

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA

im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej

---



# OPTYMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA – METODY ELECTRE IS I QUALIFLEX

**Jakub Borek**

Kraków, 24.01.2016

## Wstęp teoretyczny

### *ELECTRE IS*

Metoda ELECTRE IS jest jedną z metod typu ELECTRE. Spośród innych metod tej rodziny wyróżnia ją zastosowanie *pseudo-kryteriów*. Mówimy, że alternatywa A przewyższa alternatywę B, jeśli jednocześnie spełniony jest warunek zgodności i niespełniony jest warunek veta.

Warunek zgodności dany jest wzorem:

$$c(aSb) = \sum_{j \in \mathcal{J}^S} w_j + \sum_{j \in \mathcal{J}^Q} \varphi_j w_j \geq s$$

gdzie,

$$\varphi_j = \frac{g_j(a) + p_j(g_j(a)) - g_j(b)}{p_j(g_j(a)) - q_j(g_j(a))}$$

Warunek braku veta spełniony jest, gdy:

$$g_j(a) + v_j(g_j(a)) \geq g_j(b) + q_j(g_j(b))\eta_j$$

gdzie,

$$\eta_j = \frac{1 - c(aSb) - w_j}{1 - s - w_j}$$

Wynikiem działania algorytmu jest graf przewyższania (lub jednoznacznie macierz przewyższania).

## QUALIFLEX

Metoda QUALIFLEX polega na zbadaniu wszystkich możliwych permutacji zbioru alternatyw. Każda taka permutacja reprezentuje badany ranking alternatyw.

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \dots > a_n$$

Ranking taki jest rozbijany na zbiór hipotez przewagi jednej alternatywy nad inną:

$$\begin{aligned} a_1 &> a_2 \\ a_1 &> a_3 \\ &\vdots \\ a_1 &> a_n \\ a_2 &> a_3 \\ &\vdots \\ a_{n-1} &> a_n \end{aligned}$$

Każda z hipotez jest oceniana z osobna dla każdego kryterium wg wzoru:

$$I_{jk}(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } a \text{ przewyższa } b \\ 0, & \text{gdy } a \text{ i } b \text{ są porównywalne} \\ -1, & \text{gdy } b \text{ przewyższa } a \end{cases}$$

Następnie wyznaczana jest ocena dla każdego kryterium:

$$I_{jk} = \sum_{a, b \in A} I_{jk}(a, b)$$

Ocena całego rankingu równa jest ważonej sumie ocen dla poszczególnych kryteriów:

$$I_k = \sum_j \pi_j I_{jk}(a, b)$$

Wynikiem działania metody jest ranking, który zdobył najwyższą ocenę, a tym samym najlepiej obrazuje zależności między alternatywami.

## Implementacja

Algorytmy zostały zaimplementowane w języku C# 6.0. Solucja podzielona jest na cztery podprojekty:

*MulticriteriaOptimization, McdaCommon, ElectreIs, Qualiflex*

Pierwszy jest projektem startowym – służy do uruchamiania kodu z innych modułów i wyświetlania wyników. Drugi zawiera kod wspólny dla wszystkich metod optymalizacji, taki jak definicję kryteriów, alternatyw czy problemu. Znajdują się tu też klasy używane do wczytywania danych. Do wyświetlenia grafu przewyższania otrzymanego metodą ELECTRE IS wykorzystywana jest zewnętrzna biblioteka GraphSharp. Całość dostępna jest w portalu GitHub pod adresem

