

## Seminární úlohy 9

1. Bylo naměřeno následujících 10 hodnot náhodné proměnné  $x$ : 10.1, 5.5, 11.2, 13.1, 9.0, 4.4, 6.9, 8.7, 14.9, 6.2. Předpokládáme, že náhodná proměnná  $x$  má rovnoměrné rozdělení na intervalu  $(a, b)$ . Pomocí metody maximální věrohodnosti vypočítejte odhad parametrů  $a, b$  tohoto rozdělení, odhad očekávané hodnoty a rozptylu této náhodné proměnné.

Řešení:

$$[\hat{a} = x_{\min} = 4.4, \hat{b} = x_{\max} = 14.9, \hat{\mu} = 9.7, \hat{\sigma}^2 = 9.2]$$

2. Při měření aktivity radioaktivního zářiče byl měřen počet rozpadů za 1 min. Bylo provedeno 20 měření a získány následující hodnoty počtu rozpadů:

39601, 39795, 39424, 39997, 39683, 39740, 39589, 39710, 39607, 39761, 39650, 39484, 39469, 39911, 39445, 39147, 39931, 39442, 39307, 39308

Pomocí metody maximální pravděpodobnosti nalezněte odhad aktivity zářiče. Účinnost detekce záření uvažujte 30%.

Řešení:

$$[2200 \text{ Bq}]$$

3. Při opakovaném měření hmotnosti bylo získáno následujících 6 hodnot: 12.1 mg, 12.8 mg, 12.6 mg, 12.3 mg, 12.4 mg, 12.8 mg. Pomocí metody maximální věrohodnosti nalezněte odhad očekávané hodnoty hmotnosti vzorku, chybu odhadu očekávané hodnoty a odhad chyby jednoho měření. Jaká je pravděpodobnost, že při jednom měření naměříme hmotnost větší než 13 mg? Předpokládáme, že měřená náhodná proměnná má normální rozdělení.

Řešení:

$$[\text{odhad očekávané hodnoty } \hat{\mu} = 12.50 \text{ mg, chyba odhadu } \sigma_{\hat{\mu}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} = 0.12 \text{ mg, odhad chyby jednoho měření } \hat{\sigma} = 0.28 \text{ mg. Pravděpodobnost, že naměříme hodnotu větší než 13 mg je 3.7\%}]$$