Testování hypotéz

- nulová hypotéza H_0

  $f(x|H_0)$

- alternativní hypotézy H_1, H_2

  $f(x|H_1), f(x|H_2)$

- testovací statistika $t(x)$

- chyba 1. druhu

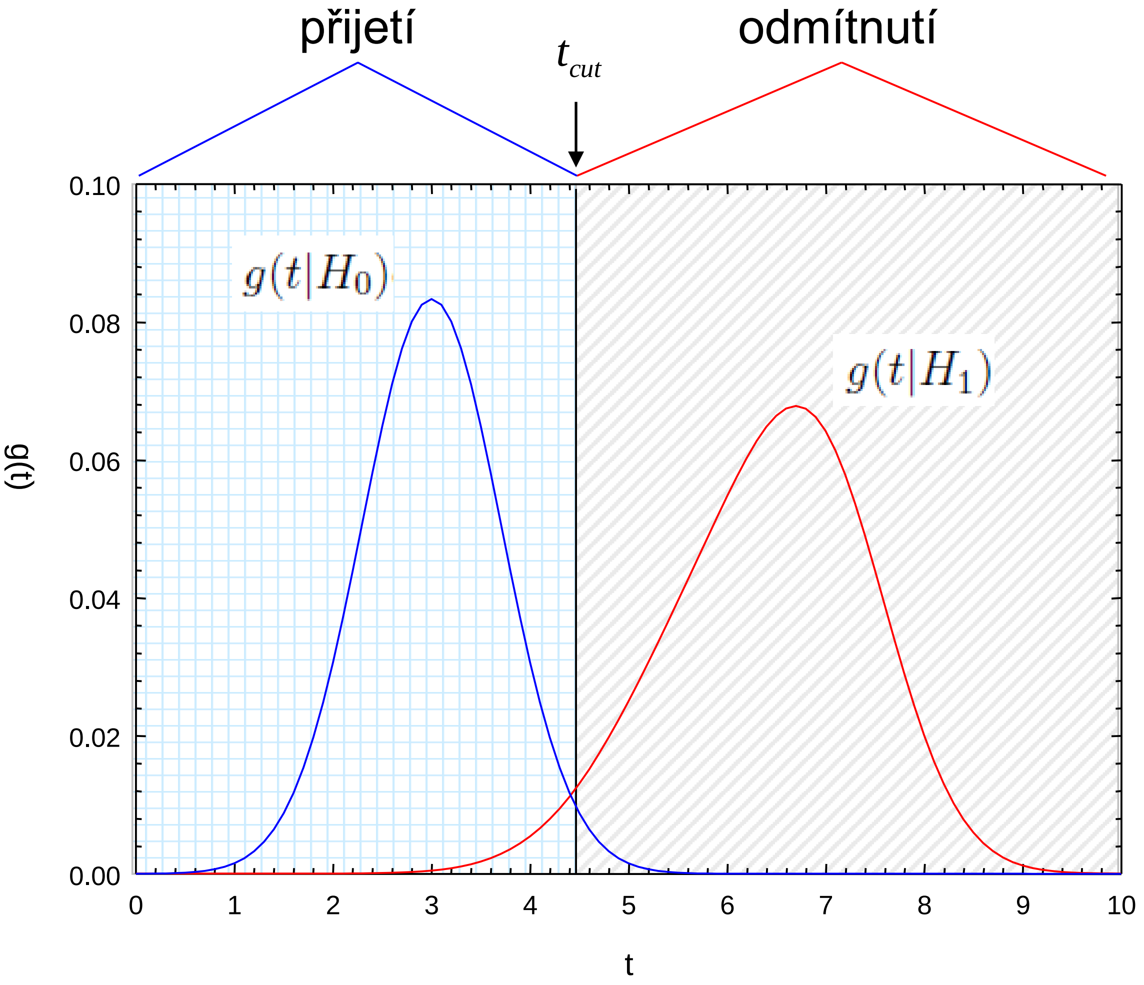
$$\alpha = \int_{t_{cut}}^{\infty} g(t|H_0)\mathrm{d}t$$

