Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 11. W maju/czerwcu 2020

- 1. Dane zawierają dzienną liczbę ogłoszeń w gazetach A, B oraz C. Testujemy hipotezę: średnia liczba ogłoszeń w trzech gazetach jest taka sama.
- 2. Dane: dzienna liczba zgłoszeń w czterech działach (A, B, C, D) firmy. Testowana hipoteza: liczba zgłoszeń jest średnio taka sama we wszystkich oddziałach.
- 3. W czterech punktach obserwacyjnych notujemy liczbę wstrząsów. Testujemy hipotezę: **punkty położone są w obrębie tej samej struktury geologicznej**.
- 4. Dane: wytrzymałość trzech rodzajów opon pochodzących od pięciu producentów. Testowane hipotezy: średnia wytrzymałość opony jest niezależna od producenta oraz różne rodzaje opon mają różną wytrzymałość.

Zadania 5–8. Zmienna
$$Y=\begin{bmatrix}Y_1\\Y_2\end{bmatrix}$$
 ma rozkład $N(\mu,\Sigma)$, gdzie $\mu=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ oraz $\Sigma=\begin{bmatrix}4&1\\1&9\end{bmatrix}$. Niech $U=\frac{1}{2\sqrt{15}}\left(-3Y_1+2Y_2\right)$ oraz $V=\frac{1}{2\sqrt{21}}\left(3Y_1+2Y_2-12\right)$.

- 5. (2 p.) Wykazać, że $Z_1 = U^2 + V^2$. Z_1 jak w zadaniu 8.
- 6. Sprawdzić, że U, V są niezależne.
- 7. Sprawdzić, że $U, V \sim N(0, 1)$.
- 8. Jaki jest rozkład zmiennej $Z_1 = (Y \mu)^T \Sigma^{-1} (Y \mu)$?
- 9. Dla danych z pliku rp11-09.csv
 - (a) wyznaczyć przedział ufności dla wartości średniej,
 - (b) obliczyć wartość_p.
- 10. **(E3)** Dane: czynnik A normalny (1) lub podwyższony poziom cukru (2); czynnik B waga normalna (1) lub powyżej normy (2). Mierzymy ciśnienie. czy istnieje związek między poziomem cukru a ciśnieniem, czy istnieje związek między wagą a ciśnieniem oraz czy istnieje interakcja wagi z poziomem cukru?
- 11. (E2) Czynnik A to nośnik reklamy, czynnik B to główny temat reklamy, dane to procent pozytywnych reakcji na reklamę. Czy istnieje związek między nośnikiem reklamy a skutecznością reklamy, który typ reklamy jest najskuteczniejszy oraz czy istnieje związek między tematem reklamy a jej nośnikiem?
- 12. **(E2)** Dane (w kolumnach) przedstawiają pomiar wagi przed i po okresie stosowania określonej diety dla 16 osób. Testujemy hipotezę: **dieta ma wpływ na wagę**.
- 13. **(E2)** 10 poletek doświadczalnych podzielono na dwie części, w jednej z nich przeprowadzono dodatkowe czynności agrotechniczne. W wierszu znajduje się wydajność części poddanej dodatkowym zabiegom i części poletka uprawianej tradycyjnie. Testujemy hipotezę: **dodatkowy czynnik ma wpływ na wydajność uprawy**, tzn. podać postać hipotezy zerowej i podać wartość₋p.
- 14. **(E1)** Niezależne obserwacje $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_k$ pochodzą z rozkładu $N(\mu, \sigma^2)$. Znaleźć rozkład zmiennej Z:

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma \sqrt{\frac{n+k}{nk}}}.$$