

# Nejistota měření

Jak sloučit nejistoty  $u_A$  a  $u_B$ :

→ **kombinovaná standardní nejistota:**  $u_C^2 = u_A^2 + u_B^2$

Nejistotu lze vyjádřit:

- v jednotkách (měřené) veličiny → **absolutní** standardní nejistota
- v poměru k hodnotě veličiny → **relativní** standardní nejistota

$$\eta_x = \frac{u_{C,x}}{\tilde{\mu}_x} \times 100\%$$

→ **maximální nejistota:**  $u_C = u_A + u_B$

- pro plánování experimentu, ne pro zpracování výsledků

# Maximální nejistota

- hrubý (řádový) odhad nejistoty měření
  - pro plánování experimentu, ne pro zpracování výsledků

$$a = \hat{\mu}_a \pm \varepsilon_a \quad b = \hat{\mu}_b \pm \varepsilon_b$$

- **součet:**  $S = a + b = (\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$ 
  - absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_S = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$
  - relativní maximální chyba:  $\eta_S = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b}$
- **rozdíl:**  $R = a - b = (\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$ 
  - absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_R = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$
  - relativní maximální chyba:  $\eta_R = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b}$

!!!

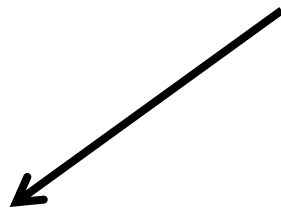
# Maximální nejistota

- **součin:**  $N = ab = (\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a)$ 
  - absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_N = \varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a$
  - relativní maximální chyba:  $\eta_N = \frac{\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b} = \eta_a + \eta_b$
- **podíl:**  $P = \frac{a}{b} = \left( \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b} \right) \pm \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right)$ 
  - absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_P = \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2}$
  - relativní maximální chyba:  $\eta_P = \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right) \frac{\hat{\mu}_b}{\hat{\mu}_a} = \eta_a + \eta_b$
- **mocnina:**  $M = a^n = \hat{\mu}_a^n \pm n \hat{\mu}_a^{n-1} \varepsilon_a$ 
  - absolutní maximální chyba:  $\varepsilon_M = n \hat{\mu}_a^{n-1} \varepsilon_a$
  - relativní maximální chyba:  $\eta_M = n \eta_a$

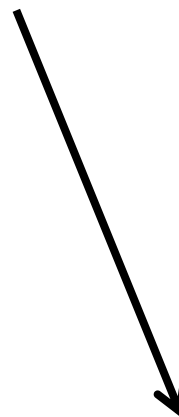
# Nejistota měření

- **kombinovaná standardní nejistota:**

$$u_C^2 = u_A^2 + u_B^2$$



**statistické (typ A)**  
data z opakovaného měření  
→ výpočet odhadů parametrů  
(metody matematické statistiky)



**ostatní (typ B)**  
„odhad“ přesnosti metody,  
nejistota přístrojů

# Nejistota metody a měřidel

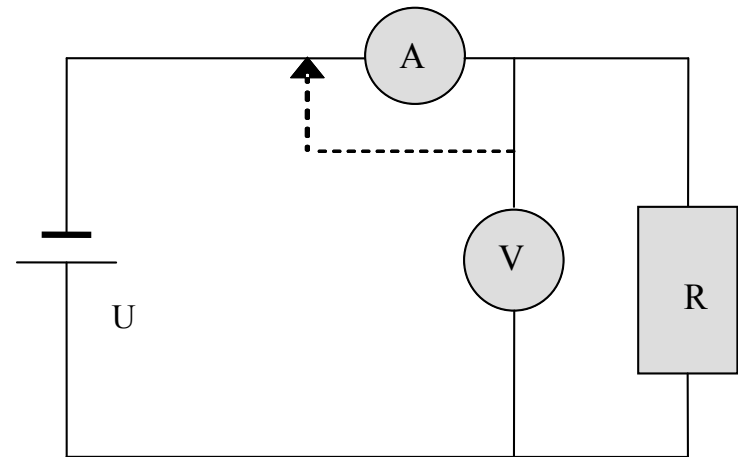
## Nejistota metody

- obvykle systematická chyba
- je-li to možné, nejistotu posoudit a kvantifikovat → korekce
- stanovení odhadem