<https://github.com/JakubBorek/MulticriteriaOptimization>

## Testy

### *DANE*

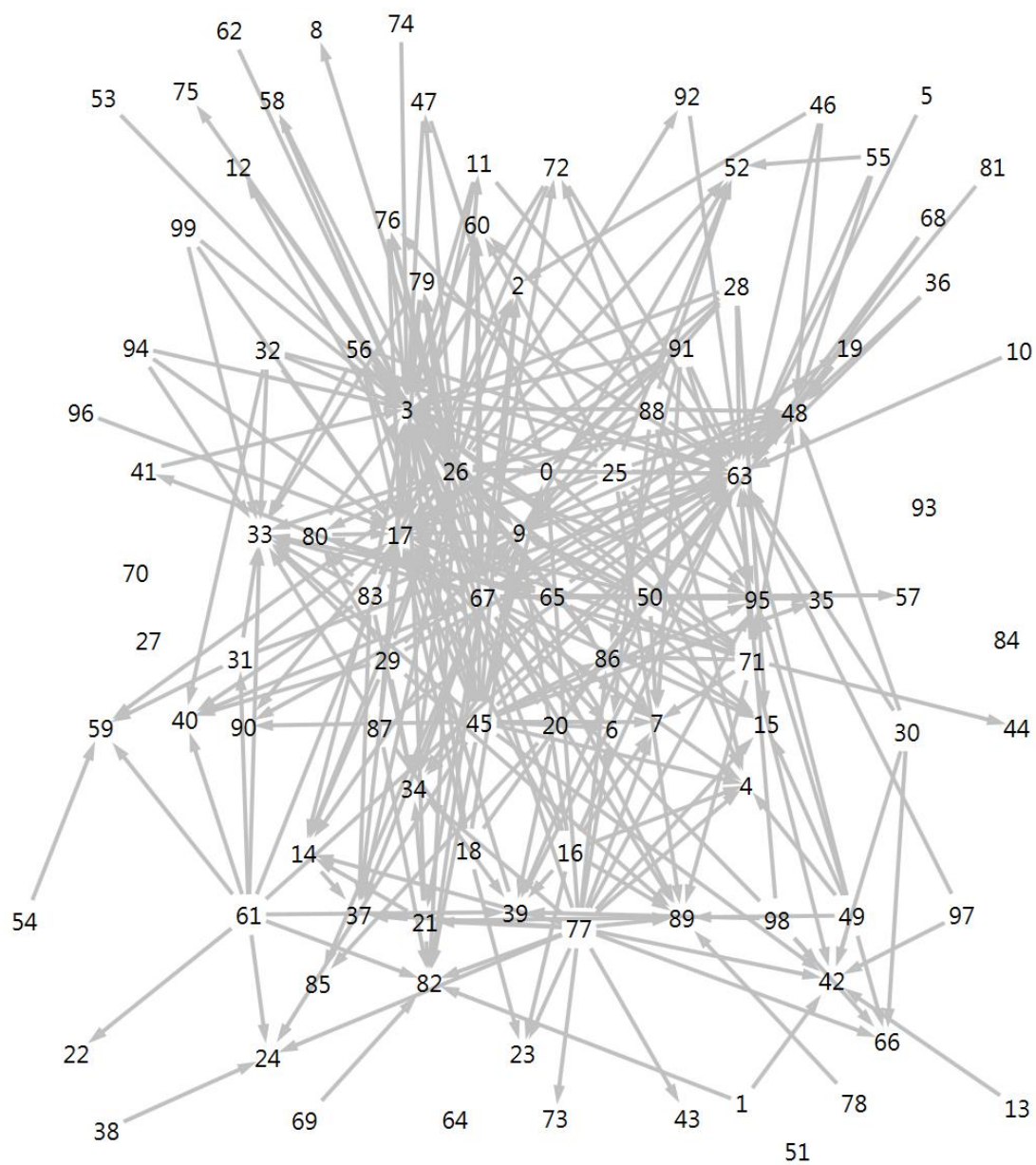
Implementacje algorytmów sprawdzono na danych *Australian Credit Approval*. Zbiór ten składa się z 690 alternatyw, każda z nich oceniona jest wg czternastu kryteriów, z których 6 jest ciągłych a 8 dyskretne. Ze względu na poufność danych kryteria nie są nazwane.

