## Bonusová úloha 1

Definujme si míru polohy *rmk* vztahem

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k}$$

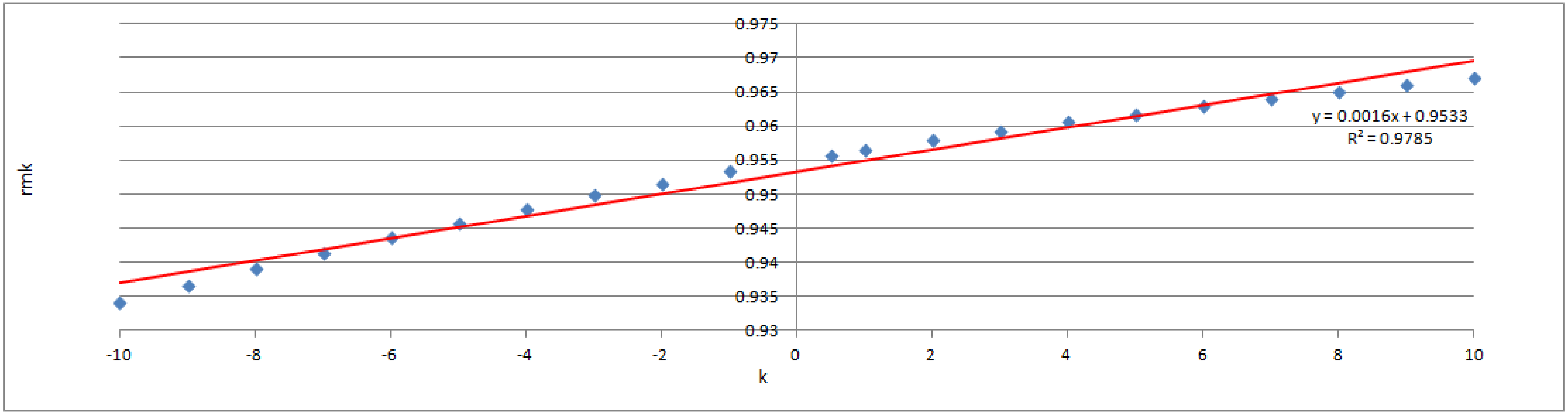
Jak závisí *rmk* na *k*?

## Bonusová úloha 1

Pozn.

- předpokládáme, že $x_i > 0$
- *rmk* není definováno pro $k = 0$

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k}$$




Zdá se že *rmk* lineárně narůstá s *k*

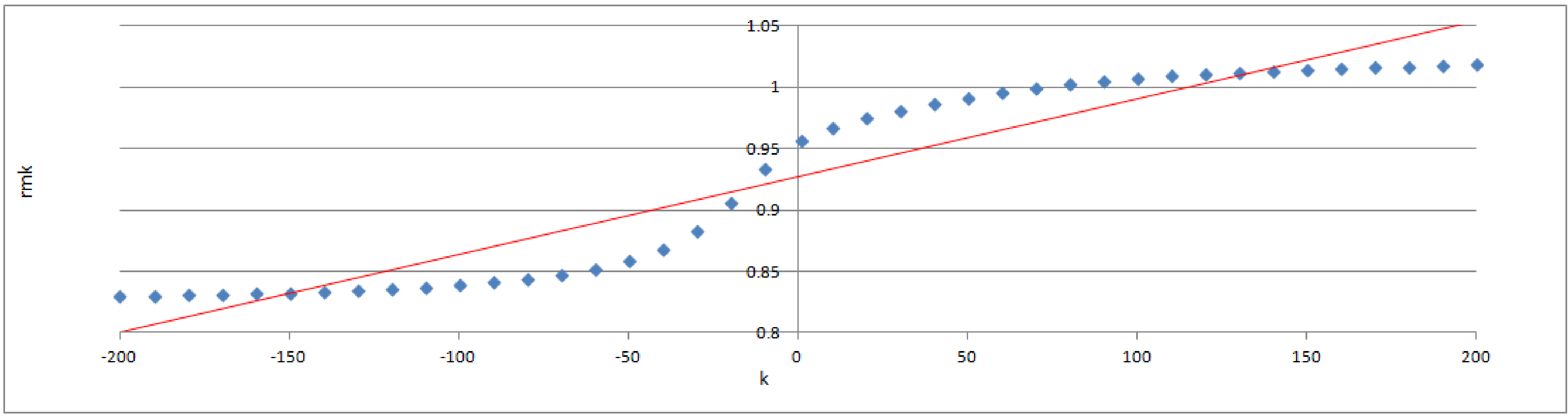
Ale je to opravdu tak?

