

Maximální chyba

- nepřímá měření → hrubý, řádový odhad nejistoty měření

- neúplná čísla: nechť $a = \hat{\mu}_a \pm \varepsilon_a$ $b = \hat{\mu}_b \pm \varepsilon_b$

- **součet**

$$S = a + b = (\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba
 - relativní maximální chyba

$$\varepsilon_S = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$
$$\eta_S = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b}$$

- **rozdíl**

$$R = a - b = (\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba
 - relativní maximální chyba

$$\varepsilon_R = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$
$$\eta_R = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b}$$

Enormní zvýšení relativní chyby
při odčítání velmi blízkých hodnot!

Maximální chyba

- **součin**

$$N = ab = (\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_N = \varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_N = \frac{\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b} = \eta_a + \eta_b$$

- **podíl**

$$P = \frac{a}{b} = \left(\frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b} \right) \pm \left(\frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_P = \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2}$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_P = \left(\frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right) \frac{\hat{\mu}_b}{\hat{\mu}_a} = \eta_a + \eta_b$$

Maximální chyba

- **mocnina**

- absolutní maximální chyba
- relativní maximální chyba

$$M = a^n = \hat{\mu}_a^n \pm n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$$

$$\varepsilon_M = n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$$

$$\eta_M = n\eta_a$$

- poznámka (pomůcka)

pravidla o derivování

- součtu $(f + g)' = f' + g'$

- rozdílu $(f - g)' = f' - g'$

- součinu $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

- podílu $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

- mocniny $(f^n)' = n f^{n-1} f'$

- atd.

Třída přesnosti

- statistické šetření na sérii vyrobených měřicích přístrojů

X_0 nominální hodnota získaná měřením přístrojem s podstatně vyšší přesností

$\Delta_i = |X_i - X_0|$ odchylka měření i -tého přístroje

- třída přesnosti**

$$P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\%$$

rozsah stupnice $R = x_{\max} - x_{\min}$

řada $P = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 1.5, 2.5$

- rovnoměrné rozdělení* v intervalu $(-a, a)$: $\sigma_B^2 = \frac{(2a)^2}{12} = \frac{a^2}{3} = \frac{\Delta_{i,\max}^2}{3}$

→ chyba naměřené veličiny

$$\sigma_B = \frac{PR}{\sqrt{3}} 10^{-2}$$

- normální rozdělení*: v intervalu $(-\sigma_B, \sigma_B)$ kolem odhadnuté hodnoty měřené veličiny se skutečná (správná) hodnota měřené veličiny nachází s pravděpodobností $p = 0.58$

Třída přesnosti

- třída přesnosti $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\%$ rozsah stupnice R

- Příklad: Rozsah ampérmetru je $R = 3 \text{ A}$, třída přesnosti $P = 1.5$.
Absolutní chyba (nejistota) měření proudu na tomto rozsahu je:

$$\sigma_B = \frac{PR}{\sqrt{3}} 10^{-2} = \frac{1.5 \times 3}{\sqrt{3}} 10^{-2} \text{ A} = 0.026 \text{ A}$$

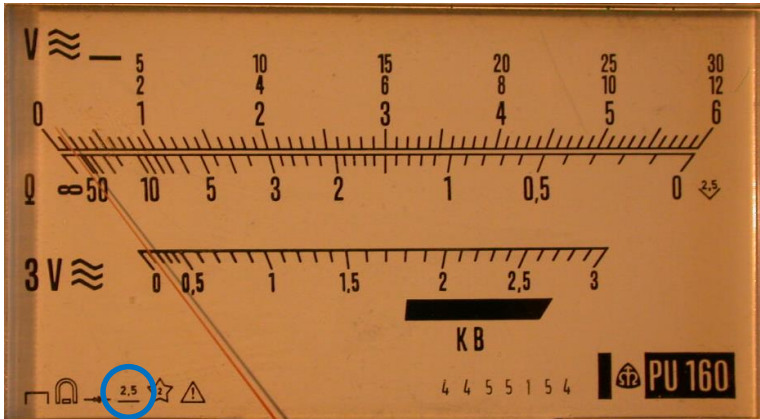
- Poznámka: Z důvodů minimalizace relativní chyby (nejistoty) měření je nutno měřit v **horní polovině stupnice** ručkového měřicího přístroje

- dělení měřicích přístrojů podle třídy přesnosti:

