

Stručné shrnutí semináře 5

Cauchyho (Lorentzovo, Breitovo-Wignerovo) **rozdělení** pravděpodobnosti je popsáno funkcí hustoty pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w}{w^2 + (x - x_0)^2}$$

Parametr w vyjadřuje polovinu šířky v polovině maxima, parametr x_0 udává polohu maxima $f(x)$.

- Střední hodnota a disperze Cauchyho rozdělení nejsou definovány.
- Distribuční funkce Cauchyho rozdělení:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x - x_0}{w}\right)$$

Popisuje tvar rezonančních křivek, přirozený tvar spektrálních čar, atd.

Normální (Gaussovo) **rozdělení** pravděpodobnosti je popsáno funkcí hustoty pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Parametr μ udává polohu maxima $f(x)$ a má význam střední hodnoty, parametr σ charakterizuje šířku normálního rozdělení a má význam standardní odchylky (σ^2 je disperze).

- Distribuční funkce normálního rozdělení:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

Je limitním případem mnoha jiných rozdělení (Poisson, binomické, studentovo, ...), má důležitou roli ve statistice a testování, popisuje difusi, dopplerovské rozšíření, přibližně také popisuje chování mnoha systémů v biologii, ekonomii, sociologii atd.

χ^2 rozdělení pravděpodobnosti je popsáno funkcí hustoty pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

kde $\Gamma(z)$ je gamma funkce:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

a parametr n vyjadřuje počet stupňů volnosti. Rozdělení hraje důležitou roli ve statistických testech.

studentovo t-rozdělení pravděpodobnosti má funkci hustoty pravděpodobnosti:

$$f(t) \equiv \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 - \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n-1}{2}}$$

kde $\Gamma(z)$ a n mají stejný význam jako výše. Toto rozdělení se uplatňuje při odhadování hodnot parametrů rozdělení, je-li statistický vzorek omezený (n je konečné číslo).

Boltzmannovo rozdělení pravděpodobnosti vyjadřuje pravděpodobnost, že se systém při teplotě T nachází ve stavu s energií E_i :

$$p_i = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$

kde Z je partiční funkce (též stavová suma):

$$Z = \sum_{i=1}^N e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$

Je důležité ve statistické fyzice a termodynamice.