

Teoretická informatika (TIN) – 2019/2020

Úkol 1

(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Uvažujme operaci \circ definovanou následovně: $L_1 \circ L_2 = L_1 \cup \overline{L_2}$. S využitím uzávěrových vlastností dokažte, nebo vyvraťte, následující vztahy:

- (a) $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_3$
- (b) $L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2^D \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_2^D$
- (c) $L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_2$

\mathcal{L}_2^D značí třídu deterministických bezkontextových jazyků, \mathcal{L}_2 třídu bezkontextových jazyků a \mathcal{L}_3 třídu regulárních jazyků.

10 bodů

2. Mějme jazyk L nad abecedou $\{a, b, \#\}$ definovaný následovně: $L = \{a^i b^j \# a^k b^l \mid i + 2j = 2k + l\}$

Sestrojte deterministický zásobníkový automat M_L takový, že $L(M_L) = L$.

10 bodů

3. Dokažte, že jazyk L z předchozího příkladu není regulární.

10 bodů

4. Navrhněte algoritmus, který pro daný nedeterministický konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ rozhodne, zda $\forall w \in L(A) : |w| \geq 5$.

Dále demonstруйте běh tohoto algoritmu na automatu $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a\}, \delta, q_0, \{q_4\})$, kde δ je definována jako

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= \{q_1, q_0\}, \delta(q_1, a) = \{q_1, q_2\}, \\ \delta(q_2, a) &= \{q_0, q_3\}, \delta(q_3, a) = \{q_0, q_4\}, \\ \delta(q_4, a) &= \{q_0\}.\end{aligned}$$

10 bodů

5. Dokažte, že jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 \neq 0 \wedge \#_b(w) \leq 2\}$ je regulární. Postupujte následovně:

- Definujte \sim_L pro jazyk L .
- Zapište rozklad Σ^* / \sim_L a určete počet tříd tohoto rozkladu.
- Ukažte, že L je sjednocením některých tříd rozkladu Σ^* / \sim_L .

10 bodů