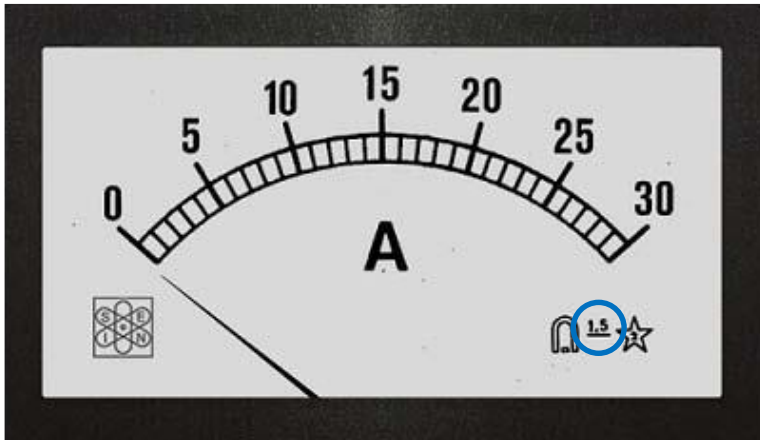
P	kategorie
0.1	etalony, normály
0.2	cejchovní
0.5	laboratorní
1	laboratorní
1.5	provozní
2.5	provozní

Značení elektrických přístrojů

- J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN Praha 1967, tab. 1.2, str. 208



třída přesnosti



Tabulka 1,2

Některé značky na měřicích přístrojích

Měřicí přístroj na proud	stejnoseměrný	—
	střídavý	~
	stejnoseměrný i střídavý	⌒
	střídavý třífázový s jedním měřicím systémem	≡
Poloha stupnice	svislá	⊥
	vodorovná	⌊
	šikmá s udáním úhlu	∠60°
Zkušební napětí isolační	500 V	☆
	1 000 V	☆1
Označení třídy přesnosti 1,5		1,5
Označení uzemňovací svorky		⏏

Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

- třída přesnosti $P = \frac{\Delta_{i,\max}}{R} 100\%$ rozsah stupnice R

- odhad absolutní chyby z dělení stupnice

předpokládáme rovnoměrné dělení stupnice v intervalu $(-a, a)$

volíme $a = \Delta$ = nejmenější dílek stupnice

potom

$$\sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \cong 0.58\Delta$$

„polovina nejmenšího dílku“

Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

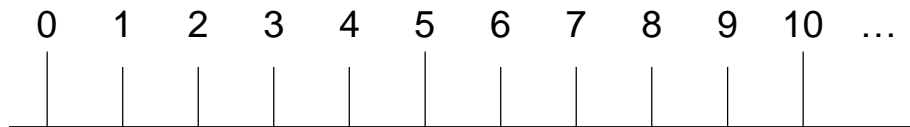
- Příklad Při měření posuvným měřidlem je $D = 0.1 \text{ mm}$.

Chybu měření pak odhadneme jako: $\sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} \text{ mm} \cong 0.06 \text{ mm}$

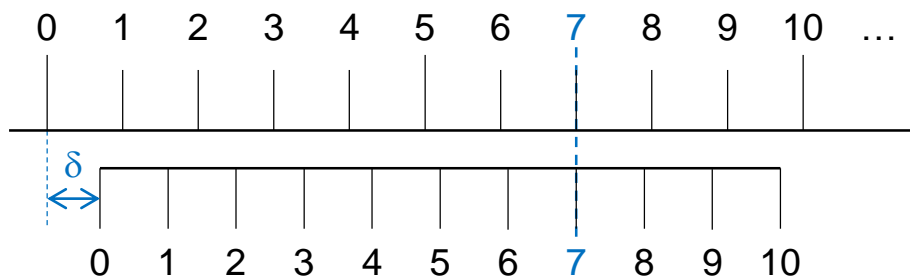


Zobecnění třídy přesnosti i na další měřicí přístroje

- nonius (Vernier)

