

Seminární úlohy 3

1. Hustota pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení, popisující např. dobu života částice nebo kvantového stavu, je exponenciálně klesající funkce. Parametrem rozdělení je střední doba života τ .

Napište hustotu pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení.

Vypočítejte distribuční funkci exponenciálního rozdělení.

V programu Gnuplot nakreslete grafy obou funkcí.

[řešení:

$$f(x) = 0 \text{ pro } x < 0; f(x) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{x}{\tau}} \text{ pro } x \geq 0$$

$$F(x) = 0 \text{ pro } x < 0; F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\tau}} \text{ pro } x \geq 0]$$

2. Matematické kyvadlo o délce závěsu l a hmotnosti m vychýlíme o malý úhel tak, že jeho x -ová souřadnice je x_0 , pustíme ho a necháme kývat. Během kývání ho v náhodně vybraných časech fotografujeme. Z fotografií potom uděláme histogram poloh kyvadla, tj. jeho x -ové souřadnice.

Jaký tvar bude tento histogram mít?

Jinými slovy jaká je hustota pravděpodobnosti $f(x)$ náhodné proměnné x ?

Nápověda: Pravděpodobnost, že je kyvadlo v dané poloze, je nepřímo úměrná rychlosti kyvadla.

[řešení: Histogram poloh kyvadla $x \in [-x_0, x_0]$ bude mít tvar funkce $g(x) = \frac{A}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^2}}$, kde A

je neznámá konstanta, závisající na počtu měření. Hustotu pravděpodobnosti získáme znormováním funkce $g(x)$, tedy $f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{x_0^2 - x^2}}$]