

Funkce náhodné proměnné

Náhodná proměnná x má normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a standardní odchylkou σ ,

$$x \in N(\mu, \sigma)$$

1. Vypočítejte jaké rozdělení bude mít náhodná proměnná $y = e^x$?

- původní náhodná proměnná: $x \in N(\mu, \sigma)$ $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$

- nová náhodná proměnná: $y = e^x$ byla vytvořena aplikací funkce $h(x) = e^x$ na původní náhodnou proměnnou x
nová stará

- zpětná transformace: $x = \ln(y)$ \longrightarrow inverzní funkce: $h^{-1}(y) = \ln(y)$
stará nová

- hustota pravděpodobnosti nové náhodné proměnné y : $g(y) = f(h^{-1}(y)) \left| \frac{dh^{-1}}{dy} \right|$

$$\frac{dh^{-1}}{dy} = \frac{1}{y} \longrightarrow g(y) = f(\ln(y)) \left| \frac{1}{y} \right| \quad \text{protože } y > 0 \text{ je } g(y) = f(\ln(y)) \frac{1}{y}$$

Funkce náhodné proměnné

Náhodná proměnná x má normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a standardní odchylkou σ ,

$$x \in N(\mu, \sigma)$$

1. Vypočítejte jaké rozdělení bude mít náhodná proměnná $y = e^x$?

- původní náhodná proměnná: $x \in N(\mu, \sigma)$ $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$

- hustota pravděpodobnosti nové náhodné proměnné $y = e^x$ je $g(y) = f(\ln(y)) \frac{1}{y}$

- dosadíme za f Gaussián a dostaneme $g(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{1}{y} \exp \left[-\frac{(\ln(y) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$

Log-normální rozdělení

Funkce náhodné proměnné

Log-norm-rozdeleni.py

Náhodná proměnná x má normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a standardní odchylkou σ ,

$$x \in N(\mu, \sigma)$$

2. V Pythonu, nebo Excelu nasimulujte histogram rozdělení náhl s teoretickou hustotou pravděpodobnosti.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
N=10000 #pocet simulovanych dat
nbin=50 #pocet binu histogramu
mu=0 #ocekavana hodnota normalniho rozdeleni
sigma=1 #standardni odchylka normalniho rozdeleni
x=np.empty(N) #nahodna promenna x z N(mu,sigma)
y=np.empty(N) #nahodna promenna y = exp(x)
x=np.random.normal(mu,sigma,N) #vygenerovani N nah. cisel z N(mu,sigma)
y=np.exp(x) #vypocet nove nahodne promenne y = exp(x)

xg=np.linspace(mu-4*sigma,mu+4*sigma,1000) #x-ova osa pro gaussian
eps=1e-4 #nezacnem presne v nule abychom se u fln vyhnuli deleni 0
xln=np.linspace(eps,np.exp(mu+2*sigma),1000) #x-ova osa pro log-norm rozdeleni
fg=1/(np.sqrt(2*np.pi)*sigma)*np.exp(-(xg-mu)**2/(2*sigma**2)) #gaussian
fln=1/(np.sqrt(2*np.pi))*1/xln*np.exp(-(np.log(xln)-mu)**2/(2*sigma**2)) #log-n

fig,ax=plt.subplots() #vykresleni norm. histogramu nahodne promenne x a gaussi
ax.set_title("normalní rozdělení")
ax.set_xlabel("x")
ax.set_ylabel("f(x)")
ax.hist(x,bins=nbin,density=True)
ax.plot(xg,fg,c="red")

fig,ax=plt.subplots() #vykresleni norm. histogramu nahodne promenne y a hustoty
ax.set_title("log-normalní rozdělení")
ax.set_xlabel("y")
ax.set_ylabel("f(y)")
ax.hist(y,bins=nbin,range=(0,np.exp(mu+2*sigma)),density=True)
ax.plot(xln,fln,c="red")
```

