

## Seminární úlohy 1

1. Průměry jsou často konstruované tak, že provedeme nejdříve transformaci proměnné  $x$  nějakou funkcí  $f$ . Potom spočítáme aritmetický průměr transformovaných hodnot a následně uděláme zpětnou transformaci aritmetického průměru pomocí inverzní funkce k funkci  $f$ , tj.  $f^{-1} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right\}$ . Ukažte, že tímto způsobem je možné vyjádřit také geometrický průměr.

*Řešení:*

Geometrický průměr je  $(\prod_{i=1}^N x_i)^{\frac{1}{N}}$ , tj. vystupuje v něm součin jednotlivých hodnot.

Hledaná funkce  $f^{-1}$  tedy musí mít tu vlastnost, že ze součtu (aritmetického průměru hodnot  $f(x_i)$ ) udělá součin. Takovou vlastnost má exponenciální funkce pro kterou platí

$$\exp\left(\sum_{i=1}^N x_i\right) = \prod_{i=1}^N \exp(x_i).$$

Můžeme tedy vyzkoušet jako funkci  $f^{-1}$  použít exponenciální funkci. Funkce  $f$  je potom přirozený logaritmus. Pro takovýto typ průměru dostáváme tedy následující výraz  $\exp\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i)\right\}$ . Tento výraz ale můžeme s využitím vlastností funkcí  $\exp$  a  $\ln$  upravit na následující tvar

$$\exp\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i)\right\} = \exp\left\{\frac{1}{N} \ln\left(\prod_{i=1}^N x_i\right)\right\} = \exp\left\{\ln\left(\prod_{i=1}^N x_i\right)^{\frac{1}{N}}\right\} = \left(\prod_{i=1}^N x_i\right)^{\frac{1}{N}},$$

což je geometrický průměr.

2. Udělejte list v Excelu, který zkontroluje, zda v naměřených datech nedošlo k maximální chybě pomocí 3- $\sigma$  kritéria. Tj. Excel spočítá aritmetický průměr a standardní odchylku naměřených dat a zkontroluje jestli všechna data leží uvnitř intervalu  $\pm 3 \sigma$  okolo aritmetického průměru a označí data, která leží mimo tento interval.

*Řešení:*

[viz soubor 3-sigma-kriterium.xlsx]