

Przetwarzanie Sygnałów

Jakub Dudarewicz

Semestr letni, 2016

Instrukcja 1. Podstawy generacji sygnałów

Instrukcja 1, zadanie 1 Operacje tablicowe i macierzowe

Wynik operacji mnożenia macierzowego i tablicowego:

A =				tablicowe			
1	43	45		6	516	2025	
				2	172	2520	
B =				12	129	45	
6	12	45					
2	4	56		macierzowe			
12	3	1		632	319	2498	

Operacje te są fundamentalnie od siebie różne

Instrukcja 1, zadanie 2 Próbkowanie przebiegu sinusoidalnego

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
% probkowanie sinusa
n=10; %długość obserwacji
k=100; %liczba próbek
t=[1:k];

H = figure;

m=500;
a=sin(2*pi*n*t/m);
subplot(221);

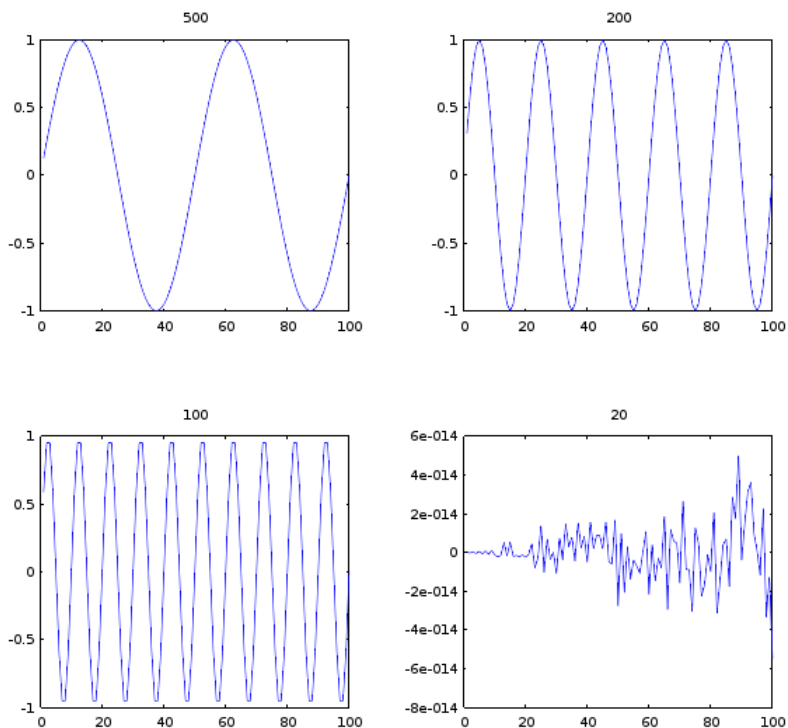
plot(a);
title("500");

m=200;
a=sin(2*pi*n*t/m);
subplot(222);
plot(a);
title("200");

m=100;
a=sin(2*pi*n*t/m);
subplot(223);
plot(a);
title("100");

m=20;
a=sin(2*pi*n*t/m);
subplot(224);
plot(a);
title("20");

clear;
```



Rysunek 1: Przebieg sinusoidalny próbkowany z różnymi częstotliwościami

Liczba zarejestrowanych okresów i rozdzielczość wynika z częstotliwości próbkowania. W tym zadaniu nie przekształcam dziedziny sygnału do czasu.

Instrukcja 1, zadanie 3 Skok jednostkowy

M-plik użyty do generacji wykresów:

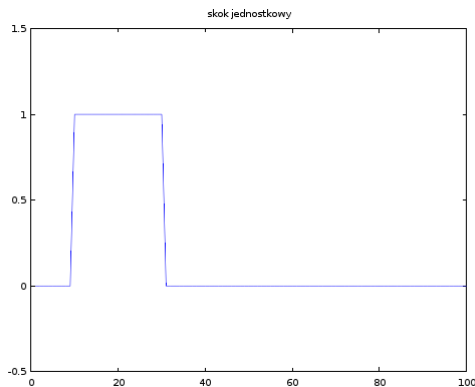
```
%skok jednostkowy

be = 10;
en = 30;
dur = 100;

a = zeros(dur,1);

for i = be:en
    a(i, 1) = 1;
    be = be + 1;
end

figure;
plot(a);
axis([0, 100, -0.5, 1.5]);
title("skok jednostkowy");
```



Rysunek 2: Przykładowy wydruk skoku jednostkowego

Instrukcja 1, zadanie 4 Skok jednostkowy, użycie varargin

M-plik użyty do generowania wykresów:

```
function skok(varargin) %(duration,
begin 1, end 1, begin 2, end 2...)