Przyjęto następujące parametry dla poszczególnych kryteriów.

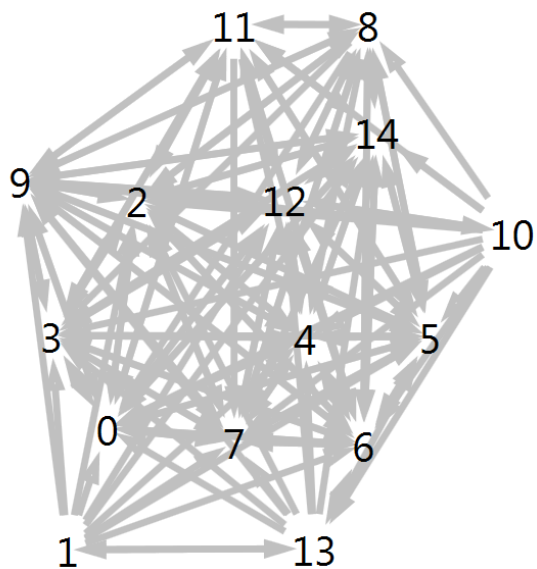
Kryterium	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
Waga	0.37	0.97	0.24	0.25	0.42	0.79	0.39	0.22	0.18	0.38	0.82	0.87	0.40
Słaba preferencja	1	2	1	1	1	1	0.5	0.5	2	1	1	40	180
Silna preferencja	1	3	1	1	1	1	0.7	0.7	3	1	1	80	200
Veto	2	5	1	2	2	2	1	1	4	2	2	120	400

Implementacja algorytmu ELECTRE IS bez problemu radzi sobie z przetworzeniem wszystkich danych z pliku.

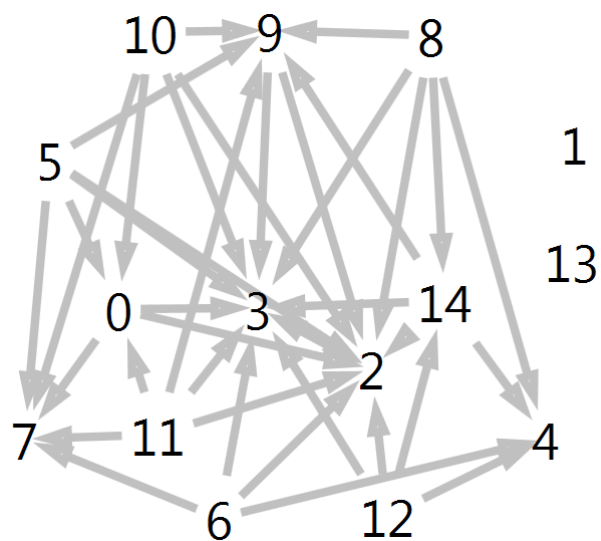




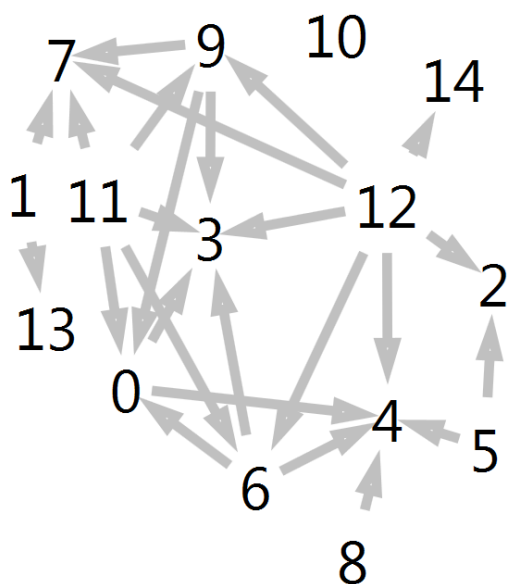
Graf przewyższania dla 100 losowych próbek.  $S = 0.85$