α: signifikance

- chyba 2. druhu

$$\beta = \int_{-\infty}^{t_{cut}} g(t|H_1)\mathrm{d}t$$

1 - β: síla testu



Testování hypotéz

- křemen vs. opál

  opál $\rho = (2.2 \pm 0.2)\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$

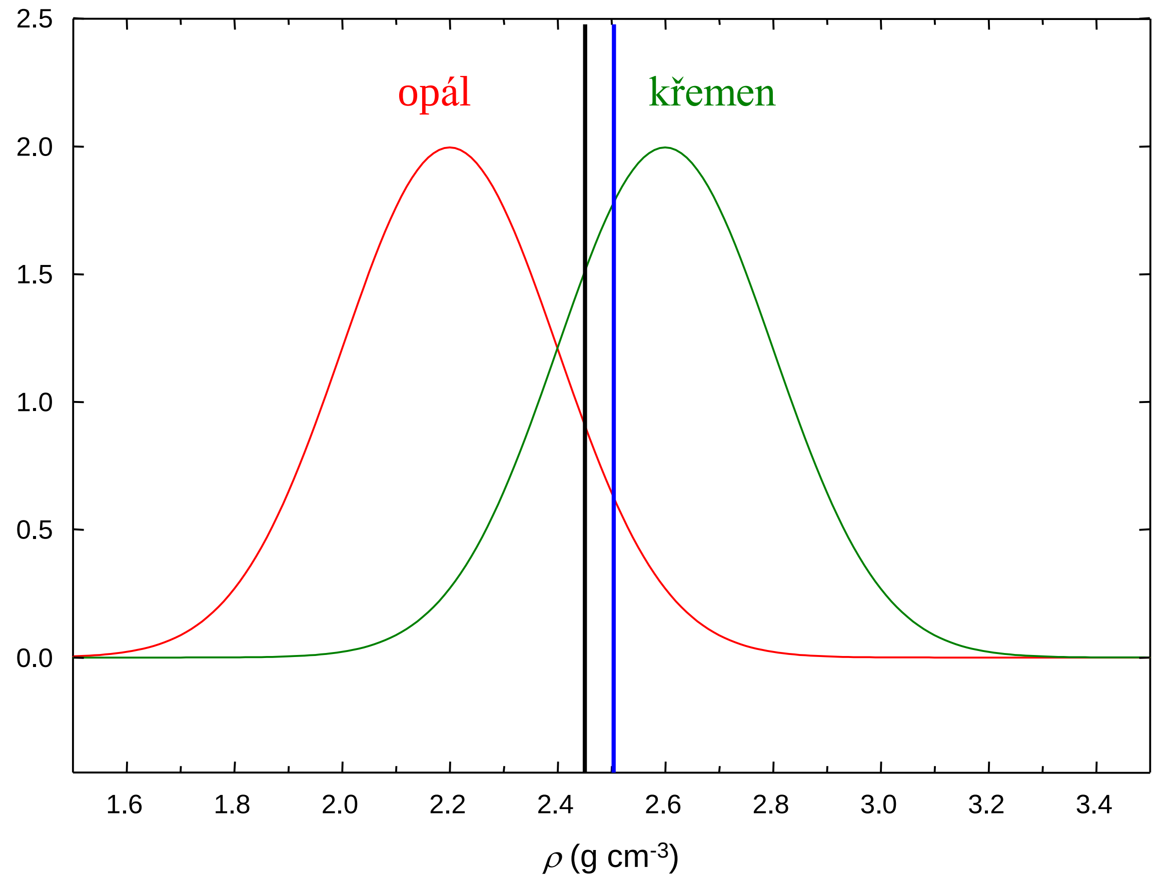
  křemen $\rho = (2.6 \pm 0.2)\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$

