

## ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki.

- (0 pkt) Przeczytaj notatkę numer 1, która została rozesłana mailowo, a wkrótce będzie umieszczona na stronie wykładu.
- (1pkt - do 7 marca 2020; potem - 0pkt) Rozwiąż zadanie z Listy Powitalnej na Themis (wyjaśnienie pojawi się wkrótce na stronie wykładu lub prześlę je mailem).
- (1 pkt) Przypomnij sobie algorytm sortowania bąbelkowego. Zapisz go w notacji zbliżonej do tej, której używaliśmy na wykładzie. Porównaj go z algorytmami *InsertSort* i *SelectSort* stosując podane na wykładzie kryteria.
- (1pkt) Udowodnij, że algorytm mnożenia liczb "po rosyjsku" jest poprawny. Jaka jest jego złożoność czasowa i pamięciowa przy:
  - jednorodnym kryterium kosztów,
  - logarytmicznym kryterium kosztów?
- (2pkt) Pokaż, w jaki sposób algorytm "macierzowy" obliczania  $n$ -tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych. Następnie uogólnij swoje rozwiązanie na przypadek, w którym  $n$ -ty element ciągu definiowany jest jako suma kombinacji liniowej skończonej liczby elementów wcześniejszych oraz wielomianu zmiennej  $n$ .
- (1pkt) Rozważ poniższy algorytm, który dla danego (wielo)zbioru  $A$  liczb całkowitych wylicza pewną wartość. Twoim zadaniem jest napisanie programu (w pseudokodzie), możliwie najoszczędniejszego pamięciowo, który wylicza tę samą wartość.

```

while  $|A| > 1$  do
   $a \leftarrow$  losowy element z  $A$ ;
   $A \leftarrow A \setminus \{a\}$ 
   $b \leftarrow$  losowy element z  $A$ ;
   $A \leftarrow A \setminus \{b\}$ 
   $A \leftarrow A \cup \{a - b\}$ 
output  $(x \bmod 2)$ , gdzie  $x$  jest elementem ze zbioru  $A$ 

```

- (1pkt) Ułóż algorytm, który dla drzewa  $T = (V, E)$  oraz listy par wierzchołków  $\{v_i, u_i\}$  ( $i = 1, \dots, m$ ), sprawdza, czy  $v_i$  leży na ścieżce z  $u_i$  do korzenia. Przyjmij, że drzewo zadane jest jako lista  $n - 1$  krawędzi  $(p_i, a_i)$ , takich, że  $p_i$  jest ojcem  $a_i$  w drzewie.
- (**Z** 2pkt)<sup>1</sup> Ułóż algorytm dla następującego problemu:

PROBLEM.<sup>2</sup>dane:  $n, m \in \mathcal{N}$ 

wynik: wartość współczynnika przy  $x^2$  (wzięta modulo  $m$ ) wielomianu  $\underbrace{((x-2)^2 - 2)^2 \dots - 2)^2}_{n \text{ razy}}$

Czy widzisz zastosowanie metody użytej w szybkim algorytmie obliczania  $n$ -tej liczby Fibonacciego do rozwiązania tego problemu?

<sup>1</sup>Zadania oznaczone etykietką **Z** przeznaczone są dla grupy zaawansowanej. W pozostałych grupach mogą być prezentowane do po rozwiązaniu wszystkich pozostałych zadań.

Na innych listach mogą się pojawić zadania oznaczone etykietką **P** - przeznaczone dla grup niezaawansowanych. W grupie zaawansowanej nie będą one rozwiązywane.

<sup>2</sup>Zadanie zaczerpnięte ze Sparingu w Programowaniu Zespołowym - Poznań 22.01.2005

9. Dana jest plansza  $n \times m$ , z której usunięto pola  $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_r, b_r)$ . Policz, na ile sposobów można pokryć pozostałe pola klockami domina o wymiarach  $2 \times 1$  oraz  $1 \times 2$ . Podaj wynik modulo  $M$ .
- Wersja very basic:  $n \leq 8, m \leq 1000$ ,
  - Wersja basic:  $n \leq 16, m \leq 1000$ ,
  - Wersja medium:  $n \leq 6, m \leq 10^{18}, r \leq 1000$ ,
  - Wersja hard:  $n, m \leq 30$  bez dodatkowego limitu na  $r$ ,
  - Wersja hard2:  $n, m \leq 500$  bez dodatkowego limitu na  $r$ .
10. (**Z** 2pkt) Złożoność algorytmu wyliczającego  $n$ -ty wyraz ciągu, którego kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją  $m$  wcześniejszych elementów to  $O(m^3 \log n)$  zakładając, że używamy naiwnego mnożenia macierzy. Skonstruuj algorytm o złożoności  $O(m^2 \log n)$  (lub mniejszej) zastępując mnożenie macierzy mnożeniem wielomianów.

*Krzysztof Loryś*