

## Seminární úlohy 9

1. Kovový vzorek má tvar disku. Měřením bylo zjištěno: průměr vzorku  $d = (10.15 \pm 0.05)$  mm, tloušťka vzorku  $t = (0.481 \pm 0.002)$  mm a hmotnost  $m = (440 \pm 1)$  mg. Určete hustotu vzorku a její absolutní a relativní chybu. Odhadněte o jaký materiál by se mohlo jednat.

Řešení:

Hustota vzorku je  $\rho = \frac{4m}{\pi d^2 t}$ . Po dosazení naměřených hodnot dostáváme  $11.305 \text{ g cm}^{-3}$ .

Chybu hustoty spočítáme metodou přenosu chyb  $\sigma_\rho^2 = \left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2$ .

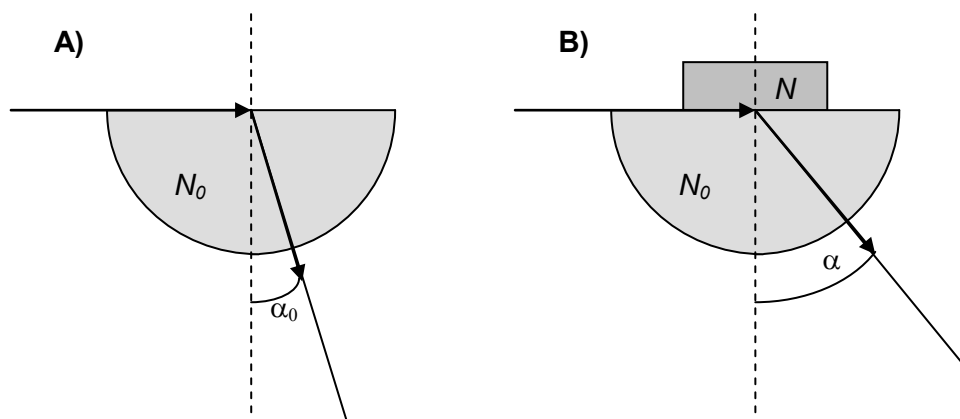
Protože se jedná o součin a podíl jednotlivých proměnných, platí pro relativní chybu hustoty

$$\frac{\sigma_\rho^2}{\rho^2} = \frac{\sigma_m^2}{m^2} + 4 \frac{\sigma_d^2}{d^2} + \frac{\sigma_t^2}{t^2}. \text{ Po dosazení číselných hodnot dostaneme } \frac{\sigma_\rho}{\rho} = 0.0109$$

a tedy  $\sigma_\rho = 0.12 \text{ g cm}^{-3}$ .

Hodnota hustoty získaná měřením je tedy  $\rho = (11.3 \pm 0.1) \text{ g cm}^{-3}$ . Relativní chyba je 1%. Může se tedy jednat o olovo ( $\rho_{\text{Pb}} = 11.340 \text{ g cm}^{-3}$ )

2. Index lomu skla se měří pomocí Abbeova polokulového refraktometru užitím monochromatického světla sodíkové výbojky o vlnové délce  $\lambda = 589.6 \text{ nm}$ . Princip měření je znázorněn na obrázku. Nejdříve se změří index lomu  $N_0$  skleněné polokoule (obr. A) změřením maximálního úhlu lomu  $\alpha_0$  (tj. úhlu lomu paprsku s úhlem dopadu  $90^\circ$ ). Následně se na polokouli umístí měřený vzorek, jehož index lomu  $N$  chceme zjistit a provede se opět měření maximálního úhlu lomu  $\alpha$  (obr. B). Byly naměřeny následující hodnoty  $\alpha_0 = 36^\circ 10'$  a  $\alpha = 59^\circ 50'$ . Chyba měření úhlu činila  $10'$ . Určete index lomu  $N_0$  polokoule a index lomu  $N$  měřeného vzorku pro použitou vlnovou délku. V obou případech vypočítejte absolutní a relativní chybu indexu lomu. Odhadněte z jakého druhu skla byl vyroben měřený vzorek.



Řešení:

V uspořádání A) platí  $1 = N_0 \sin \alpha_0$ . Index lomu polokoule tedy vypočítáme jako  $N_0 = \frac{1}{\sin \alpha_0}$ .

Po dosazení naměřených hodnoty úhlu  $\alpha_0$  dostáváme  $N_0 = 1.6945$ .

V uspořádání B) platí  $N = N_0 \sin \alpha$ .

Opět dosdíme naměřené číselné hodnoty a dostaneme  $N = 1.4650$ .

Chybu  $N_0$  vypočítáme metodou přenosu chyb  $\sigma_{N_0} = \left| \frac{dN_0}{d\alpha_0} \right| \sigma_{\alpha_0} = \left| \frac{\cos \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} \right| \sigma_{\alpha_0}$ . Po dosazení číselných

hodnot dostaneme  $\sigma_{N_0} = 0.0067$ . Pozn.  $\sigma_{\alpha_0}$  se musí vyjádřit v radiánech, tj.  $\sigma_{\alpha_0} = 0.0029 \text{ rad}$ .

Podobně chybu indexu lomu měřeného vzorku dostaneme metodou přenosu chyb

$$\sigma_N^2 = \left( \frac{\partial N}{\partial N_0} \right)^2 \sigma_{N_0}^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_\alpha^2 = \sin^2 \alpha \sigma_{N_0}^2 + (N_0 \cos \alpha)^2 \sigma_\alpha^2. \text{ Dosadíme číselné hodnoty a}$$

dostaneme  $\sigma_N = 0.0063$ .

Výsledek je tedy po zaokrouhlení chyb na jednu platnou číslici  $N_0 = (1.695 \pm 0.007)$  a

$N = (1.465 \pm 0.006)$ . Relativní chyby jsou  $\eta_{N_0} = 0.4 \%$  a  $\eta_N = 0.4 \%$ . Vzorek je vyroben patrně ze skla SIMAX, které má index lomu  $N = 1.472$  (pro  $\lambda = 589.6 \text{ nm}$ ).