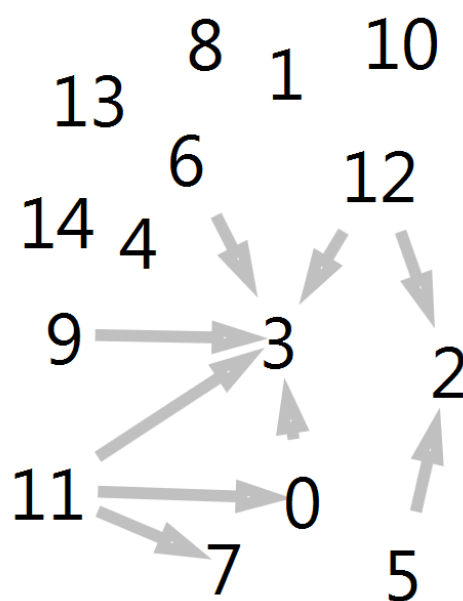
Graf przewyższania dla 15 losowych alternatyw.  $S = 0.5$



Graf przewyższania dla 15 losowych alternatyw.  $S = 0.7$



Graf przewyższania dla 15 losowych alternatyw.  $S = 0.8$

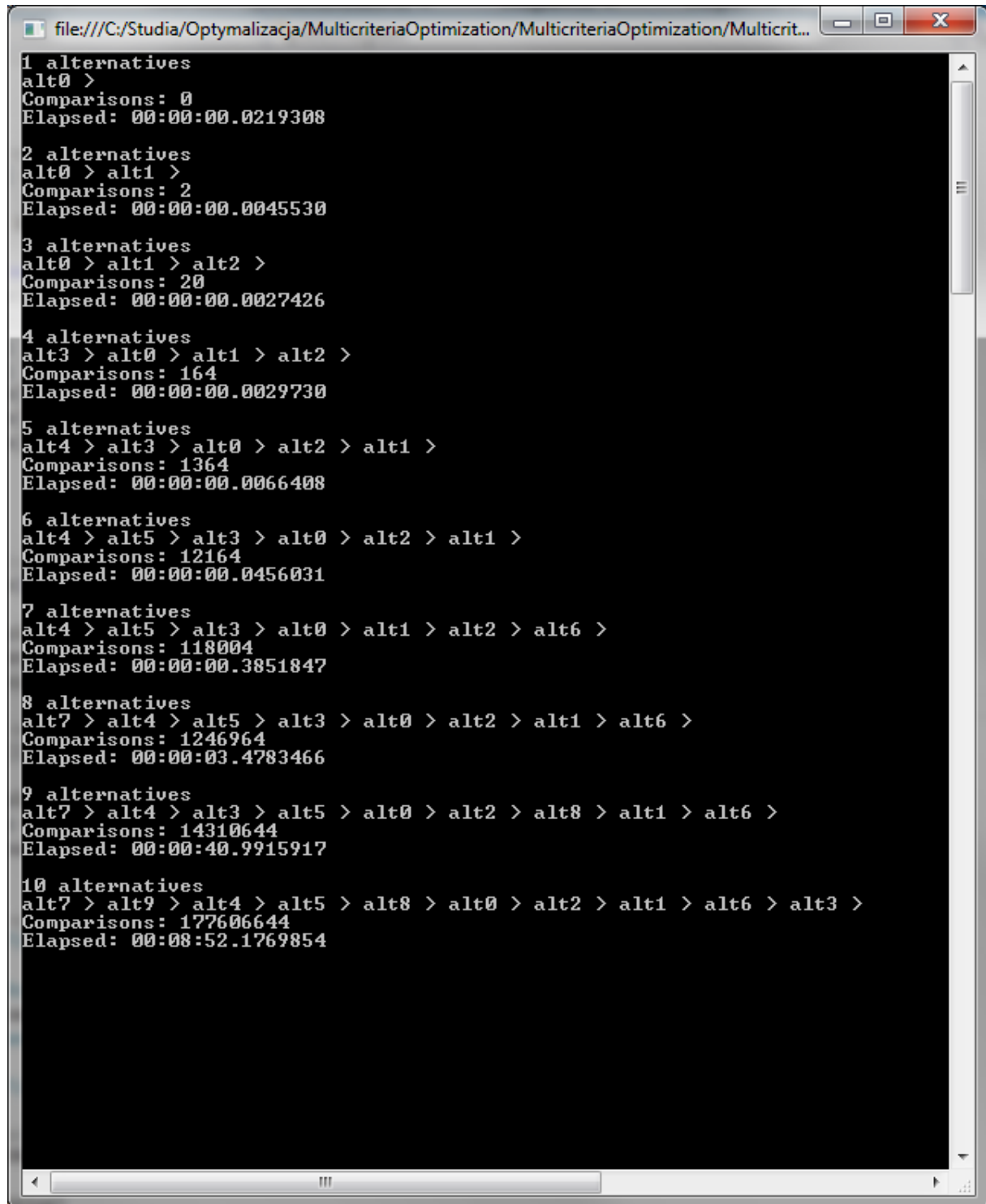


Graf przewyższania dla 15 losowych alternatyw.  $S = 0.9$

## QUALIFLEX

Metoda QUALIFLEX cechuje się ogromną złożonością obliczeniową. Już dla dziesięcioelementowego zbioru alternatyw obliczenie wyniku zajęło niemal 9 minut.

Poniżej przedstawione są uzyskane wyniki dla zbiorów alternatyw o poszczególnej liczności



```
file:///C:/Studia/Optymalizacja/MulticriteriaOptimization/MulticriteriaOptimization/Multicrit...
1 alternatives
alt0 >
Comparisons: 0
Elapsed: 00:00:00.0219308

2 alternatives
alt0 > alt1 >
Comparisons: 2
Elapsed: 00:00:00.0045530

3 alternatives
alt0 > alt1 > alt2 >
Comparisons: 20
Elapsed: 00:00:00.0027426

4 alternatives
alt3 > alt0 > alt1 > alt2 >
Comparisons: 164
Elapsed: 00:00:00.0029730

5 alternatives
alt4 > alt3 > alt0 > alt2 > alt1 >