- 1. opál: $\rho < 2.50\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$

  $\rightarrow \alpha = 6.7\%,\ \beta = 30.6\%$

- 2. opál: $\rho < 2.45\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$

  $\rightarrow \alpha = 10.6\%,\ \beta = 22.7\%$

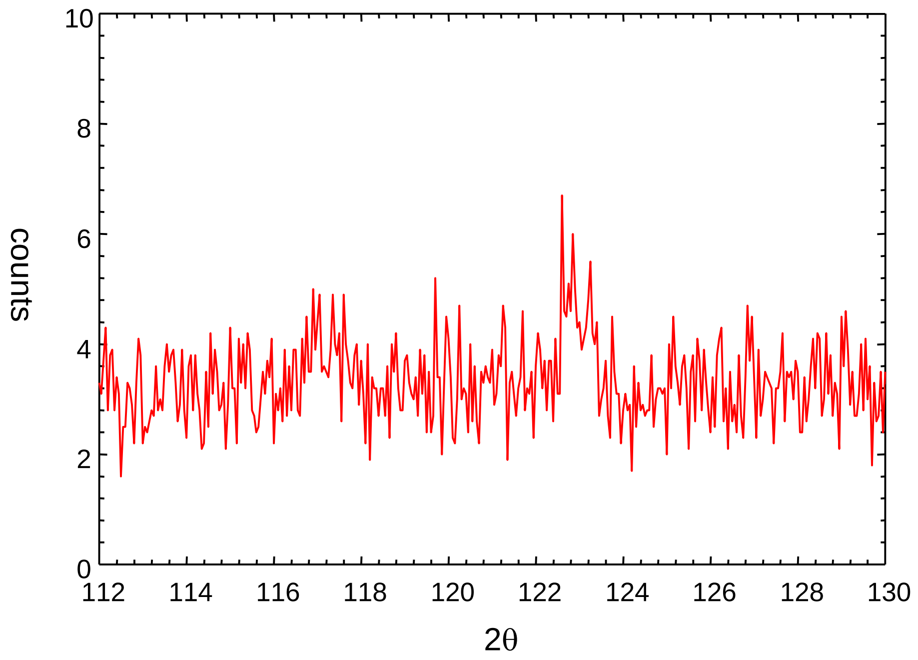


Nový efekt???

- signál: n_s , Poissonovo rozdělení, $E[n_s] = \nu_s$
- pozadí: n_b , Poissonovo rozdělení $E[n_b] = \nu_b$
- měření $n = n_s + n_p$

$$E[n] = \nu_s + \nu_b$$

$$P(n|\nu_s, \nu_b) = \frac{(\nu_s + \nu_b)^n}{n!} e^{-(\nu_s + \nu_b)}$$



- nulová hypotéza: Není tam žádný efekt. $\Rightarrow \nu_s = 0$

$$P(n \geq n_m) = \sum_{n=n_m}^{\infty} P(n|\nu_s = 0, \nu_b) = 1 - \sum_{n=0}^{n_m - 1} P(n|\nu_s = 0, \nu_b) = 1 - \sum_{n=0}^{n_m - 1} \frac{\nu_b^n}{n!} e^{-\nu_b}$$