## Příklad:

měření odporu nepřímou metodou

korekce na vnitřní odpor přístrojů  
(voltmetr)



# Třída přesnosti měřících přístrojů

- statistické šetření (výrobce) na sérii vyrobených měřících přístrojů
  - $X_0$  = nominální hodnota získaná měřením přístrojem s podstatně vyšší přesností
  - $\Delta_i$  = odchylka  $i$ -tého přístroje:  $\Delta_i = |X_i - X_0|$
  - **třída přesnosti:** 
$$P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\% \quad R = \text{rozsah stupnice}$$

řada  $P = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 1.5, 2.5$

- chyba naměřené veličiny:  $u_B = \frac{P R}{\sqrt{3}} 10^{-2}$
- rovnoměrné rozdělení v intervalu  $(-a, a)$ :  $\sigma^2 = u_B^2 = \frac{(2a)^2}{12} = \frac{a^2}{3} = \frac{\Delta_{i,\max}^2}{3}$

V intervalu  $(-u_B, u_B)$  kolem odhadnuté hodnoty měřené veličiny se skutečná (správná) hodnota měřené veličiny nachází s pravděpodobností  $P \cong 0,58$

# Třída přesnosti měřících přístrojů

- třída přesnosti:  $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\%$   $R = \text{rozsah stupnice}$

- přístroje dělíme podle třídy přesnosti:

<i><b>P</b></i>	<i><b>Kategorie</b></i>
0.1	etalony, normály
0.2	cejchovní
0.5	laboratorní
1	laboratorní
1.5	provozní
2.5	provozní

- příklad:

- rozsah ampérmetru:  $R = 3 \text{ A}$

- třída přesnosti:  $P = 1.5$

Absolutní nejistota (chyba) měření proudu na tomto rozsahu je:

$$u_B = \frac{P R}{\sqrt{3}} 10^{-2} = \frac{1.5 \times 3}{\sqrt{3}} 10^{-2} \text{ A} = 0.026 \text{ A}$$

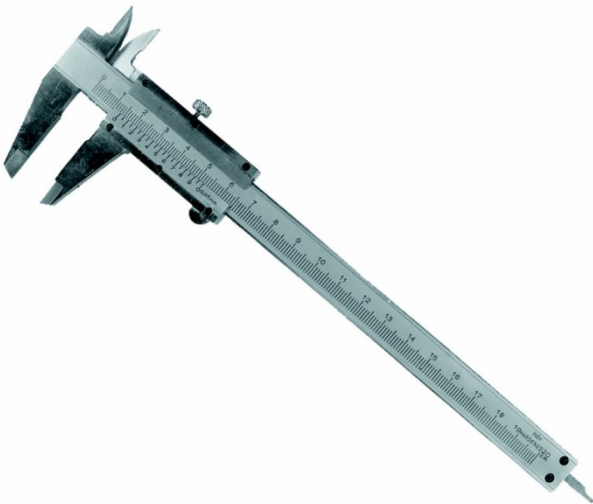
Pozn.: je tedy vhodné měřit v **horní části** stupnice ručkového měřícího přístroje.

# Třída přesnosti - zobecnění

- třída přesnosti:  $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\%$
- Pojem třídy přesnosti můžeme zobecnit i na další měřicí přístroje
- Absolutní chybu měřidla lze **odhadnout** z dělení stupnice:
  - předpokládáme rovnoměrné dělení stupnice v intervalu  $(-a, a)$
  - volíme  $a = \Delta =$  nejmenější dílek stupnice

$$\rightarrow u_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \cong 0.58 \Delta$$

Příklad:



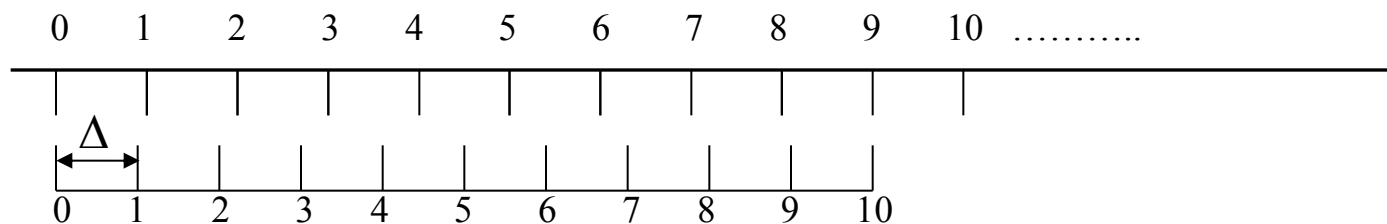
Při měření posuvným měřidlem je  $\Delta = 0.1$  mm.  
Chybu měření pak odhadneme jako:

$$u_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} \text{ mm} \cong 0.05 \text{ mm}$$