k = 2;
l=1;
figure;
r = ceil((nargin-1)/4);
dur = varargin{1};

for i = 1:((nargin-1)/2)
    be = varargin{k};
    en = varargin{k+1};

    a = zeros(dur,1);

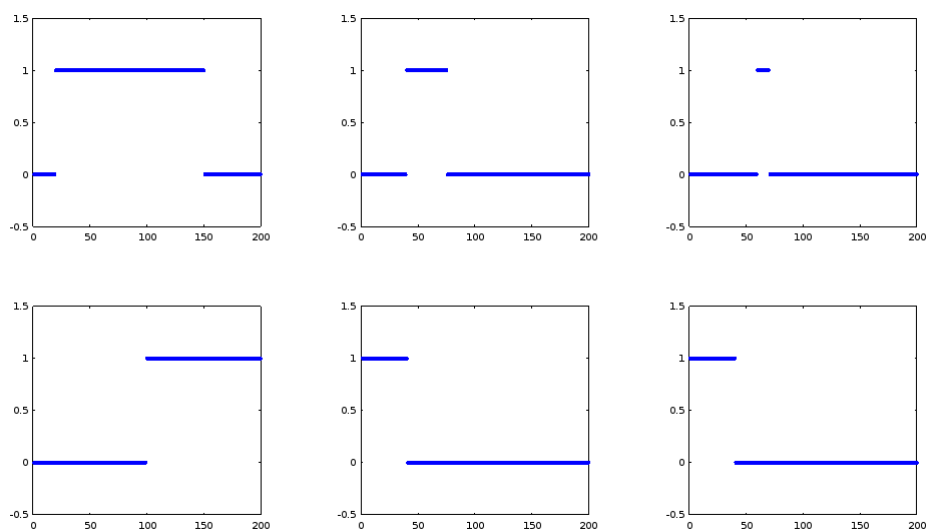
    for j = be:en
        a(j, 1) = 1;
        be += 1;
    end

    subplot(r, 2, 1);
    plot(a, '.');
    axis([0, dur, -0.5, 1.5]);

    printf("bound %d - %d\n", varargin{k},
varargin{k+1});

    if(k+1<(nargin-1))
        k=k+2;
    endif
    l=l+1;
end

endfunction
```



Rysunek 3: Przykładowy wydruk dla siedmiu argumentów

Funkcja varargin i wszystkie jej towarzyszące są bardzo użyteczne, bo pozwalają na napisanie bardziej uniwersalnej funkcji.

Instrukcja 1, zadanie 5 Przebieg wykładniczy zespolony

M-plik użyty do generacji wykresów funkcji $f(x) = e^{xi}$:

```
%przebieg wykładniczy zespolony
```

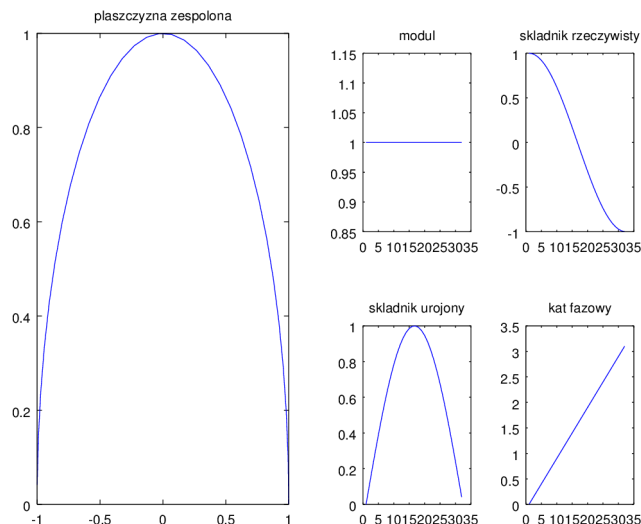
```
t=[0:0.1:2*pi];
```

```
zesp=e.^(t.*j);
rzecz=real(zesp);
uroj=imag(zesp);
modul=abs(zesp);
faza=angle(zesp);
```

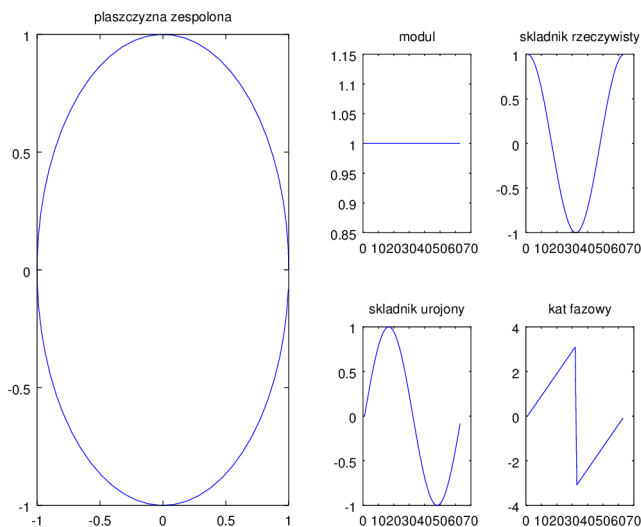
```
figure
```