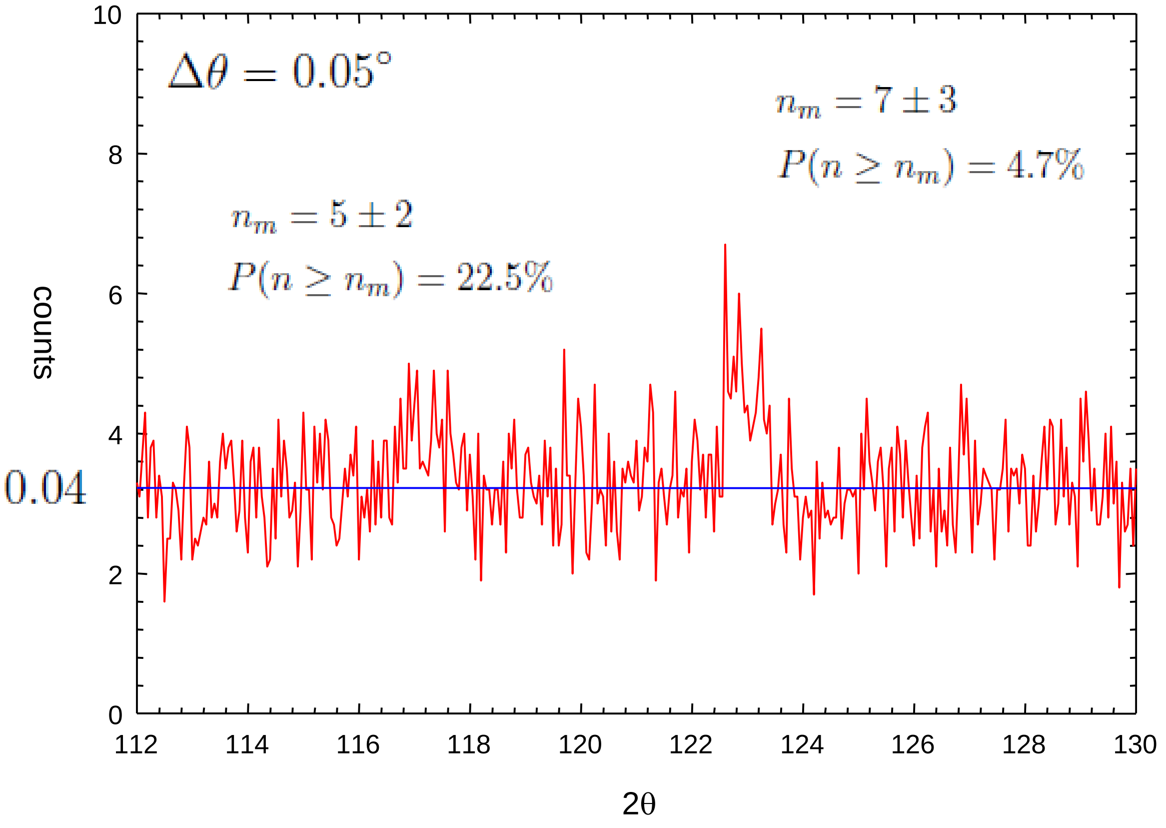
- např. $\nu_b = 0.5$ $n_m = 5$ $P = 1.7 \times 10^{-4}$

Nový efekt???

- signál: n_s , Poissonovo rozdělení, $E[n_s] = \nu_s$
- pozadí: n_b , Poissonovo rozdělení $E[n_b] = \nu_b$
- nulová hypotéza: $\nu_s = 0$
- naměřené hodnoty

