

# Úvod do praktické fyziky NOFY055

Petr Hruška – katedra fyziky nízkých teplot

místnost L164 (Troja)

Petr.Hruska@mff.cuni.cz

hruska@fzu.cz

<https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/hruska/>

## Doporučená literatura:

- J. English, „Úvod do praktické fyziky I“, (Matfyzpress, Praha 2006).
- W.T. Eadie *et al.*, “Statistical Methods in Experimental Physics”, (North Holland, Amsterdam, 1971).
- G. Cowan, “Statistical Data Analysis”, (Oxford Science Publications, Oxford 1998).
- R.J. Barlow, “Statistics. A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences”, (John Wiley & Sons, Chichester 1989).

# Úvod do praktické fyziky NOFY055

podmínky pro získání zápočtu:

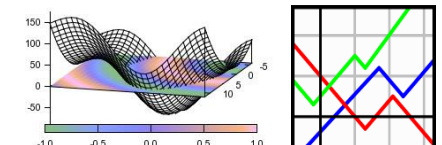
- úspěšné absolvování 2 testů během semestru (termín bude oznámen)
- každý test 0-15 bodů → celkem je nutné získat alespoň 16 bodů
- velmi doporučuji po každém semináři vypracovat seminární úlohy

# Struktura seminářů

přednáška + praktické cvičení

používané programy

- **Excel** (příklady dělané ve verzi **MS Office 2013**, česká lokalizace)
  - pro všechny studenty MFF zdarma služba **Office 365**
  - bezplatná alternativa je procesor **Calc** v rámci balíčku **LibreOffice**
- **Matlab** (na MFF je celofakultní licence pro každého studenta)
  - návod k instalaci: <https://uvt.cuni.cz/UVT-920.html>
- **Python(x,y)**
  - k dispozici zdarma na: <https://python-xy.github.io/>
- **ROOT**
  - k dispozici zdarma na: <https://root.cern.ch/>
- **Gnuplot**
  - k dispozici zdarma na: <http://www.gnuplot.info/>