```
subplot(121)
plot(zesp)
title("plaszczyna zespolona")
subplot(243)
plot(modul)
title("modul")
```

```
subplot(244)
plot(rzecz)
title("skladnik rzeczywisty")
subplot(247)
plot(uroj)
title("skladnik urojony")
subplot(248)
plot(faza)
title("kat fazowy")
```



(a) $0i - \pi i$



(b) $0i - 2\pi i$

Rysunek 4: Zespolone przebiegi wykładnicze dla dwóch zakresów zmiennej zespolonej

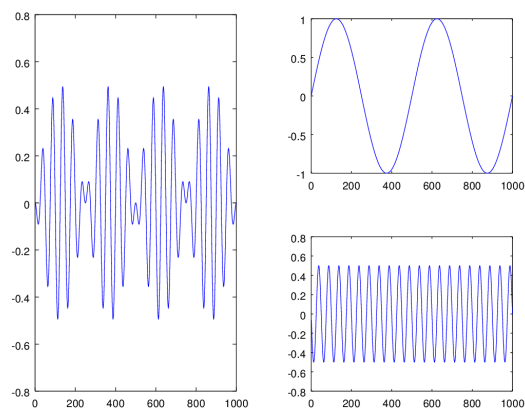
Z powyższych wykresów połączenie funkcji wykładniczej zespolonej z funkcjami trygonometrycznymi jest oczywiste. Zrozumiała też staje się słynna Tożsamość Eulera $e^{\pi i} + 1 = 0$.

Instrukcja 1, zadanie 6 Modulowanie przebiegu sinusoidalnego

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
%modulowanie sinusa  
  
n=1; %długość obserwacji  
k=1000; %liczba próbek  
t=1:k; %probki  
m=500; %czestotliwosc obserwacji  
  
a=sin(2*pi*n*t/m);  
b=(0.5).*sin((10*2*pi*n*t/m)+pi);
```

```
c=a.*b;  
  
figure  
  
subplot(121)  
plot(c)  
subplot(222)  
plot(a)  
subplot(224)  
plot(b)
```



Rysunek 5: Z lewej - sygnał zmodulowany, z prawej - sygnały wyjściowe

Modulacja osiągnana jest poprzez pomnożenie tablicowe przez siebie dwóch sygnałów.

Instrukcja 2. Podstawy próbkowania sygnałów

Instrukcja 2, zadanie 1 Generowanie przebiegów sinusoidalnych o pulsacji znormalizowanej

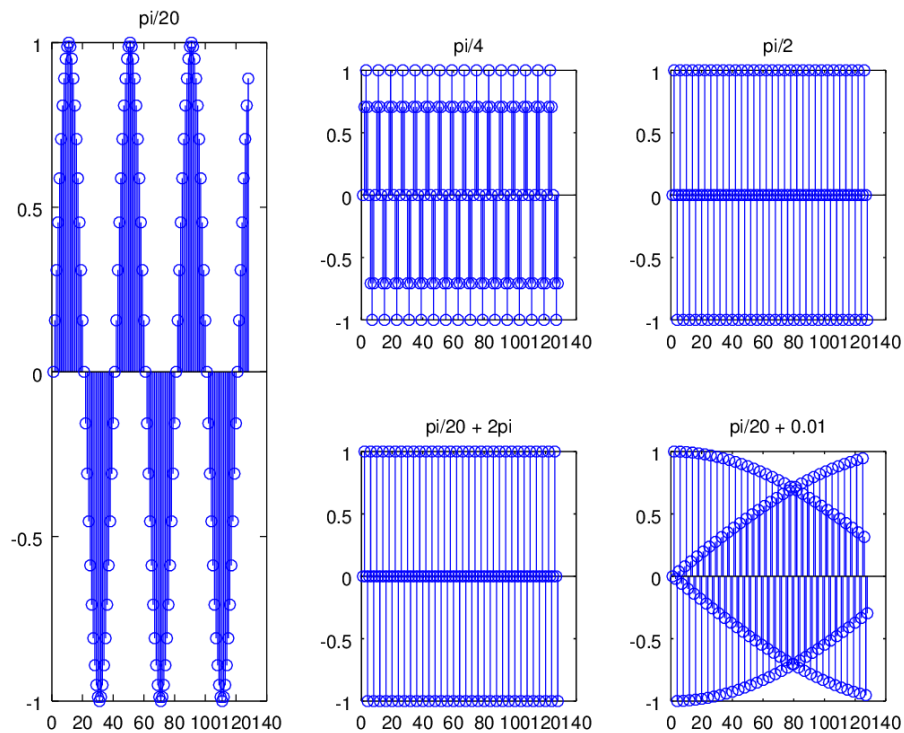
M-plik użyty do generacji wykresów:

```
n=[0:127];

xa=sin((pi/20)*n);
xb=sin((pi/4)*n);
xc=sin((pi/2)*n);
xd=sin((pi/2+2*pi)*n);
xe=sin((pi/2+0.01)*n);

subplot(131)
stem(xa)
title('\pi/20')
subplot(232)

stem(xb)
title('\pi/4')
subplot(233)
stem(xc)
title('\pi/2')
subplot(235)
stem(xd)
title('\pi/2 + 2\pi')
subplot(236)
stem(xe)
title('\pi/2 + 0.01')
```