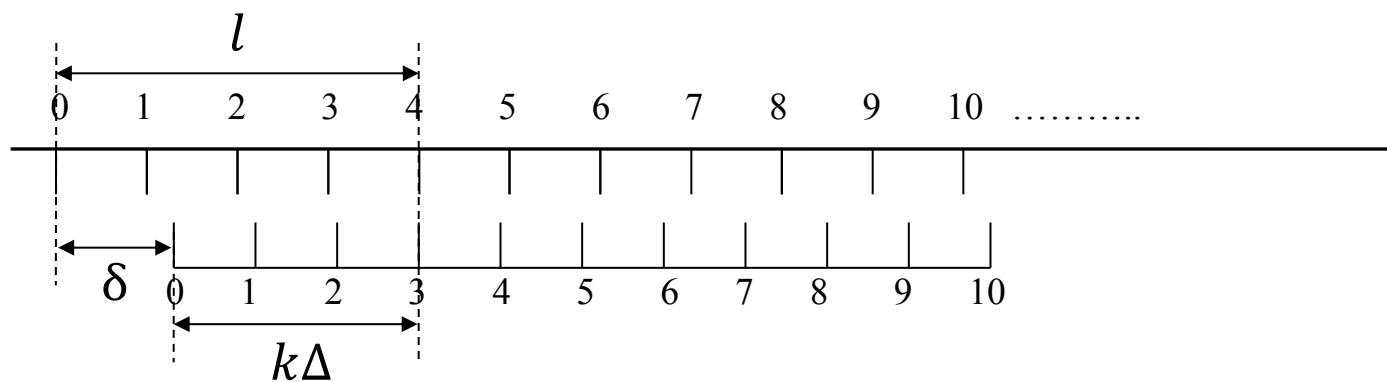


# Třída přesnosti - zobecnění

- princip nonia



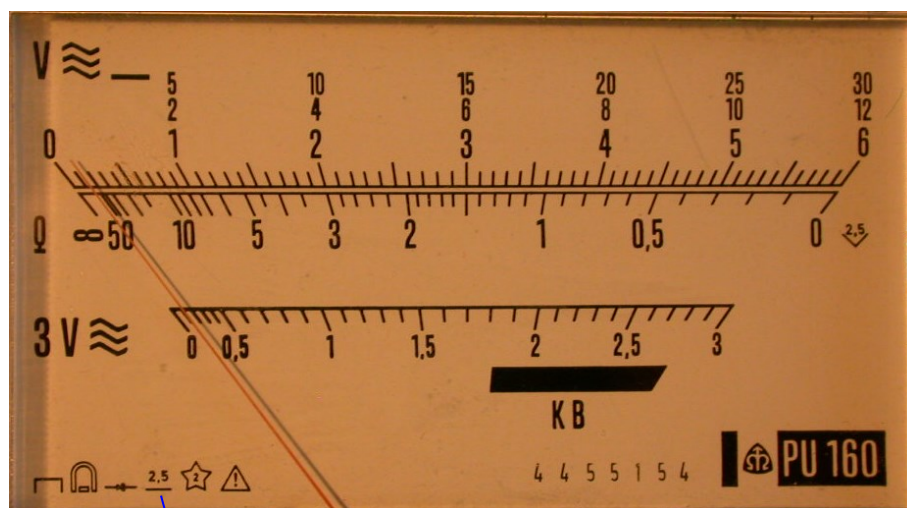
$$\Delta = \frac{9}{10}$$



$$\delta + k\Delta = l$$

# Značení elektrických měřicích přístrojů

Brož J., a kol.: Základy fyzikálních měření I,  
SPN Praha 1967, tab. 1.1 a tab. 1.2 str. 208



třída přesnosti 2.5

Tabulka 1,2

Některé značky na měřicích přístrojích

Měřicí přístroj na proud	stejnoseměrný	—
	střídavý	~
	stejnoseměrný i střídavý	⌒
	střídavý třífázový s jedním měřicím systémem	≡
Poloha stupnice	svislá	⊥
	vodorovná	⌊
	šikmá s udáním úhlu	∠60°
Zkušební napětí isolační	500 V	☆
	1 000 V	☆
Označení třídy přesnosti 1,5		1,5
Označení uzemňovací svorky		⏏

