Noter til midtvejsprøven

Mads Nymann-Lynggaard

27. februar 2019

Indhold

1 Gassens termiske energi **2**

2 Root-mean-square hastigheden **2**

3 Entropiændring ved volumenændring **2**

4 Forhold mellem multiplicitet før og efter forøgelse af volumen **2**

5 Mikrotilstande for mønter **3**

6 Sandsynligheden for at alle mønter viser plat eller andre meget specifikke microstates **3**

7 Sandsynlighed for en macrostate **3**

8 Varmetilførsel krævet for at smelte is **4**

9 Entropiændring ved at skifte fase fra is til vand **4**

10 Hvad sker der med multipliciteten når et system består af 2 einsteinsolids med forskellig multiplicitet **4**

11 Tilnærmet udtryk for multipliciteten for et system hvor den ene solid har alle energikvanterne **4**

12 Tilnærmet udtryk for multipliciteten for et system hvor energikvanterne er underligt fordelt **5**

1 Gassens termiske energi

$$U_{thermal} = N \cdot f \cdot \frac{1}{2}kT$$

Ved monoatomi gas er $f = 3$.
'Kold' di-atomi gas hvor den ikke oscillerer $f = 5$ (bevægelse og rotation), hvis den oscillere er $f = 7$.
I vand er der 3 frihedsgrader fra bevægelse, 3 for rotation, 4 fra oscillering og yderliger 2 fra oscillering hvis den er meget varm.

2 Root-mean-square hastigheden

$$v_{rms} = \sqrt{3\frac{k_B T}{m}}$$

3 Entropiændring ved volumenændring

$$\Delta S = Nk \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

4 Forhold mellem multiplicitet før og efter forøgelse af volumen

$$\Omega = f(N) \cdot V^N U^{f\frac{N}{2}}$$

Så hvis $V_f = 3V_i$

$$\frac{\Omega_f}{\Omega_i} = \frac{f(N) \cdot (3V)^N \cdot U^{f\frac{N}{2}}}{f(N) \cdot (V)^N \cdot U^{f\frac{N}{2}}}$$

Så

$$\frac{\Omega_f}{\Omega_i} = 3^N$$

5 Mikrotilstande for mønter

Hvor N er antal mønter og der er 2 forskellige muligheder

$$2^N$$

Så for 10 mønter og 2 muligheder er antallet af mikrostates:

$$2^{10}$$

6 Sandsynligheden for at alle mønter viser plat eller andre meget specifikke microstates

Der er kun én microstate i det vi kigger på så sandsynligheden er blot

$$\frac{1}{\text{Antallet af microstates}}$$

Så for samme eksempel som før er sandsynligheden

$$\frac{1}{2^{10}} = 2^{-10}$$

7 Sandsynlighed for en macrostate

Hvis du har N mønter med n der viser plat. Så får du antallet a microstates i det macrostate ved:

$$\Omega(N,n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Så for at få sandsynligheden deviderer du bare med antallet af microstates fordi du lige har fundet antallet af microstates i den macrostate

$$\frac{\Omega(N,n)}{\text{Antallet af microstates}}$$

Så hvis $N = 10$ og vi vil ha 5 af dem til at være plat s:

$$\frac{\Omega(N,n)}{2^{10}} = \frac{\frac{10!}{5!(10-5)!}}{2^{10}}$$

8 Varmetilførsel krævet for at smelte is

Hvis vi har m masse f.eks. vand som er ved smelte temperaturen, og det har en smeltevarme på L.
Så udregner man hvor meget energi der skal til for at smelte det ved:

$$Q = L \cdot m$$

Som eksempel hvis vi har 100g vand som har en smeltevarme på $L = 333J/g$ så:

$$Q = L \cdot m = 333J/g \cdot 100g = 33300J$$

9 Entropiændring ved at skifte fase fra is til vand

$$\Delta S = \frac{\delta Q}{T}$$

10 Hvad sker der med multipliciteten når et system består af 2 einsteinsolids med forskellig multiplicitet

$$\Omega_{total} = \Omega_A \cdot \Omega_B$$

11 Tilnærmet udtryk for multipliciteten for et system hvor den ene solid har alle energikvanterne

Hvis A har alle energikvanter så er multipliciteten af B 1 fordi der kun er $\frac{(N_B-1)!}{(N_B-1)!}$
Så den totale multiplcitet for system er når $q >> N$

$$\Omega(N, q) = \binom{q + N - 1}{q} = \frac{(q + N_A - 1)!}{q!(N_A - 1)!}$$

Så kan man bruge stirlings approksimation og vi få at:

$$\Omega \approx \left(\frac{e \cdot q}{N_A}\right)^{N_A}$$

Det er symmetrisk så hvis $N >> q$ så:

$$\Omega \approx \left(\frac{e \cdot N_A}{q}\right)^{q}$$

12 Tilnærmet udtryk for multipliciteten for et system hvor energikvanterne er underligt fordelt

Så er den totale multiplicitet er:

$$\Omega_{total} = \frac{(q_A + N_A - 1)!}{q_A!(N_A - 1)!} \cdot \frac{(q_B + N_B - 1)!}{q_B!(N_B - 1)!}$$

Som med sterlings approximation giver:

$$\Omega_{total} \approx \left(\frac{e \cdot q_A}{N_A}\right)^{N_A} \cdot \left(\frac{e \cdot q_B}{N_B}\right)^{N_B}$$

Så med eksempel hvis $q_A = \frac{1}{5}q$ og $q_B = \frac{4}{5}q$ og $N_A = N$ og $N_B = 4N$.

$$\begin{aligned}\Omega_{total} &\approx \left(\frac{e \cdot \frac{1}{5}q}{N}\right)^{N} \cdot \left(\frac{e \cdot \frac{4}{5}q}{4N}\right)^{4N} \\ &= \left(\frac{e \cdot q}{5N}\right)^{5N}\end{aligned}$$