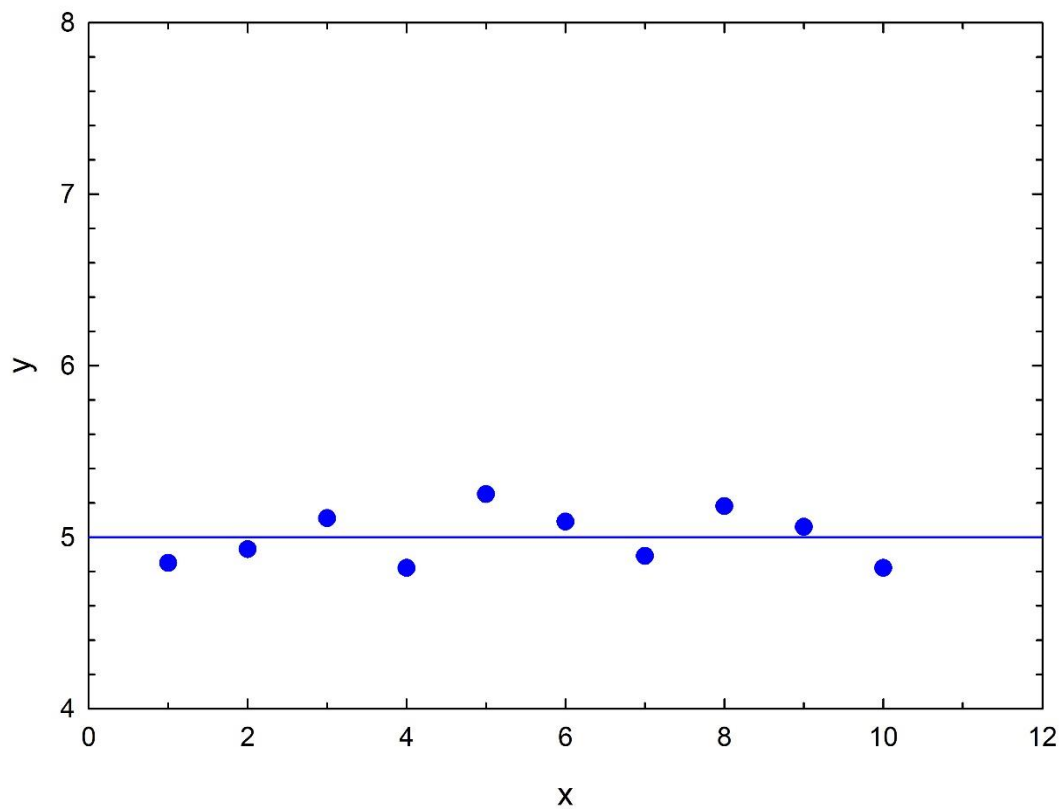
# Chyby měření

Výsledky měření nebo pozorování jsou vždy zatíženy chybou:

- statistické jsou důsledkem náhodných fluktuací, které se popisují metodami matematické statistiky
- systematické vznikají v důsledku chybných kalibrací, interpretací apod., zatěžují stejným způsobem výsledek každého nezávisle opakovaného měření
- hrubé vznikají hrubým zásahem do procesu měření, jejich velikost významně převyšuje rozptyl chyby statistické

