Algorytmy Numeryczne

Zadanie 1 – Sumowanie szeregów potęgowych

Jakub Szulc

16.03.2023

Program:

1. Sumowanie elementów szeregu potęgowego obliczanych ze wzoru Taylora w kolejności od początku

```
double sinTaylor1 = 0;
for (int i = 0; i <= n; i++) {
    sinTaylor1 += pow(-1, i) * pow(x, 2*i + 1) / factorial(2*i + 1);
}
```

2. Sumowanie elementów szeregu potęgowego obliczanych ze wzoru Taylora w kolejności od końca

```
double sinTaylor2 = 0;
for (int i = n; i >= 0; i--) {
    sinTaylor2 += pow(-1, i) * pow(x, 2*i + 1) / factorial(2*i + 1);
}
```

3. Sumowanie elementów szeregu potęgowego od początku, ale obliczając kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego

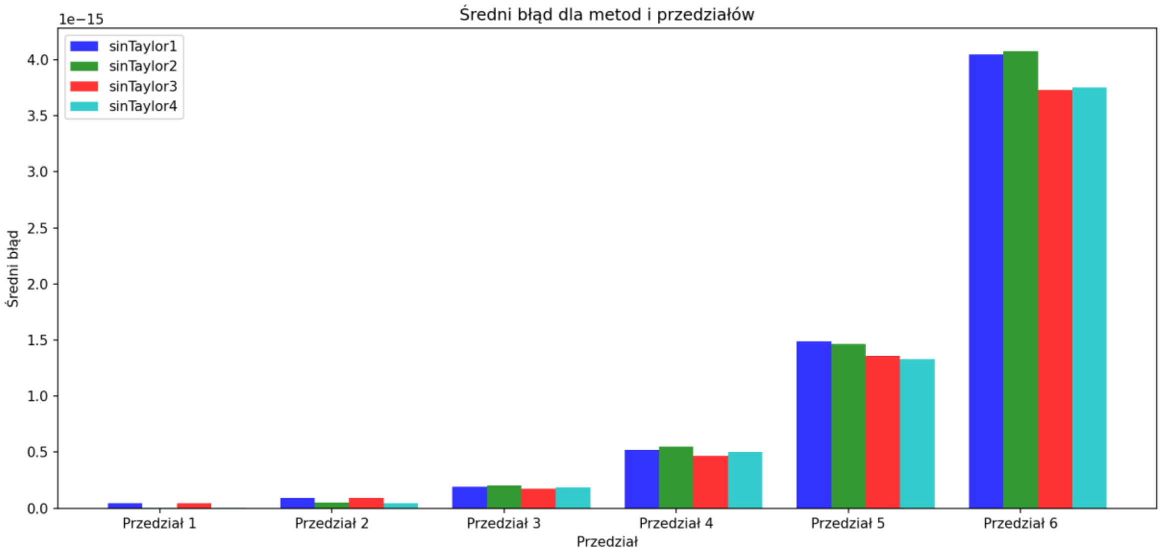
```
List<Double> terms1 = calculate_terms(x, n);
double sinTaylor3 = 0;
for (double term : terms1) {
    sinTaylor3 += term;
}
```

4. Sumowanie elementów szeregu potęgowego od końca, ale obliczając kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego

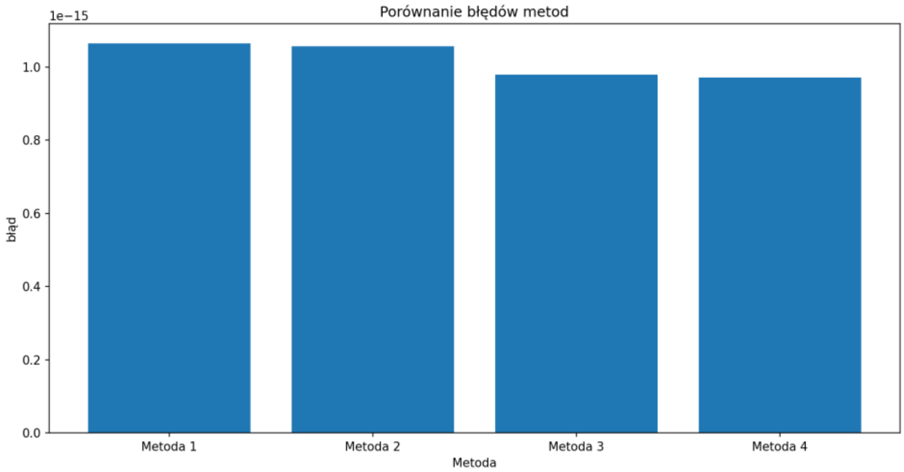
```
List<Double> terms2 = calculate_terms(x, n);
double sinTaylor4 = 0;
Collections.reverse(terms2);
for (double term : terms2) {
    sinTaylor4 += term;
}
```

	V1	V2	V3	V4
Dokładność średnia	$1.064477*10^{-15}$	$1.0570658*10^{-15}$	$9.7804063*10^{-16}$	$9.7063460*10^{-16}$

