Rozdělení pravděpodobnosti

- **diskrétní náhodná proměnná**
  - rovnoměrné rozdělení
  - binomické rozdělení
  - Poissonovo rozdělení

- **spojitá náhodná proměnná**
  - rovnoměrné rozdělení
  - Cauchyho rozdělení
  - normální (Gaussovo) rozdělení

  - χ^2-rozdělení
  - (Studentovo) t-rozdělení
  - Boltzmannovo rozdělení

Více náhodných veličin

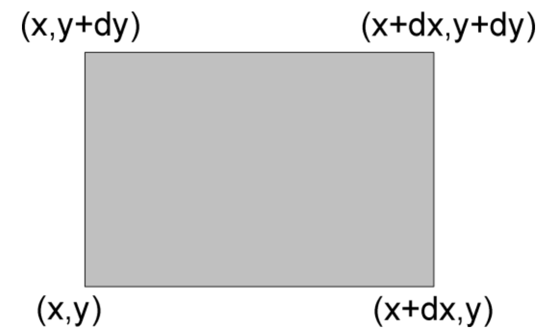
• Dvě náhodné proměnné x, y mají rozdělení pravděpodobnosti na intervalech V_x, V_y popsáno funkcemi $p(x)$, $q(y)$

• Jaká je pravděpodobnost, že

x se nachází v intervalu $(x, x+\mathrm{d}x)$

a **zároveň**

y se nachází v intervalu $(y, y+\mathrm{d}y)$?



$$P\begin{bmatrix} x \in (x, x+\mathrm{d}x) \\ y \in (y, y+\mathrm{d}y) \end{bmatrix} = \rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

$\rho(x, y)$ je rozdělení pravděpodobnosti dvou náhodných proměnných.

$$\left.\begin{matrix} p(x) \text{ na } V_x \\ q(y) \text{ na } V_y \end{matrix}\right\} \rightarrow \rho(x, y) \text{ na } V = V_x \times V_y$$

Více náhodných veličin

- Rozdělení pravděpodobnosti dvou náhodných proměnných $\rho(x, y)$
  - funguje podobně jako v případě jedné proměnné:

- **střední hodnota:** $\mu_x = \langle x \rangle = \int_V x\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \qquad \mu_y = \langle y \rangle = \int_V y\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

  (obecně) $\langle f(x, y) \rangle = \int_V f(x, y)\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

- **momenty:**

$$\mu_{x,n} = \langle x^n \rangle = \int_V x^n\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \qquad \mu_{y,n} = \langle y^n \rangle = \int_V y^n\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

- **centrální momenty:** $\mu'_{x,n} = \langle (x - \mu_x)^n \rangle = \int_V (x - \mu_x)^n\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

$$\mu'_{y,n} = \langle (y - \mu_x)^n \rangle = \int_V (y - \mu_y)^n\,\rho(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

Kovariance, koeficient korelace

Jak vypadá rozdělení $\rho(x, y)$? x a y **nezávislé** $\rightarrow$ $\rho(x,y) = p(x)q(y)$

Obecně (např. nejsou-li nezávislé), vyjadřujeme míru jejich vztahu pomocí **kovariance**.

$$\mathrm{Cov}(x,y) = \langle (x-\mu_x)(y-\mu_y) \rangle = \int_V (x-\mu_x)(y-\mu_y)\,\rho(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

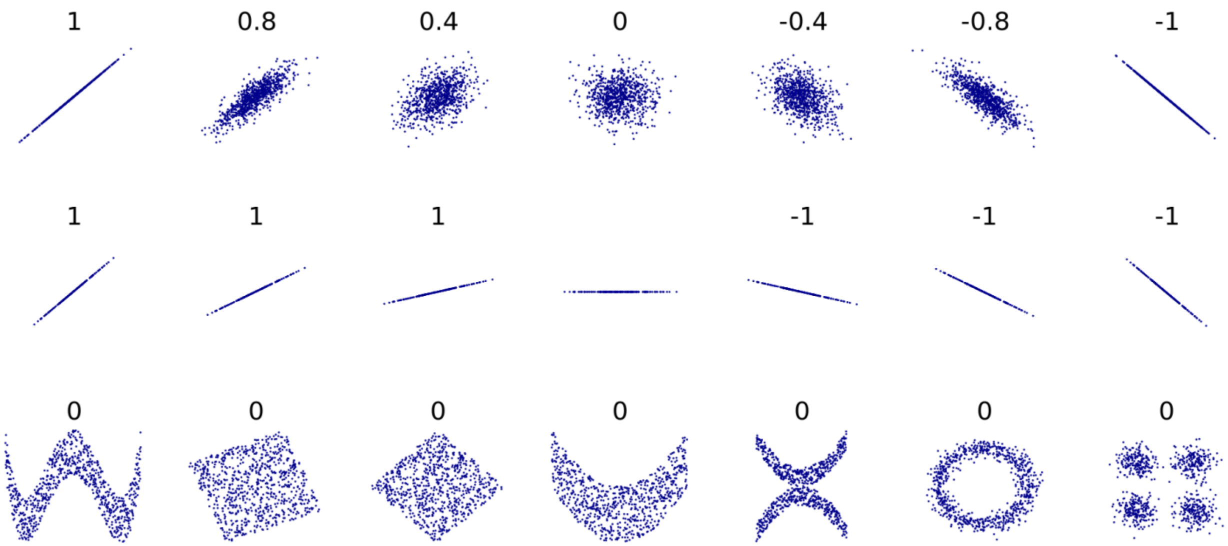
$$\mathrm{Cov}(x,y) = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle \quad \rightarrow \mathrm{Cov}(x,x) = \mathrm{V}(x) = \sigma_x^2$$ (ko-variance)

Koeficient korelace: $$\mathrm{r}(x,y) = \frac{\mathrm{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$-1 \leq \mathrm{r}(x,y) \leq 1$$

antikorelované $= 0$ nezávislé korelované

příklady:



$$\sigma_r \approx \frac{1-r}{\sqrt{N-1}}$$

Kovariance, koeficient korelace

Příklad:

Veličiny x a y jsou lineárně závislé: $y = a.x + b$

$$\mathrm{r}(x, y) = ?$$

$$\mathrm{r}(x, y) = \frac{\mathrm{Cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \qquad \mathrm{Cov}(x, y) = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle$$