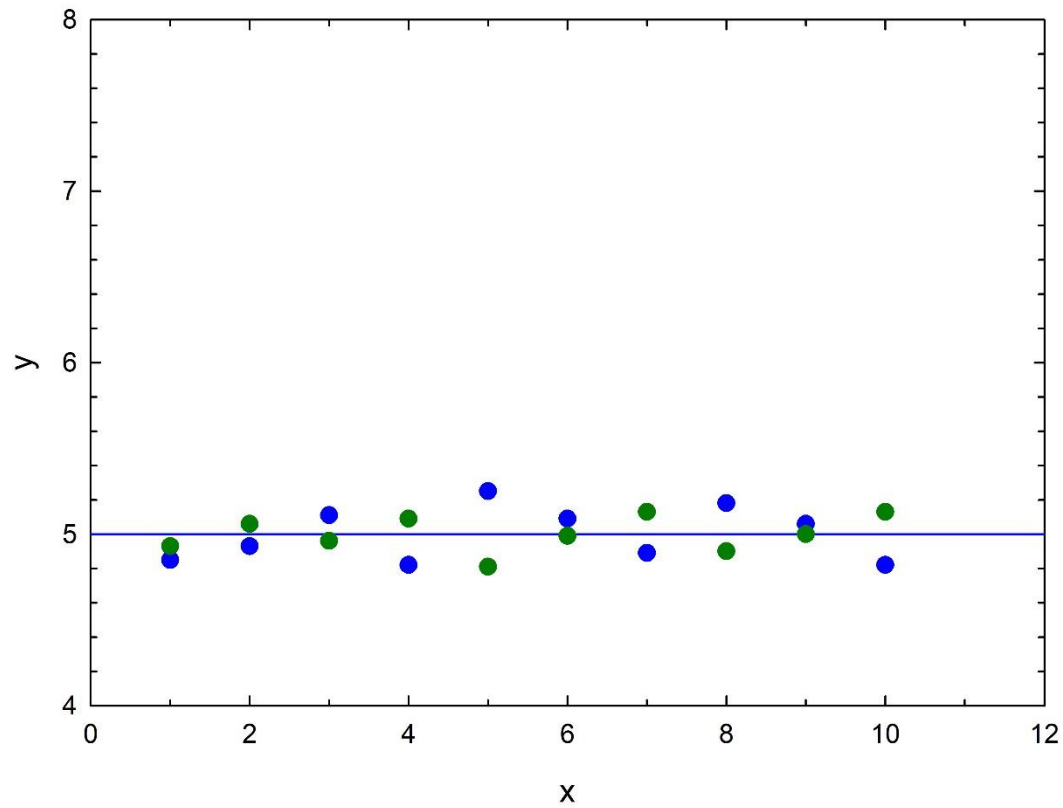
# Chyby měření

10 měření veličiny  $y$



# Chyby měření

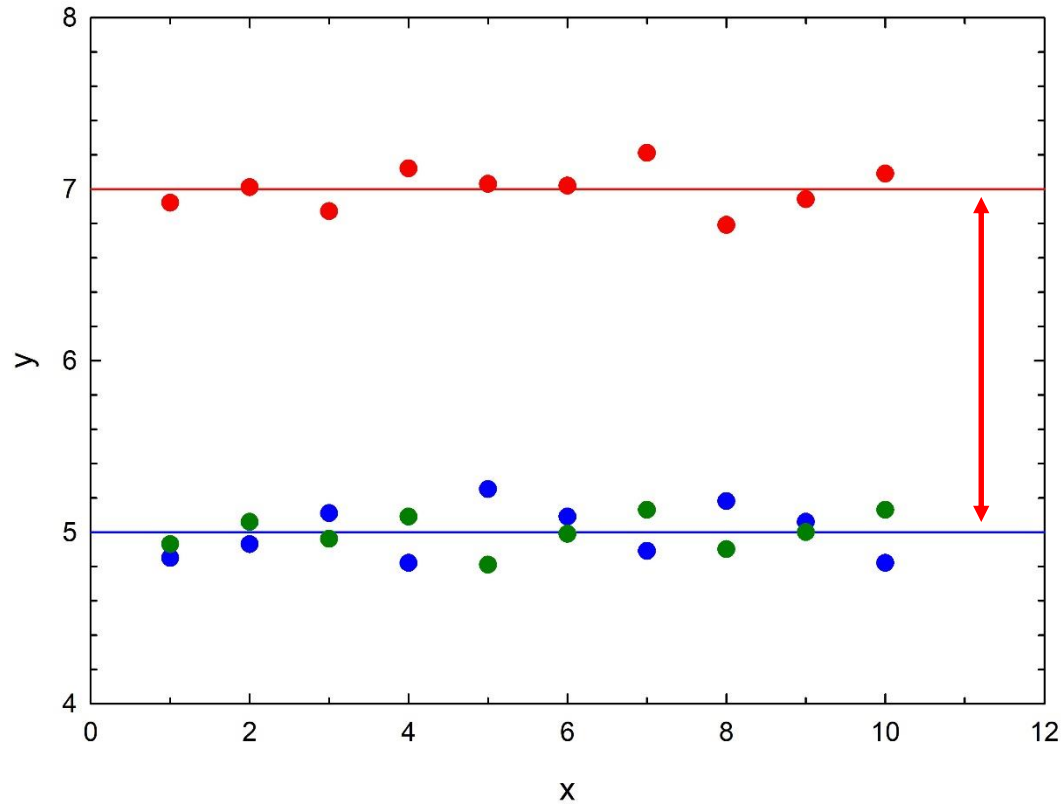
10 měření veličiny  $y$



statistická chyba

# Chyby měření

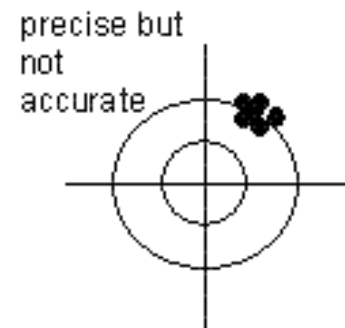
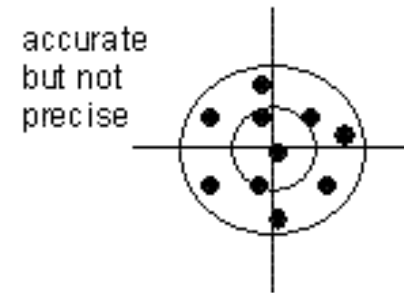
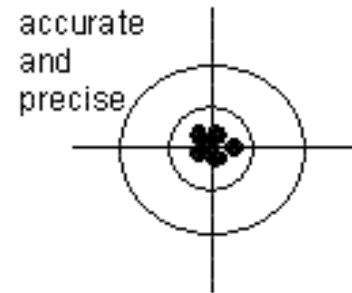
10 měření veličiny  $y$



systematická chyba

statistická chyba

# Náhodná a systematická chyba





# Nejistota (uncertainty) výsledku měření

CIMP - Comité International des Poids et Mesures (1981, 1985)

