklaringsgrad $R^2 = 0.99992$



Hvis du kun vil have funktionsudtrykket benyttes:

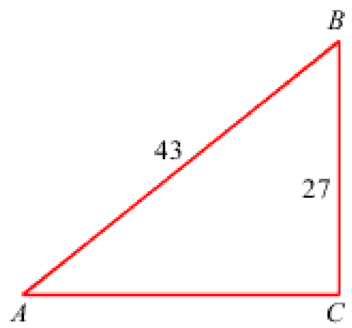
$LogistReg(X, Y, x)$

$$\frac{663.032900254067}{1 + 71.5350637778736\, e^{-0.546918999492037\, x}} \tag{11}$$

Trigonometri

Maple funktionerne sin, cos og tan regner i radianer, hvilket ikke er hensigtsmæssigt i forbindelse med trigonometri. For at slippe for at konvertere gradmål for vinkler til radianer er Gym-pakken udstyret med funktionerne Sin, Cos og Tan, der regner i grader. Desuden er Gym-pakken udstyret med de inverse funktioner invSin, invCos og invTan, der virker som på en lommeregner.

Retvinklet trekant

I den retvinklede trekant ABC er $C = 90°$, $c = 43$ og $a = 27$ Beregn A, B og b.	

Det nemmeste er at opskrive udtrykket for $Sin(A)$, og med det samme indsætte de givne sider:

$$Sin(A) = \frac{27}{43} \xrightarrow{\text{solutions for A}} 38.89587133 \xrightarrow{\text{assign to a name}} A$$

Dvs., at $\angle A = 38.9\ °$

I stedet kan vi naturligvis benytte *invSin*, men det er nemmere at lade Maple tage sig af omskrivningerne:

$$invSin\left(\frac{27}{43}\right) = 38.89587132$$

Tilsvarende bestemmes vinkel B:

$$Cos(B) = \frac{27}{43} \xrightarrow{\text{solutions for B}} 51.10412867 \xrightarrow{\text{assign to a name}} B$$

Dvs., at $\angle B = 51.1\ °$

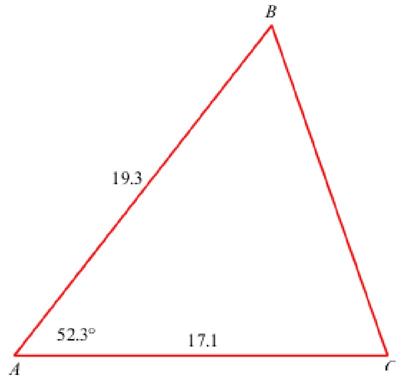
Tilbage er blot at bestemme b:

$$Cos(A) = \frac{b}{43} \xrightarrow{\text{solutions for b}} 33.46640106 \xrightarrow{\text{assign to a name}} b$$

Længden af siden b er således $b = 33.46$

Vilkårlig trekant

<table>
<tr>
<td>Beregn de ubekendte stykker i trekant ABC når

$A = 52.3°$, $b = 17.1$ og $c = 19.3$.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Start med at skrive cosinusrelationen op, hvor du straks indsætter de kendte værdier (måske skal du rense variablen a inden du starter)

$$a^2 = 19.3^2 + 17.1^2 - 2 \cdot 19.3 \cdot 17.1 \cdot Cos(52.3) \xrightarrow{\text{solutions for a}} 16.16339884, -16.16339884$$
$$\xrightarrow{\text{select entry 1}} 16.16339884 \xrightarrow{\text{assign to a name}} a$$

Til bestemmelse af vinklerne kan du bruge såvel sinusrelationen som cosinusrelationen, men det sikreste er at bruge cosinusrelationen, da den kun giver én brugbar løsning:

$$Cos(C) = \frac{a^2 + 17.1^2 - 19.3^2}{2\,a \cdot 17.1} \xrightarrow{\text{solutions for C}} 70.86783053 \xrightarrow{\text{assign to a name}} C$$

Tilbage er blot at beregne vinkel B:

$$B := 180 - 52.3 - C = 56.83216947$$

Hvis du foretrækker at definere de kendte sider og vinkler ved deres navne, og derved bruge de generelle udgaver af sinus- og cosinusrelationerne, er der intet til hinder for det. Husk blot altid at tjekke, at de variabler, du vil løse med hensyn til, ikke allerede er tildelt værdier. Kig i paletten 'Variables', højreklik på den variabel, du vil slette, og vælg 'unasign'.

Du finder mange flere eksempler i online hjælpen.

Vektorregning

I Gym-pakken er der en række funktioner, der gør arbejdet med vektorer mere bekvemt.

2D-vektorer.

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er defineret ved
$\vec{a} := \langle 2, 3 \rangle :$
$\vec{b} := \langle -5, 4 \rangle :$

Længden af $\vec{a}$	$len(\vec{a}) = \sqrt{13}$
Vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$	$vinkel(\vec{a}, \vec{b}) = 85.03025926$
Projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$	$proj(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{bmatrix} -\frac{10}{41} \\ \frac{8}{41} \end{bmatrix}$
Arealet af det parallelogram, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:	$arealP(\vec{a}, \vec{b}) = 23$
Arealet af den trekant, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:	$arealT(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{23}{2}$
$\vec{a}$ skrevet på **polær form**	$cart2pol(\vec{a}) = [\sqrt{13}, 56.309]$
$\vec{c} := [2, 30] = [2, 30]$ skrevet med **cartesiske koordinater**	$pol2cart(\vec{c}) = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}$
Tværvektoren til $\vec{a}$	$hat(\vec{a}) = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
Determinanten af $\vec{a}$ og $\vec{b}$	$det(\vec{a}, \vec{b}) = 23$
Enhedsvektor ensrettet med $\vec{a}$	$ev(\vec{a}) = \begin{bmatrix} \frac{2}{13}\sqrt{13} \\ \frac{3}{13}\sqrt{13} \end{bmatrix}$