$$P(n \geq n_m) = 1 - \sum_{n=0}^{n_m - 1} \frac{\nu_b^n}{n!} e^{-\nu_b}$$

$$\hat{\nu}_b = 3.23 \pm 0.04$$

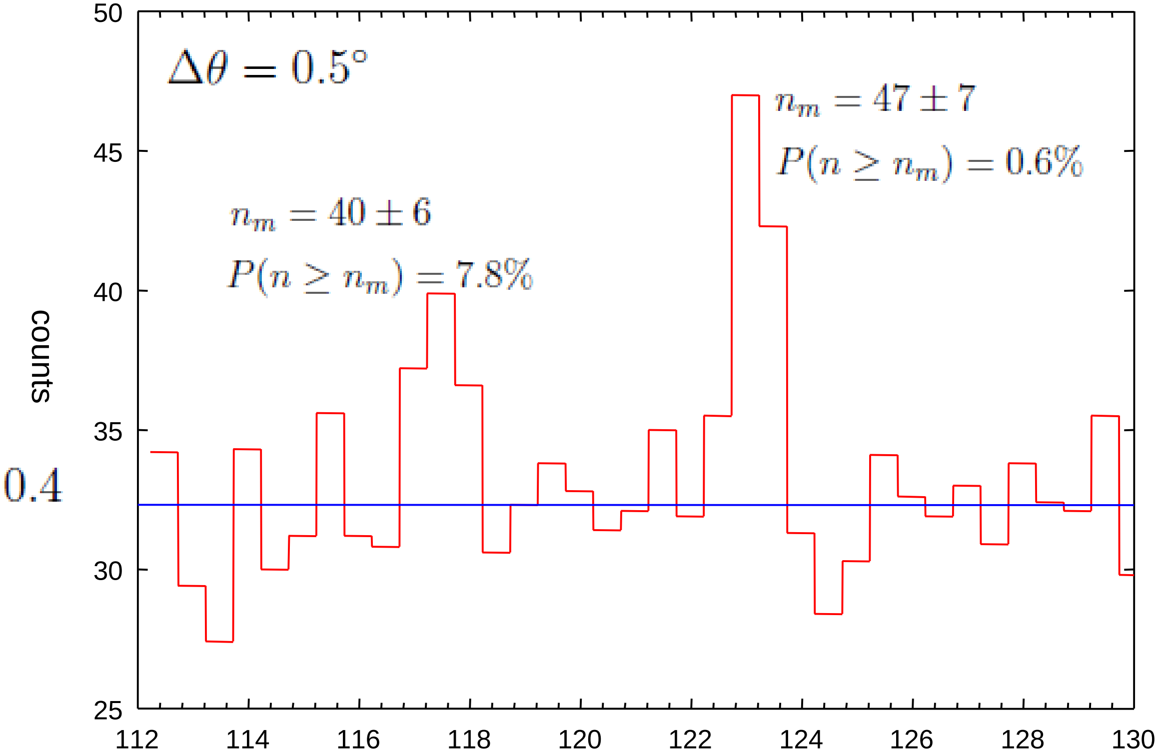


Nový efekt???

- signál: n_s , Poissonovo rozdělení $E[n_s] = \nu_s$
- pozadí: n_b , Poissonovo rozdělení $E[n_b] = \nu_b$
- nulová hypotéza: $\nu_s = 0$
- zbinování

$$P(n \geq n_m) = 1 - \sum_{n=0}^{n_m - 1} \frac{\nu_b^n}{n!} e^{-\nu_b}$$

$$\hat{\nu}_b = 32.3 \pm 0.4$$



Normální rozdělení: sada naměřených hodnot

- nulová hypotéza: stejná střední hodnota $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

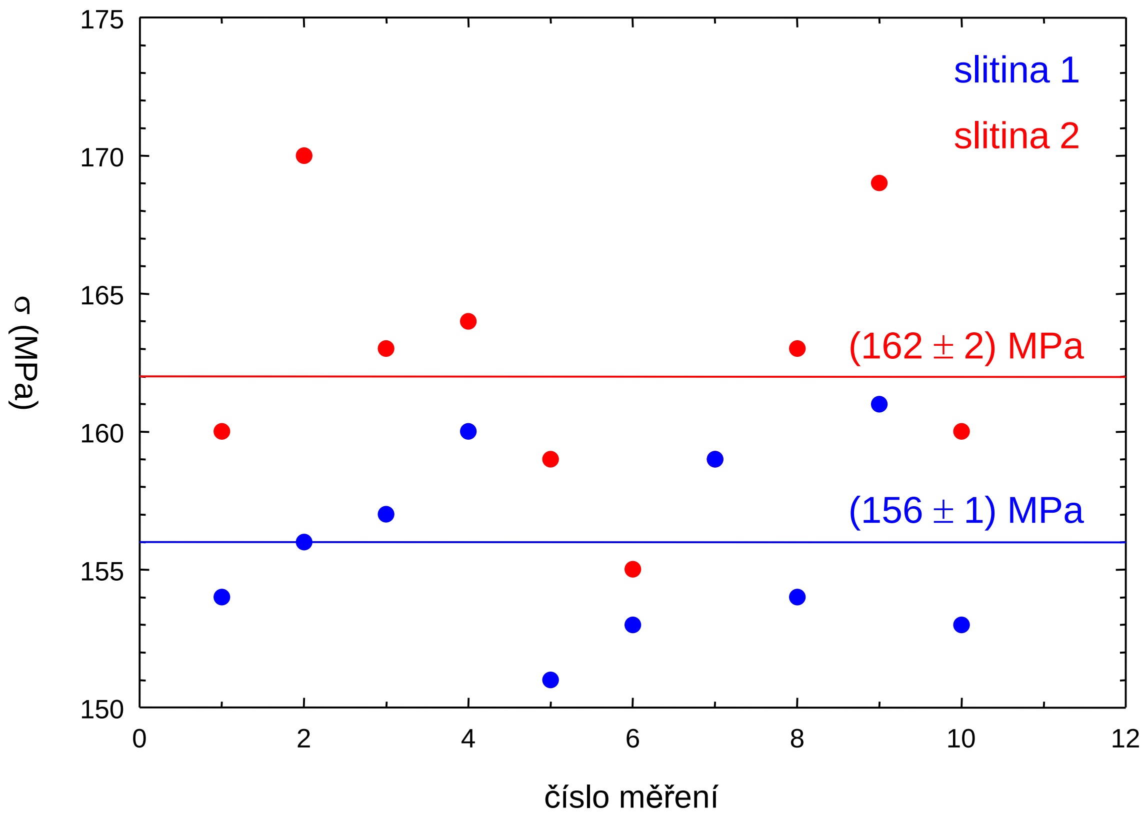
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