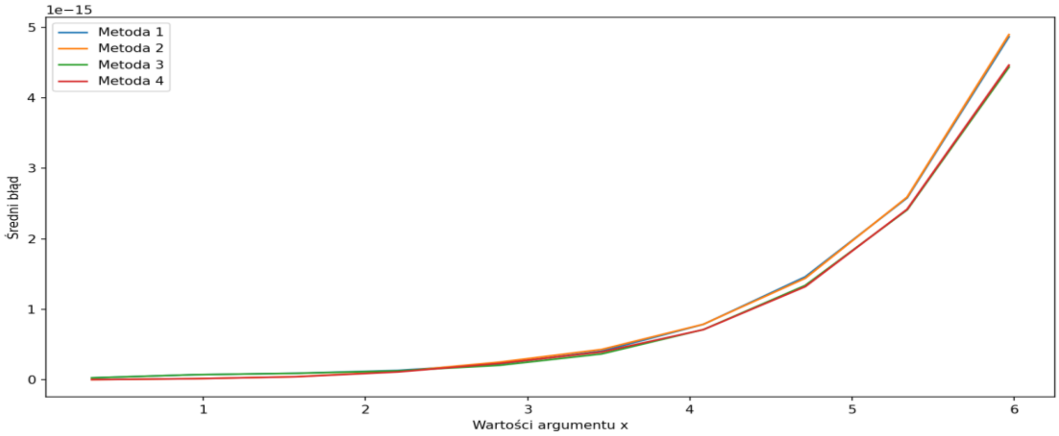
Średnie na równych 6 przedziałach:



Graficzne przedstawienie średnich błędów



Wykres przedstawiający dokładność metod na przestrzeni wartości argumentu x

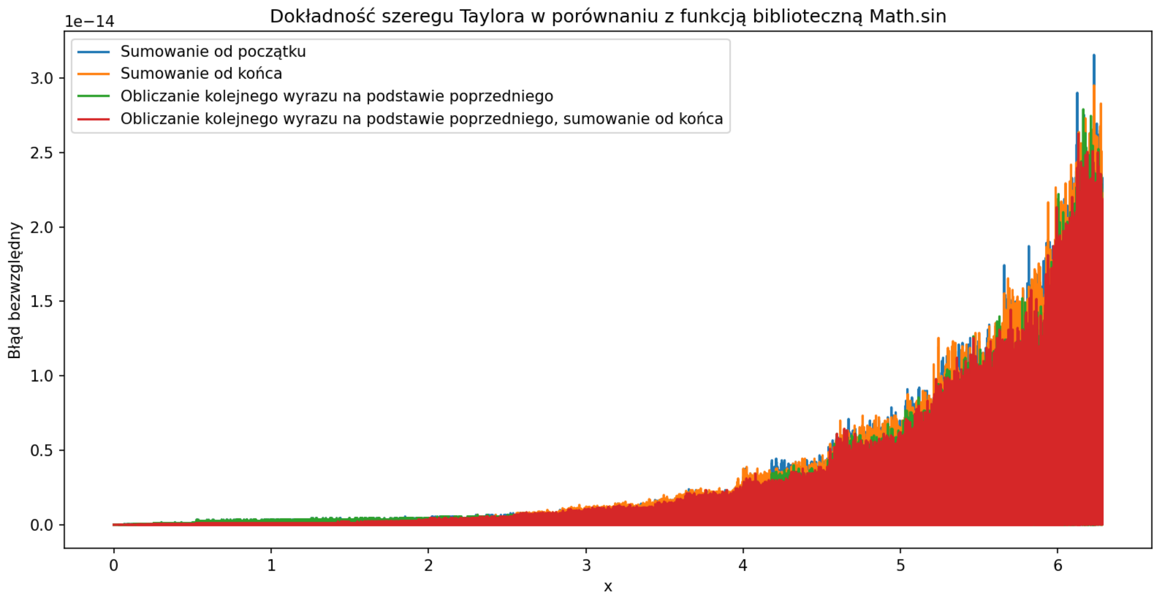


Hipotezy:

1. *Sumowanie od końca daje dokładniejszy wynik niż sumowanie od początku*

   Po przeprowadzeniu eksperymentu okazało się, że hipoteza ta była prawdziwa i w przypadku sumowania szeregu potęgowego ze wzoru Taylora, dokładniejszy wynik otrzymałem przy sumowaniu od końca niż od początku dla sumowania na podstawie poprzedniego wyrazu, jak i dla sumowania na podstawie wzoru – pokazują to powyższe wykresy.

2. *Używając rozwinięcia wokół 0 (szereg MacLaurina), przy tej samej liczbie składników szeregu dokładniejsze wyniki uzyskujemy przy małych argumentach*



   Jak możemy zaobserwować na powyższym wykresie, hipoteza ta jest prawdziwa.

3. *Sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.*

   Wnioskując na podstawie danych w tabelce na poprzedniej stronie możemy jednoznacznie określić, że jest to prawda, ponieważ kolejność dokładności przedstawia się następująco:

1	V4	0.0000000000009706
2	V3	0.0000000000009780
3	V2	0.0000000000010571
4	V1	0.0000000000010645

Pytania:

1. *Jak zależy dokładność obliczeń (błąd) od liczby sumowanych składników?*

   W przypadku sumowania szeregu Taylora dla funkcji trygonometrycznych, dokładność obliczeń (błąd) zależy od liczby sumowanych składników oraz od wartości argumentu funkcji.

Ogólnie rzecz biorąc, im więcej składników jest sumowanych, tym dokładniejszy wynik otrzymujemy, ale równocześnie kosztem większego nakładu obliczeniowego.