

# Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

1. Nakreslete v Gnuplotu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0. Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení. Jaká je pravděpodobnost, že  $|x| > 2$  pro obě rozdělení?

- Gaussián  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$  FWHM:  $w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$   
 $w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$
- Lorentzián  $l(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w/2}{(w/2)^2 + x^2}$

gaussian-lorentzian.gnu

```
set term wxt 0
pi=3.1415926535897932384626433832795
mu=0 #poloha maxima
w=1 #FWHM
sigma=w/(2*sqrt(2*log(2)))
set xlabel 'x'
set ylabel 'pdf'
set xrange [-5*sigma:5*sigma]
set yrange [0:1/(sqrt(2*pi)*sigma)]
# gaussian
g(x)=1/(sqrt(2*pi)*sigma)*exp(-x**2/(2*sigma**2))
#lorentzian
l(x)=1/pi*w/2/(w**2/4.0+x**2)
plot g(x) title 'Gaussian' with lines linestyle 1, l(x) title 'Lorentzian' with lines
linestyle 2
```

# Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

1. Nakreslete v Gnuplotu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0.  
Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení.  
Jaká je pravděpodobnost, že  $|x| > 2$  pro obě rozdělení?

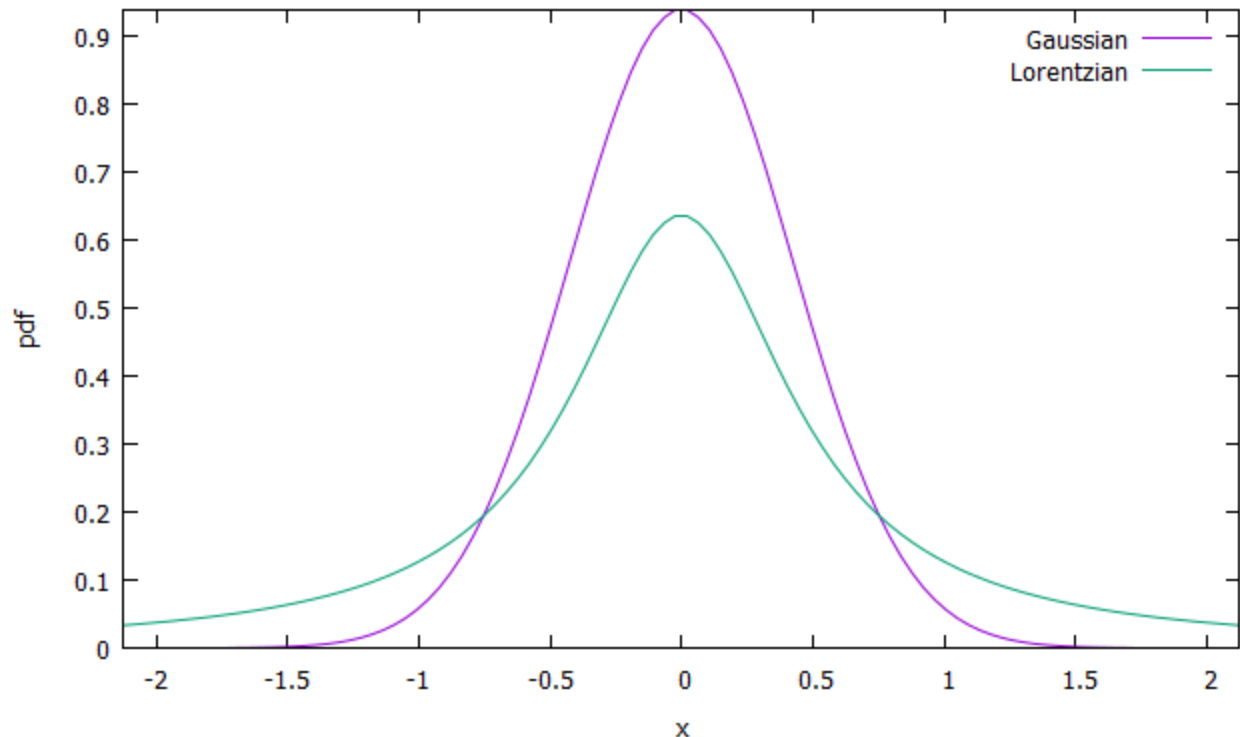
- Gaussián  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

FWHM:  $w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$

$$w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$$

- Lorentzián  $l(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w/2}{(w/2)^2 + x^2}$

`gaussian-lorentzian.gnu`



# Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

1. Nakreslete v Gnuplotu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0.  
Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení.  
Jaká je pravděpodobnost, že  $|x| > 2$  pro obě rozdělení?

- Normální rozdělení  $G(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right]$  FWHM:  $w = 2\sigma \sqrt{2 \ln 2}$   
 $w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2 \ln 2}}$
- Breit-Wignerovo rozdělení  $L(x) = \frac{1}{\pi} \left( \operatorname{arctg} \frac{2x}{w} + \frac{\pi}{2} \right)$

gaussian-lorentzian.gnu

```
set term wxt 1
set xlabel 'x'
set ylabel 'Pravdepodobnost'
set xrange [-5*sigma:5*sigma]
set yrange [0:1]
#distribucni funkce normalni rozdeleni
G(x)=0.5*(1+erf((x-mu)/(sigma*sqrt(2))))
#distribucni funkce Breit-Wignerovo rozdeleni
L(x)=1/pi*(atan(2*x/w)+pi/2)
plot G(x) title 'G(x)' with lines linestyle 1, L(x) title 'L(x)' with lines
```

# Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

1. Nakreslete v Gnuplotu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0.  
Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení.  
Jaká je pravděpodobnost, že  $|x| > 2$  pro obě rozdělení?