# Digitální měřicí přístroje

Maximální chyba se vyjadřuje většinou v procentech **naměřené** hodnoty + násobek **řádu** poslední platné číslice zobrazené na displeji



## Specifikace :

### Základní funkce

Měření DC napětí  
Měření AC napětí  
Měření DC proudu  
Měření AC proudu  
Měření odporu  
Měření kapacity  
Měření teploty ve °C  
Měření teploty ve °F  
Měření kmitočtu

### Rozsah

600mV / 6V / 60V / 600V / 1000V  
600mV / 6V / 60V / 600V / 1000V  
600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A  
600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A  
600Ω / 6kΩ / 60kΩ / 600kΩ / 6MΩ / 60MΩ  
6nF / 60nF / 600nF / 6mF / 60mF / 600mF / 6mF  
- 40°C až do + 1000°C  
- 40°F až do + 1832°F  
60Hz / 60kHz / 600kHz / 6MHz / 60MHz

### Přesnost

+/- (0,3% + 2)  
+/- (0,6% + 5)  
+/- (0,5% + 3)  
+/- (1% + 5)  
+/- (0,5% + 2)  
+/- (2% + 5)  
+/- (1% + 3)  
+/- (1,5% + 5)  
+/- (0,1% + 3)

# Digitální měřicí přístroje

Příklad:

**Metex M-3850D**

Měříme odpor.

Naměříme  $R = 51,37 \Omega$  na rozsahu 400  $\Omega$ .

Přístroj má 4-místný displej. Podle údajů výrobce je chyba:  
0.5% naměřené hodnoty plus  $2 \times 0,010 \Omega$ ,  
tj.  $\Delta = 0,005 \times 51,37 + 2 \times 0,01 \Omega = 0,27685 \Omega$

$$u_B = \Delta / \sqrt{3} = 0,1598 \Omega$$

Výsledek měření je tedy  $R = (51,37 \pm 0,16) \Omega$ .



	Rozsah	Přesnost	Subdisplej
DC napětí	400 mV a 1000 V	$\pm 0,5 \% \pm 1$ dgt	100 $\mu$ V
AC napětí	4 V a 750 V	$\pm 0,8 \% \pm 1$ dgt	1 mV
		40 Hz a 400 Hz	
DC proud	400 $\mu$ A a 400 mA	$\pm 1,0 \% \pm 2$ dgts	0,2 $\mu$ A
	20 A	$\pm 1,5 \% \pm 5$ dgts	20 mA
AC proud	400 $\mu$ A a 400 mA	$\pm 1,5 \% \pm 4$ dgts	0,2 $\mu$ A
	20 A	$\pm 2,0 \% \pm 5$ dgts	20 mA
	40 Hz a 400 Hz		
Odpor	400 $\Omega$ a 40 M $\Omega$	$\pm 0,5 \% \pm 2$ dgt	20 m $\Omega$
Kapacita	4nF a 400 nF	$\pm 2,0 \% \pm 3$ dgts	1 pF
	4 $\mu$ F a 200 $\mu$ F	$\pm 3,0 \% \pm 5$ dgts	1 nF
Frekvence	4 kHz a 400 MHz	$\pm 0,1 \% \pm 1$ dgts	1 Hz
Teplota	-40 $^{\circ}$ C a 200 $^{\circ}$ C	$\pm 3,0 \% \pm 5$ dgts	1 $^{\circ}$ C
	200 $^{\circ}$ C a 1200 $^{\circ}$ C	$\pm 3,0 \% \pm 2$ dgts	
Logické úrovně	DC 40 V	$\pm 0,5 \% \pm 2$ dgt	10 mV
Prozvánění	při hodnotě odporu < 80 $\Omega$		
Test diod	testovací proud 1,5 mA při 1 k $\Omega$		
hFE	testovací proud max. 1000 $\mu$ A		
Generátor signálu	1Hz a 10 kHz (13 kroků)		