Jakub Rynio
Informatyka niestacjonarna
semestr: 3
Grupa laboratoryjna: 2

1 Historia Ułamków Egipskich

Ułamki egipskie to system zapisu ułamków, który był używany w starożytnym Egipcie, datującym się na około 3000 lat p.n.e. W przeciwieństwie do współczesnych ułamków, gdzie licznik i mianownik są przedstawiane razem, Egipcjanie stosowali ułamki w formie sumy ułamków jednostkowych, które miały 1 w liczniku, np.

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{4}, \quad \text{itd.}$$

Użycie ułamków egipskich koncentrowało się głównie na obliczeniach związanych z handlem, budownictwem oraz obliczeniami geometrycznymi. Znalazły zastosowanie w codziennym życiu, w rachunkach dotyczących podziału dóbr, miar i wag.
Egipcjanie wykorzystywali skomplikowane metody matematyczne, aby rozwiązywać bardziej złożone ułamki, np. przekształcając je w sumy ułamków jednostkowych. System ten był na tyle efektywny, że utrzymał się przez wiele wieków i miał wpływ na późniejsze systemy matematyczne w regionie. Ułamki egipskie są istotnym świadectwem zaawansowanej matematyki starożytnego Egiptu i ich znaczenia w administracji oraz gospodarce tego okresu.

2 Konstrukcja ułamków egipskich

Ułamki egipskie to suma ułamków, w których licznik zawsze wynosi 1, a mianowniki są liczbami naturalnymi. Ogólna konstrukcja ułamka egipskiego to:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \ldots + \frac{1}{n_k}$$

gdzie $n_1, n_2, \ldots, n_k$ to różne liczby naturalne.
Aby rozbić dowolny ułamek $\frac{a}{b}$ na ułamki egipskie, można zastosować następujące kroki:

1. **Znajdź największy ułamek egipski:** Wybierz największy n, taki że $\frac{1}{n} \leq \frac{a}{b}$. Można to zrobić, obliczając $n = \lceil \frac{b}{a} \rceil$.
2. **Odejmij:** Oblicz $\frac{a}{b} - \frac{1}{n}$. Wykonaj operację odejmowania, co prowadzi do nowego ułamka $\frac{a'}{b'}$.
3. **Powtarzaj:** Powtórz proces dla $\frac{a'}{b'}$, aż osiągniesz ułamek równy 0.

Przykład: Dla $\frac{2}{3}$, największy n to 2, więc:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

Rozkład $\frac{2}{3}$ na ułamki egipskie to:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

3 Algorytm rozkładający ułami na ułamki egipskie

```
1 import math
2
3 def get_positive_int(prompt):
4
5     while True:
6         try:
7
8             n = int(input(prompt))
9             if n <= 0:
10                print("Podana liczba ma byc wieksza od 0")
11                continue
12            else:
13                return n
14
15        except ValueError:
16            print("Podana liczba musi byc calkowita")
17
18 def rozklad(licznik, mianownik):
19     tab = []
20
21     while licznik != 0:
22         x = math.ceil(mianownik / licznik)
23         tab.append(x)
24
25         licznik = x * licznik - mianownik
26         mianownik = mianownik * x
27
28     return tab
29
30 while True:
31
32     licznik = get_positive_int("Podaj licznik: ")
33     mianownik = get_positive_int("Podaj mianownik: ")
34
35     if licznik > mianownik:
36         print("Podany ulamek musi byc wlasciwy!")
37     else: break
38
39 wynik = rozklad(licznik, mianownik)
40
41 print(f"{licznik}/{mianownik} Rozklad na ulamki egipskie: ")
42 print(" + ".join(f"1/{i}" for i in wynik))
```

Opis algorytmu:

Funkcja `rozklad(licznik, mianownik)` oblicza rozkład danego ułamka na ułamki egipskie.

- Linia 5: Inicjalizuje pustą listę `tab`, która będzie przechowywać wyniki.
- Linia 7: Rozpoczyna pętlę `while`, która działa, gdy licznik jest różny od zera.
- Linia 8: Oblicza największą liczbę całkowitą x, która jest równa zaokrągleniu w górę z $\frac{\text{mianownik}}{\text{licznik}}$.

- Linia 9: Dodaje x do listy `tab`.
- Linie 11-12: Aktualizuje wartości licznika i mianownika zgodnie z regułami rozkładu na ułamki egipskie.
- Linia 14: Zwraca listę `tab` zawierającą ułamki egipskie.

Funkcja texttt get_positive_int służy do pobierania dodatniej liczby całkowitej od użytkownika.

Pętla zaczynająca sie w lini 21 sprawdza czy podany ułamek jest ułamkiem właściwym.

4 Wnioski

Ułamki egipskie, reprezentowane jako sumy ułamków jednostkowych, mają istotne zastosowanie w matematyce, zwłaszcza w teorii liczb i arytmetyce. System ten umożliwia rozkład złożonych ułamków na prostsze elementy, co jest przydatne w wielu obliczeniach. Algorytm rozkładu skutecznie ilustruje tę metodę, oferując konkretne kroki do uzyskania ułamków jednostkowych.
Dzięki tym właściwościom, ułamki egipskie ułatwiają zrozumienie relacji między ułamkami oraz wspierają procesy aproksymacji. Ich zastosowanie w rozwiązywaniu równań i obliczeniach numerycznych pokazuje znaczenie w edukacji matematycznej i rozwijaniu umiejętności logicznego myślenia.