

Seminární úlohy 2

1. Odpor cínového drátu s kruhovým průřezem o délce 1 m a tloušťce 0.2 mm měříme přímou metodou. K dispozici máme zdroj stejnosměrného napětí které lze spojitě měnit v intervalu 0-30 V, dále ampérmetr třídy přesnosti 1 o rozsazích 0-1 A a 0-10 A a voltmetr třídy přesnosti 1.5 o rozsazích 0-1V, 0-10V a 0-100 V. Nakreslete nejvhodnější zapojení a vypočítejte jaká je nejmenší dosažitelná maximální chyba změřeného odporu drátu. Měrný odpor cínu je $\rho_{Sn} = 11 \times 10^{-8} \Omega m$.

Řešení:

Odpor drátu je

$$R = \rho_{Sn} \frac{4l}{\pi d^2}, \quad (1)$$

kde d je tloušťka drátu. Po dosazení číselných hodnot dostáváme, že odpor drátu je $R = 3.5 \Omega$. Při měření odporu použijeme Ohmův zákon

$$R = \frac{U}{I}, \quad (2)$$

a maximální chyba určení odporu je

$$\varepsilon_R = R \left(\frac{\varepsilon_U}{U} + \frac{\varepsilon_I}{I} \right). \quad (3)$$

Označme třídu přesnosti ampérmetru P_A a rozsah ampérmetru R_A . Podobně pro voltmetr třídu přesnosti P_V a rozsah R_V . Maximální chyba odporu při měření těmito přístroji je potom

$$\varepsilon_R = \frac{R}{100} \left(\frac{P_V R_V}{U} + \frac{P_A R_A}{I} \right). \quad (4)$$

Nyní budeme uvažovat jednotlivé možnosti:

1. Budeme měřit ampérmetrem na citlivějším rozsahu 0-1A ($R_A = 1 \text{ A}$) a zvolíme takový proud abychom mohli použít nejcitlivější rozsah voltmetru 0-1V ($R_V = 1 \text{ V}$). Pak tedy proud musí být 0.29 A a napětí bude 1V a z rovnice (4) dostáváme $\varepsilon_R = 0.17 \Omega$.

2. Budeme měřit ampérmetrem na citlivějším rozsahu 0-1A ($R_A = 1 \text{ A}$) a voltmetrem na rozsahu 0-10V ($R_V = 10 \text{ V}$). Pak tedy bude proud 1 A a napětí bude 3.5 V a z rovnice (4) dostáváme $\varepsilon_R = 0.19 \Omega$.

3. Budeme měřit ampérmetrem na hrubším rozsahu 0-10A ($R_A = 10 \text{ A}$) a voltmetrem na rozsahu 0-10V ($R_V = 10 \text{ V}$). Pak musí být proud 2.9 A a napětí bude 10 V a z rovnice (4) dostáváme $\varepsilon_R = 0.17 \Omega$.

4. Budeme měřit ampérmetrem na hrubším rozsahu 0-10A ($R_A = 10 \text{ A}$) a voltmetrem na rozsahu 0-100V ($R_V = 100 \text{ V}$). Pak použijeme maximální napětí zdroje 30 V a proud bude 8.6 A. Z rovnice (4) dostáváme $\varepsilon_R = 0.22 \Omega$.

Tedy nejmenší dosažitelná hodnota maxmální chyby odporu je $\varepsilon_R = 0.17 \Omega$ a dosáhneme jí v případě 1. a 3.

2. Neutrina produkovaná urychlovačem SPS v CERNu se registrují podzemním detektorem OPERA v laboratoři Gran Sasso vzdálené přibližně 730 km. Maximální chyba stanovení času vzniku a času detekce neutrina je 10 ns. Jak přesně je nutno znát vzdálenost mezi urychlovačem SPS a detektorem OPERA aby bylo možné spolehlivě detekovat překročení rychlosti světla ve vakuu ($c = 299\,792\,458$ m/s) o tisícinu procenta.

Řešení:

Rychlost neutrin je

$$c = \frac{l}{\Delta t}, \quad (1)$$

kde $l = 730$ km a $\Delta t = t_d - t_e$ je rozdíl času emise t_e a času detekce t_d neutrina. Maximální relativní chyba určení rychlosti je

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{\Delta t}}{\Delta t} + \frac{\varepsilon_l}{l}. \quad (2)$$

Maximální chyba určení času emise a detekce je stejná a označíme jí ε_t , tj. $\varepsilon_t = \varepsilon_{te} = \varepsilon_{td} = 10$ ns.

Potom maximální chyba určení časového intervalu Δt je

$$\varepsilon_{\Delta t} = 2 \varepsilon_t. \quad (3)$$

Dosazením Δt vyjádřeného z rovnice (1) a $\varepsilon_{\Delta t}$ z rovnice (3) do rovnice (2) dostáváme pro maximální relativní chybu určení rychlosti

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{2\varepsilon_t}{l} c + \frac{\varepsilon_l}{l}. \quad (4)$$

odtud vyjádříme maximální relativní chybu vzdálenosti

$$\varepsilon_l = l \frac{\varepsilon_c}{c} - 2\varepsilon_t c. \quad (5)$$

Po dosazení číselných hodnot $\varepsilon_t = 10$ ns, $c = 299\,792\,458$ m/s, $l = 730$ km, $\frac{\varepsilon_c}{c} = 10^{-5}$ dostáváme

$$\varepsilon_l = 1.3 \text{ m}.$$

Tedy maximální chyba vzdálenosti musí být menší než 1 m.