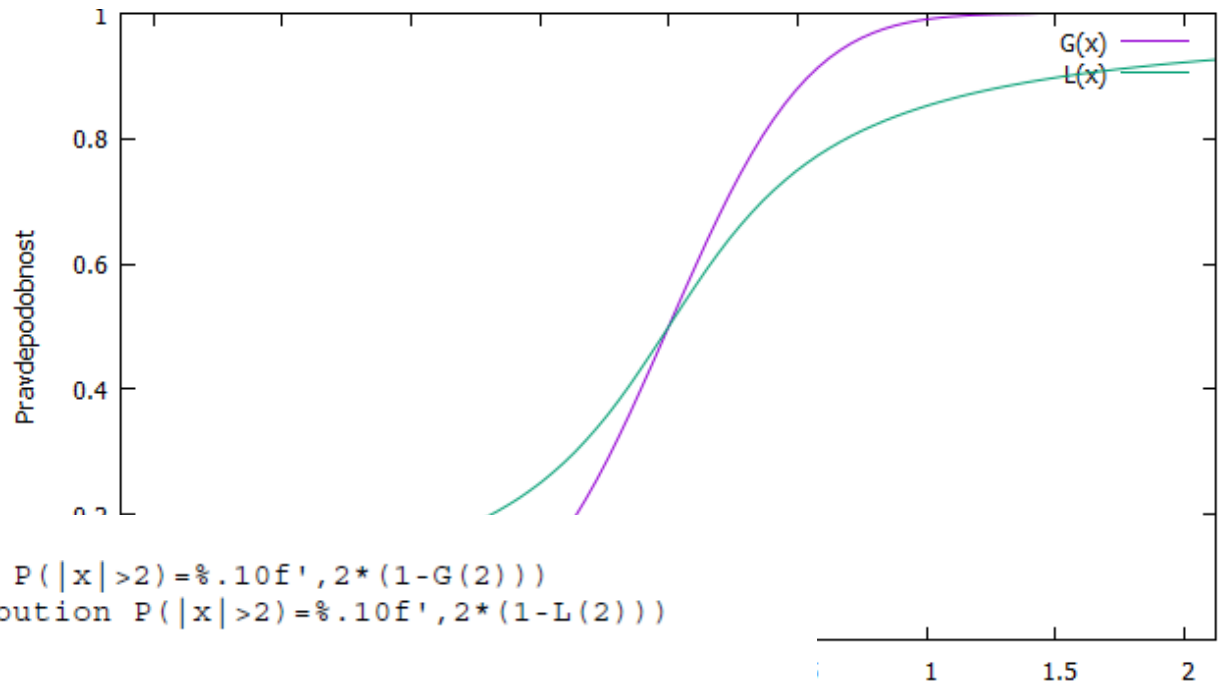
- Normální rozdělení  $G(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right]$  FWHM:  $w = 2\sigma \sqrt{2 \ln 2}$   
 $w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2 \ln 2}}$

- Breit-Wignerovo rozdělení  $L(x) = \frac{1}{\pi} \left( \operatorname{arctg} \frac{2x}{w} + \frac{\pi}{2} \right)$

gaussian-lorentzian.gnu

- Normální rozdělení  $P(|x| > 2) = 0.00000248$

- Breit-Wignerovo rozdělení  $P(|x| > 2) = 0.15595826$



```
print sprintf('Normal distribution P(|x|>2)=%.10f',2*(1-G(2)))
print sprintf('Breit-Wigner distribution P(|x|>2)=%.10f',2*(1-L(2)))
```

# Normální rozdělení

2. Průměrná hodnota IQ v ČR je 100. Vyšší IQ než 80 má 90% lidí. Jaké musíte mít IQ abyste byl geniální což znamená, že máte IQ vyšší než 99.95% populace?

- Normální rozdělení  $\mu = 100$ ,  $\sigma = ?$

- 90 % populace IQ > 80  $\longrightarrow G(80)_{\mu,\sigma} = 1 - 0.9 = 0.1$

- Distribuční funkce normálního rozdělení  $G(x)_{\mu,\sigma} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right]$

- Hranice geniality  $x_g$   $G(x_g)_{\mu,\sigma} = 0.9995$

$$G(x_g)_{\mu,\sigma} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x_g - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] = 0.9995$$



$$x_g = \sqrt{2}\sigma \operatorname{erf}^{-1}(2 \times 0.9995 - 1) + \mu$$

$$\mu = 100, \sigma = 15.6$$



$$x_g = 151$$

IQ.py

```
from scipy.special import erfinv
from numpy import sqrt
sigma=(80-100)/(sqrt(2)*erfinv(-0.80))
print('sigma=',sigma)
print('IQ =', 100+sqrt(2)*sigma*erfinv(2*0.9995-1))
```

$$\left. \vphantom{\frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}} \right\} \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) = 0.2 - 1 = -0.8$$



$$\sigma = \frac{x - \mu}{\sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1}(-0.8)}$$



*inverzní funkce k erf*

$$x = 80, \mu = 100$$



$$\sigma = 15.6$$