ISO (Mezinárodní Organizace pro Normalizaci) – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements (1993)

- statistické (typu A)      nejčastěji zpracování složek nejistoty, které mají svůj původ v náhodných jevech       $\sigma_A^2$
- ostatní (typu B)      zpracování ostatních složek nejistoty (odhad)       $\sigma_B^2$

- odhad skutečné hodnoty měřené veličiny       $\hat{\mu}$

- odhad chyby – kombinovaná standardní nejistota       $\sigma_C^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$

- výsledek měření

$$x = (\hat{\mu}_x \pm \sigma_{C,x}) [x]$$

označení jednotky

absolutní chyba (nejistota)

- relativní chyba       $\eta_x = \frac{\sigma_{C,x}}{\hat{\mu}_x} \times 100\%$

# Zápis výsledku měření

- nejistotu (chybu) uvádíme **nejvýše** na 2 platné číslice
- výsledek zaokrouhlíme v řádu poslední platné číslice neurčitosti (chyby)
- platné číslice – všechny číslice s výjimkou nul **před** první nenulovou číslicí

0.00152	→ 3 platné číslice
0.010040	→ 5 platných číslic
10.10000300	→ 10 platných číslic

- zápis výsledku měření

$v = (1.63 \pm 0.02) \text{ ms}^{-1}$	$I = (0.10 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ A}$
$p = (5.105 \pm 0.012) \text{ GPa}$	$t = 0.405(3) \text{ s}$

*Poznámka:* Pokud se chyba měření ve výsledku neudává, předpokládá se implicitně, že je menší, než polovina řádu za poslední platnou číslicí výsledku:

$$v = 1.5 \text{ ms}^{-1} \quad \Rightarrow \quad 1.45 \text{ ms}^{-1} < v < 1.55 \text{ ms}^{-1}$$

# Maximální chyba

- nepřímá měření → hrubý, řádový odhad nejistoty měření

- neúplná čísla:                      necht'  $a = \hat{\mu}_a \pm \varepsilon_a$                        $b = \hat{\mu}_b \pm \varepsilon_b$

- **součet**

$$S = a + b = (\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_S = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_S = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a + \hat{\mu}_b}$$

- **rozdíl**

$$R = a - b = (\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_R = (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_R = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b}$$

Enormní zvýšení relativní chyby  
při odčítání velmi blízkých hodnot!

# Maximální chyba

- **součin**

$$N = ab = (\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b) \pm (\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_N = \varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_N = \frac{\varepsilon_a \hat{\mu}_b + \varepsilon_b \hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_a \hat{\mu}_b} = \eta_a + \eta_b$$

- **podíl**

$$P = \frac{a}{b} = \left( \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b} \right) \pm \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right)$$

- absolutní maximální chyba

$$\varepsilon_P = \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2}$$

- relativní maximální chyba

$$\eta_P = \left( \frac{\varepsilon_a}{\hat{\mu}_b} + \varepsilon_b \frac{\hat{\mu}_a}{\hat{\mu}_b^2} \right) \frac{\hat{\mu}_b}{\hat{\mu}_a} = \eta_a + \eta_b$$

# Maximální chyba

- **mocnina**

$$M = a^n = \hat{\mu}_a^n \pm n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$$

- absolutní maximální chyba  $\varepsilon_M = n\hat{\mu}_a^{n-1}\varepsilon_a$

- relativní maximální chyba  $\eta_M = n\eta_a$

- poznámka (pomůcka)

pravidla o derivování

- součtu  $(f + g)' = f' + g'$

- rozdílu  $(f - g)' = f' - g'$

- součinu  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

- podílu  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

- mocniny  $(f^n)' = n f^{n-1} f'$

- atd.