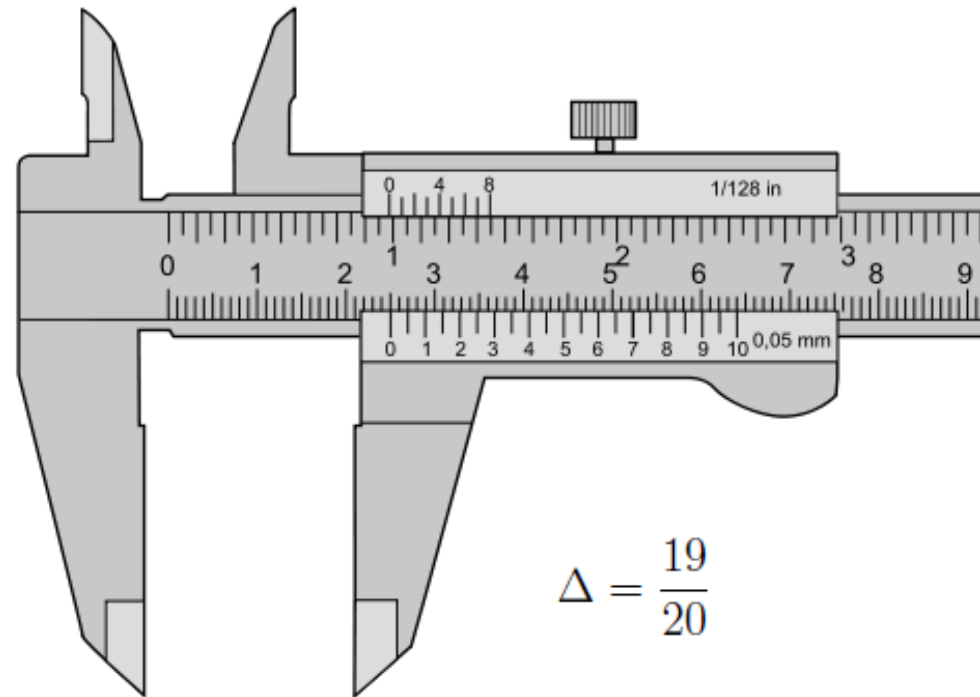


$$\Delta = \frac{9}{10}$$



$$\delta + m\Delta = m$$

$$\delta = \frac{m}{10}$$



$$\Delta = \frac{19}{20}$$

$$\delta = \frac{m}{20}$$

Digitální měřicí přístroje

- maximální chyba se vyjadřuje v procentech naměřené hodnoty + násobek řádu poslední platné číslice zobrazené na displeji



Základní funkce	Rozsah	Přesnost
Měření DC napětí	600mV / 6V / 60V / 600V /1000V	+/- (0,3% + 2)
Měření AC napětí	600mV / 6V / 60V / 600V /1000V	+/- (0,6% + 5)
Měření DC proudu	600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A	+/- (0,5% + 3)
Měření AC proudu	600μA / 6000μA / 60mA / 600mA / 10A	+/- (1% + 5)
Měření odporu	600Ω / 6kΩ / 60kΩ / 600kΩ / 6MΩ / 60MΩ	+/- (0,5% + 2)
Měření kapacity	6nF / 60nF / 600nF / 6mF / 60mF / 600mF / 6mF	+/- (2% + 5)
Měření teploty ve °C	- 40°C až do + 1000°C	+/- (1% + 3)
Měření teploty ve °F	- 40°F až do + 1832°F	+/- (1,5% + 5)
Měření kmitočtu	60Hz / 60kHz / 600kHz / 6MHz / 60MHz	+/- (0,1% + 3)

Digitální měřicí přístroje

- Příklad: Na přístroji **Metex 3850** naměříme hodnotu stejnosměrného napětí $U = 3.512 \text{ V}$ na rozsahu 4 V.

8 – 2. Special Characteristics.

MODEL	FUNCTION	RANGE	ACCURACY	RESOLUTION
M-3850	DC VOLTAGE	400 mV 4 V 40 V 400 V	$\pm 0.3\%$ of rdg +1 dgt	100 μV 1 mV 10 mV 100 mV
		1000 V	$\pm 0.5\%$ of rdg +1 dgt	1 V
M-3830	AC VOLTAGE	400 mV 4 V 40 V 400 V	$\pm 0.8\%$ of rdg +3dgt	100 μV 1 mV 10 mV 100 mV
		750 V	$\pm 1.0\%$ of rdg +3 dgt	1 V



Přístroj má 4-místný displej. Podle údajů výrobce je chyba 0.3% naměřené hodnoty plus 0.001 V.

$$\Delta = 0.003 \times 3.512 + 0.001 \text{ V} = 0.012 \text{ V} \Rightarrow \sigma_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = 0.007 \text{ V}$$

Výsledek měření je tedy: $U = (3.512 \pm 0.007) \text{ V}$