

Przykłady naturalnych generatorów liczb losowych:

- moneta – generator liczb losowych o rozkładzie równomiernym na zbiorze $\{0;1\}$
- ruletka mierząca długość łuku (część obwodu okręgu) od pewnego wyróżnionego punktu do punktu zatrzymania kulki – generator liczb losowych o rozkładzie równomiernym na przedziale $<0; 1>$

Liczby wygenerowane przy użyciu programów komputerowych to liczby pseudolosowe (quasi-losowe). Domyślnie są to liczby nieujemne z zakresu $<0, M>$, gdzie $x=2^k$. Liczby z zakresu $<0; 1>$ otrzymuje się w wyniku zastosowania operacji dzielenia x/M , albo w wyniku składania wylosowanych bitów b_1, b_2, \dots, b_k w liczbę ułamkową $0.b_1b_2\dots b_k$.

Pseudolosowość wygenerowanych liczb jest spowodowana ich okresowością. Oznacza to, iż istnieją liczby f oraz p , takie że dla $i > f$, $X_i = X_{i+fp}$; $j = 1, 2, \dots$. Podciąg X_1, X_2, \dots, X_p jest okresem aperiodyczności ciągu.

Generatory liniowe:

$$X_{n+1} = (a_1X_n + a_2X_{n-1} + \dots + a_kX_{n-k+1} + c) \bmod M \quad (2.1)$$

Bardzo często stosuje się generator postaci:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod M \quad (2.2)$$

W przypadku gdy $c \neq 0$, generator jest generatorem mieszanym, natomiast w przypadku gdy $c = 0$, generator jest generatorem multiplikatywnym.

Przykładowo, uzyskany ciąg liczb X_1, X_2, \dots dobrze przybliża realizację ciągu niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie równomiernym $U(0,1)$, gdy średnia wartość otrzymanych liczb wynosi 0.5, a wariancja wynosi 0.083(3). Ciąg ten powinien również spełniać testy statystyczne.

Okres generatora: liczba p taka że $p = \min\{i: X_i = X_0, i > 0\}$

W przypadku generowania d -wymiarowych wektorów o współrzędnych z zakresu $<0; 1>$, generowane punkty w przestrzeni tworzą regularne wzorce.

Uogólnieniem generatorów liczb X są generatory wektorów

$$X_{n+1} = A \cdot X_n \bmod M \quad (2.3)$$

gdzie A jest macierzą współczynników, a X_n są wektorami.

Przykładowe parametry generatorów postaci (2.2)

a	$2^2 \cdot 237 + 1$	69069	397204094	742938285	1099087573	68909602460261
c	0	1	0	0	0	0
M	2^{35}	2^{32}	$2^{31}-1$	$2^{31}-1$	2^{32}	2^{48}

Lepsze właściwości statystyczne mają generatory z parametrem M będącym liczbą pierwszą.

Generatory oparte na rejestrach przesuwanych

Ogólna postać generatora jest następująca:

$$b_i = (a_1 \cdot b_{i-1} + \dots + a_k \cdot b_{i-k}) \bmod 2, i = k+1, k+2, \dots \quad (2.4)$$

Okresy ciągów zależą od współczynników a_1, a_2, \dots, a_k .

Wiedząc, że $(a + b) \bmod 2 = a \text{ xor } b$, w przypadku gdy $a_1 = a_2 = \dots = a_k$, wzór (2.4) możemy przepisać do postaci:

$$b_i = b_{i-1} \text{ xor } b_{i-2} \text{ xor } \dots \text{ xor } b_{i-k} \quad (2.5)$$

Jeżeli w formule (2.5) występują tylko dwa współczynniki p i q , ($p > q$) to wzór (2.5) redukuje się do postaci:

$$b_i = b_{i-p} \text{ xor } b_{i-q} \quad (2.6)$$

Poniższa tabela pokazuje przykładowe wartości parametrów p i q , dla których ciąg b_1, b_2, \dots, b_k ma maksymalny okres (równy 2^{k-1})

p	2	10	29	607	44497	132049
q	1	3	2	273	8575	33912

W celu uzyskania k -bitowych liczb losowych o wartościach z przedziału $\langle 0;1 \rangle$ na podstawie wartości z ciągu bitów ($b_i, i = 1, 2, \dots$) można zastosować wzór:

$$U_i = \sum_{j=1}^L 2^{-j} b_{is+j} = 0.b_{is+1} \dots b_{is+L}; \quad i=0, 1, \dots \quad (2.7)$$

Generatory nieliniowe

Generatory nieliniowe pozwalają uniknąć problemu grupowania się wygenerowanych liczb (ogólnie punktów w przestrzeni wielowymiarowej).

Przykładowe generatory nieliniowe:

$$X_n = (a \cdot X_{n-1}^{-1} + c) \bmod M \quad (2.8)$$

gdzie:

M jest liczbą pierwszą

odwrotność modulo M jest zdefiniowana następująco: jeśli $c \neq 0$, to $c^{-1} \bmod M = 0$

$$X_n = (a \cdot (n + n_0) + b)^{-1} \bmod M \quad (2.9)$$

Generator (2.9) jest generatorem o okresie maksymalnym dla każdej wartości a . Dodatkowo, jego kolejne elementy mogą być generowane równolegle.