Seminární úlohy 1

1. Neutrina produkovaná urychlovačem SPS v CERNu se registrují podzemním detektorem OPERA v laboratoři Gran Sasso vzdálené přibližně 730 km. Maximální chyba stanovení času vzniku a času detekce neutrina je 10 ns. Jak přesně je nutno znát vzdálenost mezi urychlovačem SPS a detektorem OPERA aby bylo možné spolehlivě detekovat překročení rychlosti světla ve vakuu (c = 299792458 m/s) o tisícinu procenta.

Řešení:

Rychlost neutrin je

$$c = \frac{l}{\Delta t},\tag{1}$$

kde l=730 km a $\Delta t=t_d-t_e$ je rozdíl času emise t_e a času detekce t_d neutrina. Maximální relativní chyba určení rychlosti je

$$\frac{\mathcal{E}_c}{c} = \frac{\mathcal{E}_{\Delta l}}{\Delta t} + \frac{\mathcal{E}_l}{l}.\tag{2}$$

Maximální chyba určení času emise a detekce je stejná a označíme jí ε_t , tj. $\varepsilon_t = \varepsilon_{te} = \varepsilon_{td} = 10$ ns. Potom maximání chyba určení časového intervalu Δt je

$$\varepsilon_{\Delta t} = 2 \varepsilon_t.$$
 (3)

Dosazením Δt vyjádřeného z rovnice (1) a $\varepsilon_{\Delta t}$ z rovnice (3) do rovnice (1) dostáváme pro maximální relativní chybu určení rychlosti

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{2\varepsilon_t}{l}c + \frac{\varepsilon_l}{l}.\tag{4}$$

odtud vyjádříme maximální relativní chybu vzdálenosti

$$\varepsilon_l = l \frac{\varepsilon_c}{c} - 2\varepsilon_l c. \tag{5}$$

Po dosazení číselných hodnot $\varepsilon_l = 10$ ns, c = 299792458 m/s, l = 730 km, $\frac{\varepsilon_c}{c} = 10^{-5}$ dostáváme

 $\varepsilon_l = 1.3 \text{ m}.$

Tedy maximální chyba vzdálenosti musí být menší než 1 m.