Skalarproduktet mellem to vektorer kan udregnes som $\vec{a}.\vec{b}$, men denne implementation benytter det komplekse skalarprodukt, og kan give utilsigtede resultater i symbolske beregninger.
Fx fås:

$\vec{a} := \langle 2, t \rangle : \vec{b} := \langle -5\ t, 4 \rangle$

$\vec{a}.\vec{b} = -10\ t + 4\ \overline{t}$

der med det almindelige skalarprodukt skulle give $-6\ t$. Til at håndtere den slags situationer indeholder Gym-pakken funktionen *dotP*:

$dotP(\vec{a}, \vec{b}) = -6\ t$

3D-vektorer
To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er defineret ved
$\vec{a} := \langle 2, 3, -7 \rangle :$
$\vec{b} := \langle -5, 4, 3 \rangle :$

Længden af $\vec{a}$	$len(\vec{a}) = \sqrt{62}$
Vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$	$vinkel(\vec{a}, \vec{b}) = 109.9530536$
Projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$	$proj(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{bmatrix} \frac{19}{10} \\ -\frac{38}{25} \\ -\frac{57}{50} \end{bmatrix}$
Arealet af det parallelogram, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:	$arealP(\vec{a}, \vec{b}) = \sqrt{2739}$
Arealet af den trekant, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:	$arealT(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}\sqrt{2739}$
Enhedsvektor ensrettet med $\vec{a}$	$ev(\vec{a}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{31}\sqrt{62} \\ \frac{3}{62}\sqrt{62} \\ -\frac{7}{62}\sqrt{62} \end{bmatrix}$

χ^2 - test

Gym-pakken indeholder en række funktioner til anvendelse i forbindelse med χ^2 - test:

antalstabel

- en hjælpefunktion til brug i forbindelse med optælling af data efter inddelingskriterier. Typisk vil data hentes fra fx Excel.

$A := antalstabel(M)$

$$\begin{bmatrix} \text{"Observeret"} & \text{"Aviser eller blade"} & \text{"Internet eller mobil"} & \text{"Radio eller TV"} & \text{"i alt"} \\ \text{"Kvinde"} & 171 & 103 & 369 & 643 \\ \text{"Mand"} & 97 & 80 & 180 & 357 \\ \text{"i alt"} & 268 & 183 & 549 & 1000 \end{bmatrix} \quad \textbf{(12)}$$

forventet

- en hjælpefunktion til beregning af forventede værdier i en tabel under forudsætning af uafhængighed mellem inddelingskriterierne. Her benyttes antalstabellen som input. Har du ikke antalstabellen til rådighed, kan du istedet benytte matricen af observerede værdier

$$\begin{bmatrix} 171 & 103 & 369 \\ 97 & 80 & 180 \end{bmatrix}$$

$forventet(A)$

$$\begin{bmatrix} \text{"Forventet"} & \text{"Aviser eller blade"} & \text{"Internet eller mobil"} & \text{"Radio eller TV"} & \text{"i alt"} \\ \text{"Kvinde"} & 172.32 & 117.67 & 353.01 & 643 \\ \text{"Mand"} & 95.676 & 65.331 & 195.99 & 357 \\ \text{"i alt"} & 268 & 183 & 549 & 1000 \end{bmatrix} \quad \textbf{(13)}$$

ChiKvadratUtest

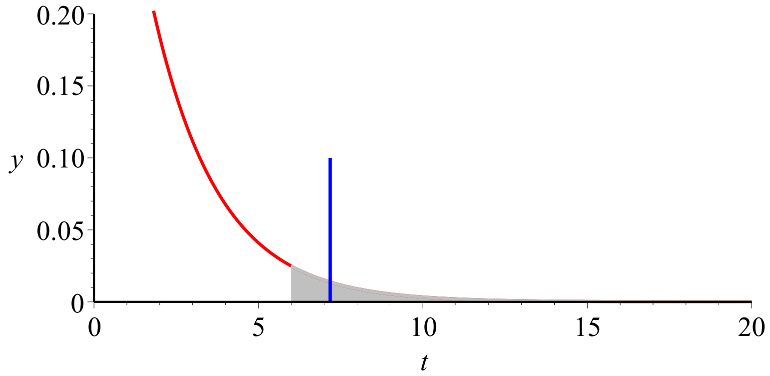
beregner en χ^2 - test for uafhængighed i en matrix. Her benyttes antalstabellen som input. Har du ikke antalstabellen til rådighed, kan du istedet benytte matricen af observerede værdier

$$\begin{bmatrix} 171 & 103 & 369 \\ 97 & 80 & 180 \end{bmatrix}$$

ChiKvadratUtest(*A*)

Hypotesen forkastes på det foreliggende grundlag

χ^2-teststørrelse = 7.1805
Kritisk værdi = 5.9915
p-værdi = 0.027592



ChiKvadratGOFtest

beregner en χ^2 - test for Godness of Fit mellem en observeret liste og en forventet liste:

$obs := [5, 4, 5, 6, 5, 13]:$

$forv := [6.33, 6.33, 6.33, 6.33, 6.33, 6.33]:$

ChiKvadratGOFtest(*obs*, *forv*)

Hypotesen accepteres på det foreliggende grundlag

χ^2-teststørrelse = 8.7415
Kritisk værdi = 11.070
p-værdi = 0.11983