

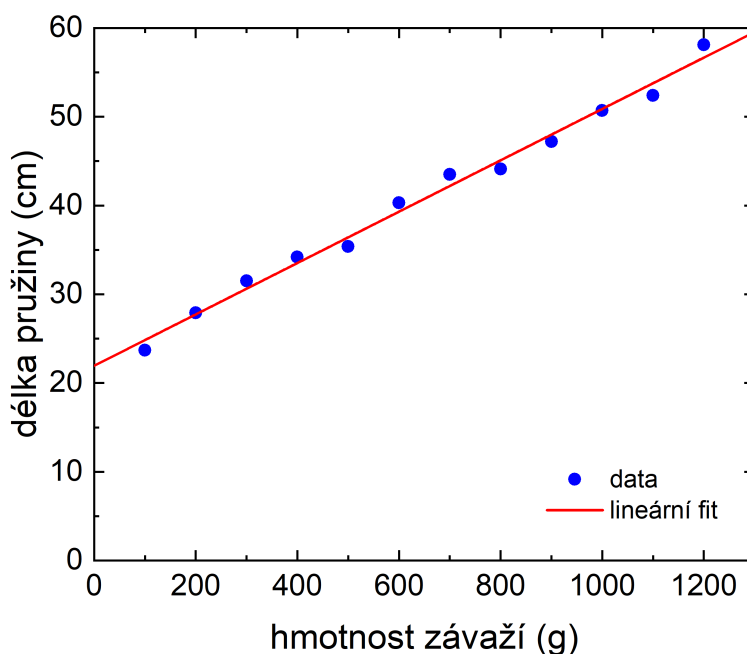
Příklad 1 - lineární regrese

V experimentu byla změřena závislost délky pružiny na hmotnosti závaží, kterým byla pružina zatížena. Pro velikost síly, působící na pružinu, platí lineární vztah

$$F = k \cdot \Delta y,$$

kde k je tuhost pružiny a Δy je prodloužení pružiny v důsledku síly F .

Naměřená závislost byla proložena obecnou přímkou danou rovnicí $\lambda(x) = ax + b$ s následujícími parametry: $a = 0.02894$, $\sigma_a = 0.00017$, $b = 21.94$, $\sigma_b = 0.12$. Určete tuhost pružiny a její délku v nezatíženém stavu. Počítejte s velikostí tíhového zrychlení $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.



Poznámky k řešení:

- (a) Jaké jsou jednotky veličin a , σ_a , b , σ_b ?
- (b) Jaký je vztah mezi tuhostí pružiny k , délkou nezatížené pružiny y_0 a nafitovanými parametry a , b ? Pro výpočet chyb k a y_0 použijte tyto vztahy a metodu přenosu chyb.
- (c) Výsledky запиšte **ve správném tvaru** a se správnou jednotkou!

(5 bodů)

Příklad 2 - odhady parametrů

V tabulce je uvedeno 10 hodnot měření tloušťky tenké hliníkové vrstvy pomocí kontaktního profilometru. S ohledem na drobné nerovnosti povrchu vrstvy (drsnost) a nedokonalost samotné měřicí metody, odhadujeme nepřesnost, jakou je dodatečně zatíženo každé měření, na 8 nm.

Jaká je tloušťka tenké vrstvy?

n	d (nm)
1	244
2	257
3	268
4	271
5	266
6	269
7	262
8	261
9	255
10	286

Poznámky k řešení:

(a) Předpokládáme, že d je náhodná proměnná s normálním rozdělením $N(\mu, \sigma)$. Určete parametry μ a σ jako nejlepší odhady těchto parametrů.

(b) Definujte konfidenční interval pomocí 3σ -kriteria, tj. interval hodnot $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$. Ověřte, že podle tohoto kriteria nejsou naměřené hodnoty zatíženy hrubou chybou.

(c) Jaký typ neurčitosti (typ A nebo B) je standardní odchylka σ , vypočítaná v úloze (a)?

(d) Jaký typ neurčitosti (typ A nebo B) je dodatečná nepřesnost 8 nm, uvedená v zadání?

(e) Vypočítejte celkovou neurčitost σ_C jednoho měření tloušťky d .

(f) Vypočítejte chybu odhadu očekávané hodnoty μ , vypočítané v úloze (a).

(g) Výsledek запиšte **ve správném tvaru!**

(10 bodů)