## Bonusová úloha 1

Pozn.

- předpokládáme, že $x_i > 0$
- *rmk* není definováno pro $k = 0$

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k}$$




Nakreslíme si *rmk* v širším rozsahu hodnot *k:* -200, 200

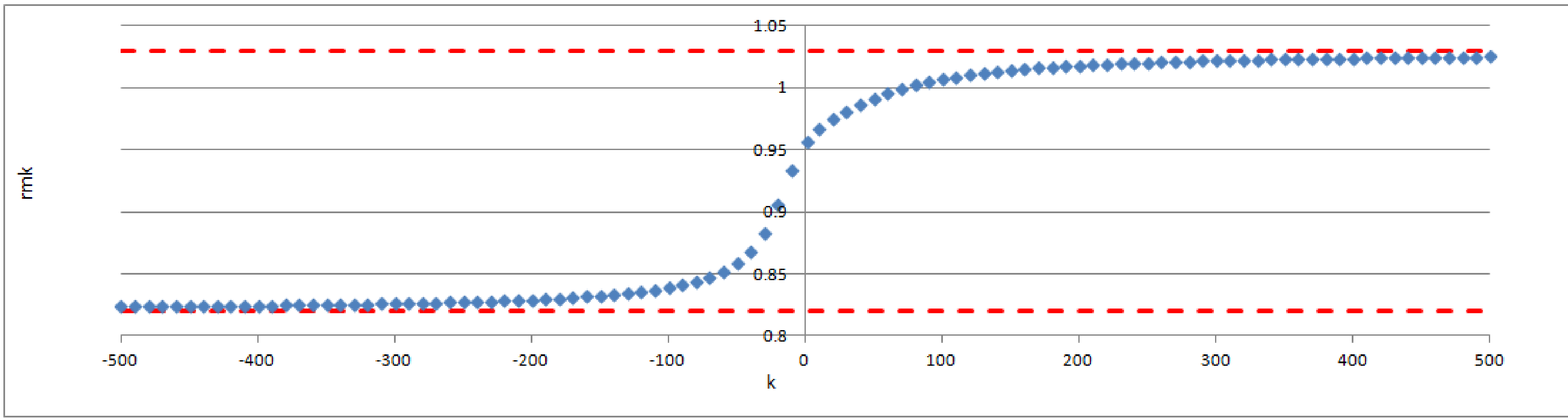
Není to lineární nárůst.

## Bonusová úloha 1

Pozn.

- předpokládáme, že $x_i > 0$
- *rmk* není definováno pro $k = 0$

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k}$$




Nakreslíme si *rmk* v širším rozsahu hodnot *k*: -500, 500

*rmk* pro $k \to \infty$ konverguje k $x_{\max}$

*rmk* pro $k \to -\infty$ konverguje k $x_{\min}$

## Bonusová úloha 1

- důkaz

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k} = \left[\frac{1}{N}(x_1^k + x_2^k + \cdots + x_N^k)\right]^{1/k}$$

- maximální hodnota: $x_{\max}$ (dáme ji jako první)
- *rmk* lze zapsat takto: $rmk = \left(\frac{1}{N}\left[x_{\max}^k + x_{\max}^k\left(\frac{x_2}{x_{\max}}\right)^k + \cdots + x_{\max}^k\left(\frac{x_N}{x_{\max}}\right)^k\right]\right)^{1/k}$
- vytkneme $x_{\max}$ : $rmk = x_{\max}\left(\frac{1}{N}\left[1 + \left(\frac{x_2}{x_{\max}}\right)^k + \cdots + \left(\frac{x_N}{x_{\max}}\right)^k\right]\right)^{1/k}$
- protože $\frac{x_i}{x_{\max}} \leq 1$ je $\lim_{k\to\infty}\left(\frac{x_i}{x_{\max}}\right)^k = 0$ a protože $\lim_{k\to\infty}\frac{1}{N^{1/k}} = 1$

$$\lim_{k\to\infty}\left(\frac{1}{N}\left[1 + \left(\frac{x_2}{x_{\max}}\right)^k + \cdots + \left(\frac{x_N}{x_{\max}}\right)^k\right]\right)^{1/k} = 1$$

- takže pro limitu *rmk* pro $k\to\infty$ dostáváme: $\lim_{k\to\infty} rmk = x_{\max}$