Comparisons: 1364
Elapsed: 00:00:00.0066408

6 alternatives
alt4 > alt5 > alt3 > alt0 > alt2 > alt1 >
Comparisons: 12164
Elapsed: 00:00:00.0456031

7 alternatives
alt4 > alt5 > alt3 > alt0 > alt1 > alt2 > alt6 >
Comparisons: 118004
Elapsed: 00:00:00.3851847

8 alternatives
alt7 > alt4 > alt5 > alt3 > alt0 > alt2 > alt1 > alt6 >
Comparisons: 1246964
Elapsed: 00:00:03.4783466

9 alternatives
alt7 > alt4 > alt3 > alt5 > alt0 > alt2 > alt8 > alt1 > alt6 >
Comparisons: 14310644
Elapsed: 00:00:40.9915917

10 alternatives
alt7 > alt9 > alt4 > alt5 > alt8 > alt0 > alt2 > alt1 > alt6 > alt3 >
Comparisons: 177606644
Elapsed: 00:08:52.1769854
```



## Podsumowanie

Udało się pomyślnie zaimplementować oba zadane algorytmy oraz uruchomić je na dostarczonych danych.

Algorytm ELECTRE IS okazał się działać bardzo sprawnie, wyznaczone przez niego grafy przewyższania mogłyby rzeczywiście okazać się pomocne przy dokonywaniu wyboru.

Zastosowania algorytmu QUALIFLEX są natomiast ograniczone przez jego ogromną złożoność obliczeniową.