

Úloha 1. (5 bodů) Měřením rozměrů válce bylo zjištěno:

poloměr: $R = (2,05 \pm 0,02) \text{ cm}$,

výška: $h = (4,37 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Určete objem a jeho nejistotu.

Řešení: očekávaná hodnota objemu je $\bar{V} = \pi \bar{R}^2 \bar{h} \approx 57,69511 \text{ cm}^3$. Pro určení nejistoty objemu u_V použijeme vztah pro přenos nejistoty:

$$u_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial R}\right)_{\bar{R}, \bar{h}}^2 u_R^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)_{\bar{R}, \bar{h}}^2 u_h^2} = \sqrt{(2\pi \bar{R} \bar{h})^2 u_R^2 + (\pi \bar{R}^2)^2 u_h^2} = 1,340158 \text{ cm}^3$$

Výsledek měření objemu je tedy: $V = (57,7 \pm 1,3) \text{ cm}^3$.

Úloha 2. (10 bodů) Měřením dynamické viskozity kapaliny jsme získali hodnoty v tabulce. Měření byla prováděna viskozimetrem se (standardní) chybou 0,005 mPa.s. Zpracujte měření a uveďte výsledek s celkovou standardní nejistotou.

č. měření (i)	μ_i (mPa.s)	$\mu_i - \bar{\mu}$ (mPa.s)	$(\mu_i - \bar{\mu})^2$ ($10^{-6} \text{ Pa}^2 \cdot \text{s}^2$)
1	0,544	-0,0033	0,00001111
2	0,540	-0,0073	0,00005378
3	0,551	0,0037	0,00001344
4	0,541	-0,0063	0,00004011
5	0,548	0,0007	0,00000044
6	0,560	0,0127	0,00016044
7	0,554	0,0067	0,00004444
8	0,553	0,0057	0,00003211
9	0,542	-0,0053	0,00002844
10	0,539	-0,0083	0,00006944
11	0,548	0,0007	0,00000044
12	0,551	0,0037	0,00001344
13	0,543	-0,0043	0,00001878
14	0,549	0,0017	0,00000278
15	0,547	-0,0003	0,00000011
Pomůcka:		aritmetický průměr: $\bar{\mu} = 0,54733$	
		$\sum_i (\mu_i - \bar{\mu})^2 = 0,00048933$	

Řešení: očekávaná hodnota viskozity je rovna aritmetickému průměru z měřených hodnot $\bar{\mu} = 0,54733 \text{ mPa.s}$. Standardní odchylku jednoho měření určíme podle vztahu:

$$S_\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2} = \sqrt{\frac{1}{14} 0,00048933} \approx 0,005912 \text{ mPa.s}$$

Zkontrolujeme, že žádná z měřených hodnot neleží dále od střední hodnoty než 3σ (vzhledem k počtu stupňů volnosti 14 tento interval odpovídá $\pm 3,64\sigma = 0,02152 \text{ mPa.s}$).

Spočítáme standardní odchylku aritmetického průměru:

$$S_{\bar{\mu}} = \frac{S_{\mu}}{\sqrt{15}} \approx 0,001526 \text{ mPa. s}$$

a nejistota typu A je po rozšíření intervalu koeficientem podle studentova t-rozdělení (14 stupňů volnosti):

$$u_A \approx 1,04 S_{\bar{\mu}} \approx 0,00159 \text{ mPa. s}$$

Chyba měřidla, $u_B = 0,005 \text{ mPa. s}$, je uvedena také jako standardní odchylka, takže oba zdroje nejistoty odpovídají srovnatelné hladině pravděpodobnosti a můžeme je rovnou složit do výsledné kombinované standardní nejistoty:

$$u_{\mu} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \approx 10^{-3} \sqrt{1,59^2 + 5^2} \approx 0,005247 \text{ mPa. s}$$

Výsledná hodnota viskozity se standardní nejistotou je:

$$\mu = (0,547 \pm 0,005) \text{ mPa. s}$$