Test č. 2 čtvrtek 9.1.2020 15:40

Úloha 1. (5 bodů) Měřením vzorku bylo zjištěno:

objem vzorku: $V = (0{,}450 \pm 0{,}001)$ l,
hmotnost vzorku: $m = (364{,}4 \pm 0{,}5)$ g.

Určete hustotu vzorku a také její nejistotu.

Řešení: očekávaná hodnota hustoty je $\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} \approx 0{,}80977\ \mathrm{g.cm^{-3}}$. Pro určení nejistoty hustoty u_ρ použijeme vztah pro přenos nejistoty:

$$u_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2_{\bar{V},\bar{m}} u_m^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\right)^2_{\bar{V},\bar{m}} u_V^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{V}}\right)^2 u_m^2 + \left(-\frac{\bar{m}}{\bar{V}^2}\right)^2 u_V^2} = 0{,}00211\ \mathrm{g.cm^{-3}}$$

Výsledek měření hustoty je tedy: $\rho = (0{,}810 \pm 0{,}002)\ \mathrm{g.cm^{-3}}$

Úloha 2. (10 bodů) Pro dvanáct možných magnetických konfigurací dané látky byly z výpočtů elektronové struktury určeny celkové energie a z nich spočteny v tabulce uvedené hodnoty výměnného integrálu *J*. Přesnost určení použité výpočetní metody je možno uvažovat rovnou hodnotě zvoleného konvergenčního kriteria pro celkovou energii, jež zde byla 0.00001 Ry (uvažujte ji jako standardní chybu); 1 Rydberg (Ry) odpovídá 13.606 elektronvoltu (eV). Zpracujte spočtené hodnoty a uveďte výslednou hodnotu výměnného integrálu s celkovou standardní nejistotou.

č. výpočtu (i)	J_i (meV)	$J_i - \bar{J}$ (meV)	$(J_i - \bar{J})^2$ (meV)
1	6.374	-0.16775	0.0281400625
2	6.708	0.16625	0.0276390625
3	6.329	-0.21275	0.0452625625
4	6.021	-0.52075	0.2711805625
5	6.524	-0.01775	0.0003150625
6	6.058	-0.48375	0.2340140625
7	6.922	0.38025	0.1445900625
8	6.658	0.11625	0.0135140625
9	6.857	0.31525	0.0993825625
10	6.673	0.13125	0.0172265625
11	6.546	0.00425	0.0000180625
12	6.831	0.28925	0.0836655625
Pomůcka:	aritmetický průměr: $\bar{J} = 6.54175$ meV		
	$\sum_i (J_i - \bar{J})^2 = 0.96494825\ \mathrm{meV^2}$		

Řešení: očekávaná hodnota integrálu J je rovna aritmetickému průměru z měřených hodnot $\bar{J} = 6.54175\ \mathrm{meV}$. Standardní odchylku jednoho měření určíme podle vztahu:

$$S_J = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(J_i - \bar{J})^2} = \sqrt{\frac{1}{11} 0{,}96494825} \approx 0{,}29618\ \mathrm{meV}$$

Zkontrolujeme, že žádná z měřených hodnot neleží dále od střední hodnoty než 3σ (vzhledem k počtu stupňů volnosti 11 tento interval odpovídá $\pm 3{,}85\sigma = 1{,}14$ eV).

Spočítáme standardní odchylku aritmetického průměru:

$$S_{\bar{J}} = \frac{S_J}{\sqrt{12}} \approx 0{,}0855\ \mathrm{meV}$$

a nejistota typu A je po rozšíření intervalu koeficientem podle studentova t-rozdělení (11 stupňů volnosti):

$$u_A \approx 1{,}05\, S_{\bar{J}} \approx 0{,}08978\ \mathrm{meV}$$

Chyba měřidla, $u_B = 0{,}13606\ \mathrm{meV}$, je uvedena také jako standardní odchylka, takže oba zdroje nejistoty odpovídají srovnatelné hladině pravděpodobnosti a můžeme je rovnou složit do výsledné kombinované standardní nejistoty:

$$u_J = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \approx \sqrt{0{,}08978^2 + 0{,}13606^2} \approx 0{,}1607\ \mathrm{meV}$$

Výsledná hodnota výměnného integrálu se standardní nejistotou je:

$$J = (6{,}54 \pm 0{,}16)\ \mathrm{meV}$$