

**Test č. 1**

čtvrtek 5.12.2019 15:40

**Úloha 1. (5 bodů)** Měříme stejnosměrné napětí, které se mění v rozmezí (6 – 12) V. Zhodnoťte<sup>\*)</sup>, zda je přesnější měřit digitálním voltmetrem se 4-místným displejem, rozsahem do 20 V a udanou přesností  $\pm(0.4 \% + 2 \text{ dgt})$ , nebo na analogovém přístroji s třídou přesnosti 0.2 a rozsahem do 30 V.

<sup>\*)</sup> tj. vypočítejte standardní nejistotu měření oběma přístroji, výsledky správně zaokrouhlete a porovnejte

**Řešení:** Standardní nejistota digitálního přístroje se skládá z části úměrné měřené hodnotě a z části dané násobkem poslední zobrazené digity (což zde je 0,01 V). Standardní nejistota pro digitální přístroj se tak v udaném rozmezí pohybuje mezi  $\sigma_{\text{dig},6 \text{ V}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (0,004 \cdot 6 \text{ V} + 2 \cdot 0,02 \text{ V}) \doteq 0,025 \text{ V}$  a  $\sigma_{\text{dig},12 \text{ V}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (0,004 \cdot 12 \text{ V} + 2 \cdot 0,02 \text{ V}) \doteq 0,039 \text{ V}$ . Standardní nejistota pro analogový přístroj je na celém intervalu rovna  $\sigma_{\text{ana}} = \frac{1}{\sqrt{3}} 0,002 \cdot 30 \text{ V} \doteq 0,035 \text{ V}$ . Přístroje jsou tedy srovnatelně přesné - pro nižší napětí je digitální přístroj přesnější, pro napětí nad ca 10 V je už přesnější analogový.

**Úloha 2. (10 bodů)** Pokud se setká elektron a pozitron, dojde k anihilaci, kdy v 99.27 % případů dojde ke změně anihilujícího páru na dva fotony. Zbývající případy odpovídají třífotonové anihilaci. Kolik opakovaných měření anihilace je nutné provést, aby pravděpodobnost, že v naměřené sadě dat bude **aspoň jedna** třífotonová anihilace, byla 90 %? Jaká je pravděpodobnost, že během těchto měření nastaly **nejvýše dvě** třífotonové anihilace?

**Řešení:** Pravděpodobnost, že v sadě  $N$  anihilací bude alespoň jedna třífotonová anihilace, je dána součtem binomických pravděpodobností pro hodnoty  $k = 1$  až  $N$ , což lze nejsnáze vyjádřit pravděpodobnost doplňkového jevu s  $k = 0$ :

$$P = \sum_{k=1}^N B(k, N, p) = 1 - B(0, N, p)$$

Pro  $P = 0,9$  tedy vychází:

$$0,9 = 1 - \binom{N}{0} p^0 (1-p)^N = 1 - 0,9927^N$$

Zlogaritmováním dostaneme:

$$N = \frac{\ln 0,1}{\ln 0,9927} \doteq 314$$

Pravděpodobnost, že nastaly nejvýše dvě třífotonové anihilace, dostaneme jako součet (pro  $N = 314$ )

$$\binom{N}{0} p^0 (1-p)^N + \binom{N}{1} p (1-p)^{N-1} + \binom{N}{2} p^2 (1-p)^{N-2} \doteq 0,100 + 0,231 + 0,266 \doteq 0,598$$