$$m = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/N_1 + \sigma_2^2/N_2}} \in N(0,1)$$

$$d = \frac{(N_1-1)s_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{(N_2-1)s_2^2}{\sigma_2^2} \in \chi^2(N_1+N_2-2)$$

- výběr ze studentova rozdělení

$$t = \frac{m\sqrt{N_1+N_2-2}}{\sqrt{d}}$$



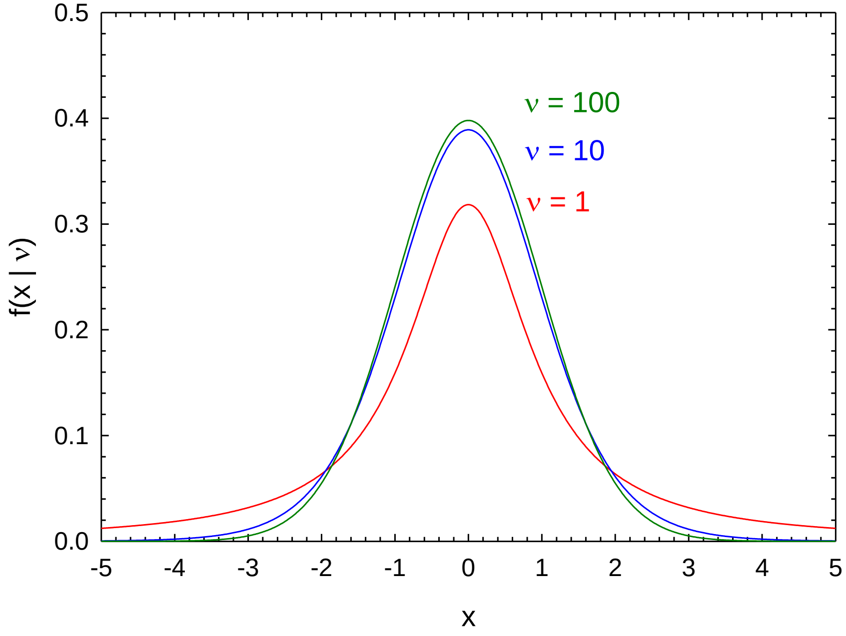
Studentovo *t* rozdělení

- studentovo rozdělení s ν stupni volnosti

$$\boxed{f(t|\nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}}$$

$$t = \frac{x\sqrt{\nu}}{y} \qquad x \in N(0,1)$$

$$y \in \chi^2(\nu)$$



Normální rozdělení: sada naměřených hodnot

- nulová hypotéza: stejná střední hodnota $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

$$s_1 = 3.4$$

$$s_2 = 4.7$$

- výběr ze studentova rozdělení

$$t = \frac{m\sqrt{N_1 + N_2 - 2}}{\sqrt{d}}$$

- speciálně $\sigma_1 = \sigma_2 \equiv \sigma$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S\sqrt{1/N_1 + 1/N_2}}$$

$$S^2 = \frac{(N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}$$