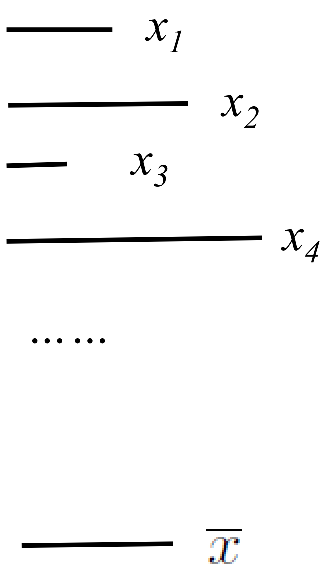
## Bonusová úloha 1

$$rmk = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k}$$

*rmk* – geometrická interpretace

úsečky

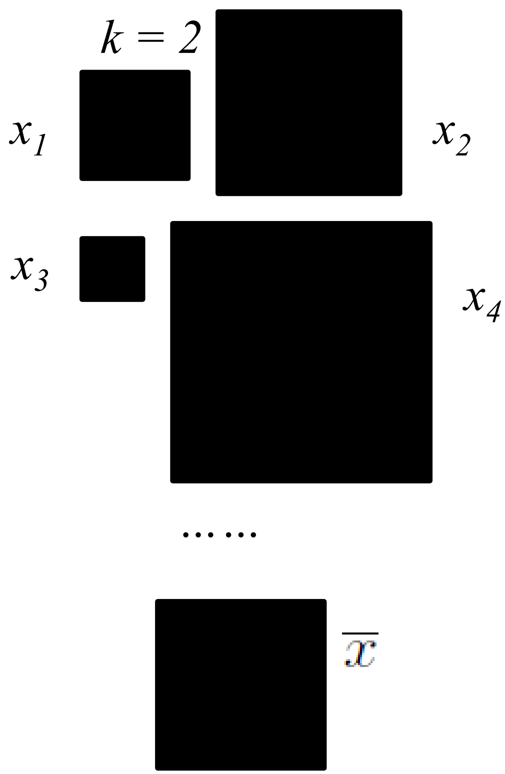
$k = 1$




$$N\overline{x} = \sum_{i=1}^{N} x_i$$

čtverce

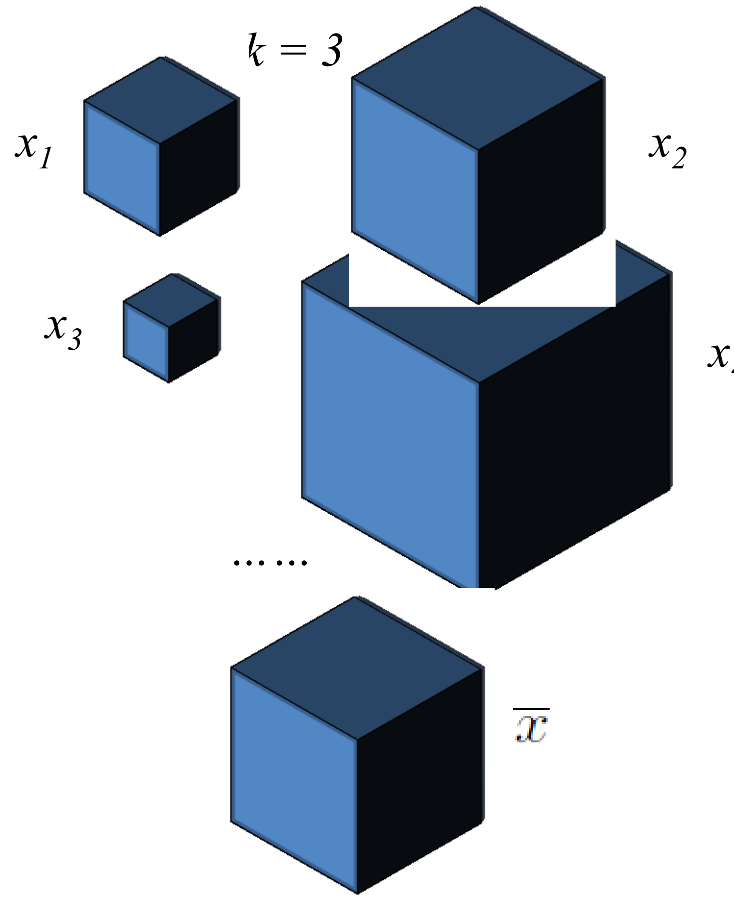
$k = 2$




$$N\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2$$

krychle

$k = 3$




$$N\overline{x}^3 = \sum_{i=1} x_i^3$$