Úlohy na procvičení

- 1) Autobusy odjíždějí ze zastávky v pravidelných intervalech 10 minut. Jaké je pravděpodobnost, že budete na autobus čekat méně než 7 minut? V 80 % případů budete čekat nanejvýš kolik minut? Jak dlouho budete v průměru čekat? Jak dlouho budete v průměru čekat, když v okamžiku vašeho příchodu na zastávku tam již 3 minuty čeká váš známý?
- 2) Prováděli jsme měření napětí *U* = 0,385 V relativně přesným osciloskopem, jeho výstup jsme zdigitalizovali analogově-digitálním převodníkem s dynamickým rozsahem –10 až+10 V. Použitý převodník však byl pouze 10-bitový, což do měření vneslo nezanedbatelnou dodatečnou nejistotu kvůli zaokrouhlení. Odhadněte tuto nejistotu a spočtěte standardní odchylku.
- 3) Testujeme stabilizátor napětí, které se během měření bude měnit v rozsahu 6 12 V. Je v takovém případě přesnější měřit digitálním voltmetrem se 4-místným displejem, rozsahem do 20 V a udanou přesností ±(0,6% + 5), nebo na analogovém voltmetru s třídou přesnosti 0,5 a rozsahem do 15 V?
- 4) Železo za normálních podmínek krystalizuje v kubické prostorově centrované soustavě, tzn. každý atom železa je má v nejbližším okolí osm jiných atomů železa (viz obrázek). Přirozené zastoupení isotopu ⁵⁷Fe je 2,119 %, zbylých 97,881 % připadá na ostatní stabilní isotopy železa (zejména ⁵⁶Fe a ⁵⁴Fe). Vypočítejte pravděpodobnost, že daný atom železa (nezávisle na isotopu) má ve svém nejbližším okolí právě dva atomy isotopu ⁵⁷Fe. A pravděpodobnost, že bude mít alespoň jeden atom isotopu ⁵⁷Fe v nejbližším okolí.
- 5) Geigerův-Müllerův detektor umístěný v blízkosti radioaktivního vzorku cesia (obsahující isotop ¹³⁷Cs) naměřil během deseti minut 7 200 událostí rozpadů ß . Vypočítejte pravděpodobnost p, že během jedné sekundy detekuje právě pět událostí. Radionuklid ¹³⁷Cs má dlouhý poločas rozpadu (cca 30 let) a vzorek obsahuje obrovské množství těchto radioaktivních jader.
- 6) Diskrétní náhodná proměnná k může nabývat hodnot všech přirozených čísel a má rozdělení popsané posloupností pravděpodobností $P_k = \frac{1}{e\,k!}$. Vypočítejte střední hodnotu μ a standardní odchylku σ této náhodné proměnné. Jaká je pravděpodobnost, že k > 3?
- 7) Na výstupu binárního detektoru se indukuje napětí buďto 0 V anebo 1 V. Tento signál je pak ale přenášen dlouhým a nedostatečné odstíněným vedením, takže se k signálu přidává náhodný šum. Předpokládejte, že šum je zcela náhodný (bílý) a jeho amplituda podléhá normálnímu rozdělení se střední hodnotou 0 V a standardní odchylkou 0.25 V. Jaká je pravděpodobnost, že vlivem tohoto šumu dojde k chybě při přenosu?

8) Měření náhodné proměnné x, která je výběrem z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 , opakujeme 20-krát. Jaká je pravděpodobnost, že více než 2/3 naměřených hodnot bude ležet v intervalu $(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$, tj. intervalu jedné standardní odchylky od očekávané hodnoty?