

## 1 Opis problemu plecakowego

Problem plecakowy (ang. *knapsack problem*) jest klasycznym problemem optymalizacyjnym w informatyce i teorii decyzji. Polega na wyborze przedmiotów z określonymi wagami  $w_i$  i wartościami  $v_i$ , tak aby zmieściły się w plecaku o pojemności  $W$  i maksymalizowały łączną wartość.

### Formalna definicja problemu

Dany jest zbiór  $n$  przedmiotów, z których każdy  $i$  ma wagę  $w_i$  i wartość  $v_i$ . Pojemność plecaka wynosi  $W$ . Celem jest znalezienie podzbioru przedmiotów  $S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ , takiego, że:

$$\sum_{i \in S} w_i \leq W \quad \text{oraz} \quad \sum_{i \in S} v_i \text{ jest maksymalna.}$$

### Warianty problemu plecakowego

- **Problem plecakowy 0-1:** Każdy przedmiot może być wybrany albo odrzucony ( $x_i \in \{0, 1\}$ ).
- **Problem plecakowy z podzielnością:** Przedmioty mogą być dzielone ( $0 \leq x_i \leq 1$ ).

### Metody rozwiązania

#### Metoda zachłanna

Stosowana głównie do problemu z podzielnością. Polega na sortowaniu przedmiotów według stosunku wartości do wagi  $\frac{v_i}{w_i}$  i dodawaniu ich do plecaka w tej kolejności, aż pojemność się wyczerpie.

#### Algorytm:

1. Sortuj przedmioty według  $\frac{v_i}{w_i}$  w porządku malejącym.
2. Inicjalizuj  $W_{res} = W$ .
3. Dla każdego przedmiotu  $i$ :
  - Jeśli  $w_i \leq W_{res}$ , dodaj cały przedmiot do plecaka.
  - Inaczej dodaj jego część  $\frac{W_{res}}{w_i}$ .

#### Metody dokładne

- Programowanie dynamiczne
- Przeszukiwanie z nawrotami

#### Metody przybliżone

- Heurystyki
- Algorytmy ewolucyjne

## 2 Algorytm rozwiązujący problem plecakowy metodą zachłaną

```
1 import os
2
3 def error():
4     print("Nieprawidłowe_dane_wejsciowe")
5     input()
6     os.system("cls")
7
8 def get_number(prompt, return_type="float", only_poz = False, zero = True):
9     while True:
10         try:
11             if return_type == "float":
12                 output = float(input(prompt))
13
14             elif return_type == "int":
15                 output = int(input(prompt))
16         except ValueError:
17             error()
18             continue
19
20         if output < 0 and only_poz or output == 0 and zero == False:
21             error()
22             continue
23         else:
24             return output
25
26 def greedy(values, weights, names, capacity):
27     # Oblicza stosunek warto ci do wagi i sortuje w kolejno ci malej cej
28     items = sorted(enumerate(zip(values, weights, names)), key=lambda x: x[1][0] / x
29                     [1][1], reverse=True)
30
31     totalValue = 0
32     selectedItems = {}
33     remainingCapacity = capacity
34
35     for i, (value, weight, name) in items:
36         if weight <= remainingCapacity:
37             if name not in selectedItems:
38                 selectedItems[name] = 0
39                 selectedItems[name] += 1
40                 totalValue += value
41                 remainingCapacity -= weight
42
43     return totalValue, selectedItems
44
45 capacity = get_number("Podaj_maksymalna_pojemnosc_plecaka:", "float", True, False)
46 items_number = get_number("Podaj_ilosc_przedmiotow:", "int", True, False)
47
48 values, weights, count, names = [], [], [], []
49 weight_for_print, value_for_print, name_for_print, count_for_print = [], [], [], []
50
51 for i in range(items_number):
52     print(f"Przedmiot_{i+1}_wz_{items_number}:\n")
53
54     while True:
55         name = str(input("Podaj_nazwe_przedmiotu:"))
56         if name in names:
```

```

56         print("Ten przedmiot już został dodany, nie można go dodać ponownie!")
57         input()
58         os.system("cls")
59         continue
60     else: break
61 while True:
62     weight = get_number(f"Podaj wagę przedmiotu {name}: ", "float", True, False)
63     if weight == capacity:
64         error()
65         continue
66     else: break
67     value = get_number(f"Podaj wartość przedmiotu {name}: ", "float", True, True)
68     count_value = get_number(f"Podaj ilość przedmiotu {name}: ", "int", True, False)
69
70     weight_for_print.append(weight)
71     value_for_print.append(value)
72     name_for_print.append(name)
73     count_for_print.append(count_value)
74
75     for j in range(count_value):
76         weights.append(weight)
77         values.append(value)
78         names.append(name)
79         count.append(count_value)
80
81 input()
82 os.system("cls")
83
84 odstep = 10
85 print(f"{'Nazwa':<{odstep}}{'Waga':<{odstep}}{'Wartosc':<{odstep}}{'Ilosc':<{odstep}}")
86 print(40 * "_")
87
88 for i in range(items_number):
89     print(f"{name_for_print[i]:<{odstep}}{weight_for_print[i]:<{odstep}}{value_for_print[i]:<{odstep}}{count_for_print[i]:<{odstep}}")
90     print(40 * "_")
91
92 maxValue, selectedItems = greedy(values, weights, names, capacity)
93
94 print("\n\nMaksymalna wartość: ", maxValue)
95 print("\nWybrane przedmioty:")
96 for name, count in selectedItems.items():
97     print(f"Przedmiot {name}: {count} szt.")
98 input()

```

### Opis algorytmu:

*Linia 8-24 (get\_number)* – funkcja walidacyjna,

*Linia 26-42 (greedy)* – główny algorytm zachłanny:

- *Linia 28:* Tworzy listę przedmiotów posortowaną według stosunku wartości do wagi (najpierw przedmioty, które oferują największą wartość za jednostkę wagi).
- *Linia 34-40:* Wybiera przedmioty z posortowanej listy, zaczynając od tych o najwyższym stosunku, dopóki nie wyczerpie się pojemności plecaka.

- *Linia 42*: Zwraca całkowitą wartość wybranych przedmiotów oraz ich ilość w plecaku.

*Linia 44-75* – Pobieranie danych od użytkownika

*Linia 80-86* – Wyświetlenie tabeli z nazwami, wagami, wartościami i ilościami przedmiotów.

*Linia 88-93* – Po wykonaniu algorytmu zachłannego, wyświetlana jest maksymalna wartość, którą można uzyskać, oraz lista wybranych przedmiotów wraz z ich ilością, które mieszczą się w plecaku.

### 3 Wnioski

Wnioski

Algorytm rozwiązujący problem plecakowy metodą zachłanną skutecznie dobiera przedmioty, maksymalizując wartość przy ograniczonej pojemności plecaka. Wykorzystuje prostą heurystykę sortowania przedmiotów według stosunku wartości do wagi i wybiera je w tej kolejności, aż pojemność plecaka zostanie wyczerpana. Choć algorytm jest szybki i łatwy do implementacji, nie gwarantuje optymalnego rozwiązania w każdym przypadku, szczególnie w problemach 0-1. Dla dokładniejszych wyników warto rozważyć metody programowania dynamicznego lub algorytmy przeszukiwania z nawrotami.