Rysunek 6: Przebiegi generowane dla różnych pulsacji.

Zbyt duża częstotliwość powoduje niedokładne rejestrowanie przebiegu.

Instrukcja 2, zadanie 2 Generowanie przebiegów sinusoidalnych próbkowanych z różną częstotliwością

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
%sampling frequency
fsa=4000;
fsb=4020;
fsc=8000;
fsd=19000;
fse=44000;

%samples vector
n=[0:127];

%signal frequency
f=2000;

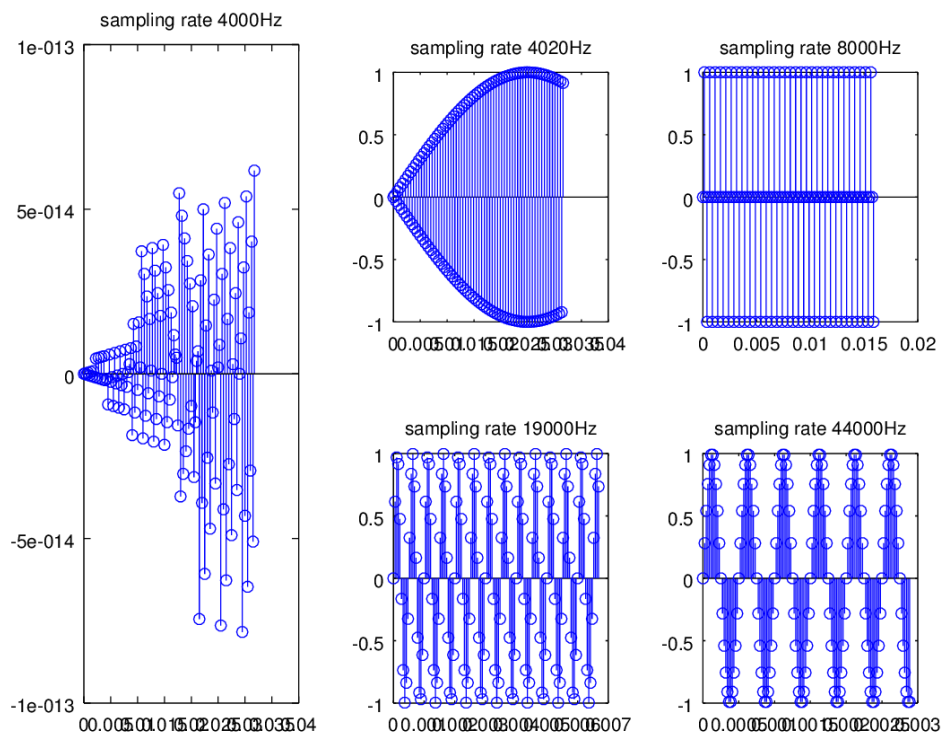
%time vectors
ta=n/fsa;

tb=n/fsb;
tc=n/fsc;
td=n/fsd;
te=n/fse;

%signal model
xa=sin(2*pi*f*ta);
xb=sin(2*pi*f*tb);
xc=sin(2*pi*f*tc);
xd=sin(2*pi*f*td);
xe=sin(2*pi*f*te);

subplot(131)
stem(ta, xa)

title('sampling rate 4000Hz')
subplot(232)
stem(tb, xb)
title('sampling rate 4020Hz')
subplot(233)
stem(tc, xc)
title('sampling rate 8000Hz')
subplot(235)
stem(td, xd)
title('sampling rate 19000Hz')
subplot(236)
stem(te, xe)
title('sampling rate 44000Hz')
```



Rysunek 7: Przebiegi o równej częstotliwości próbkowane z różną częstotliwością wyświetlone w dziedzinie czasu

Instrukcja 2, zadanie 3 Generowanie przebiegów sinusoidalnych przesuniętych w fazie

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
%sampling frequency
fs=4000;

%samples vector
n=[0:63];

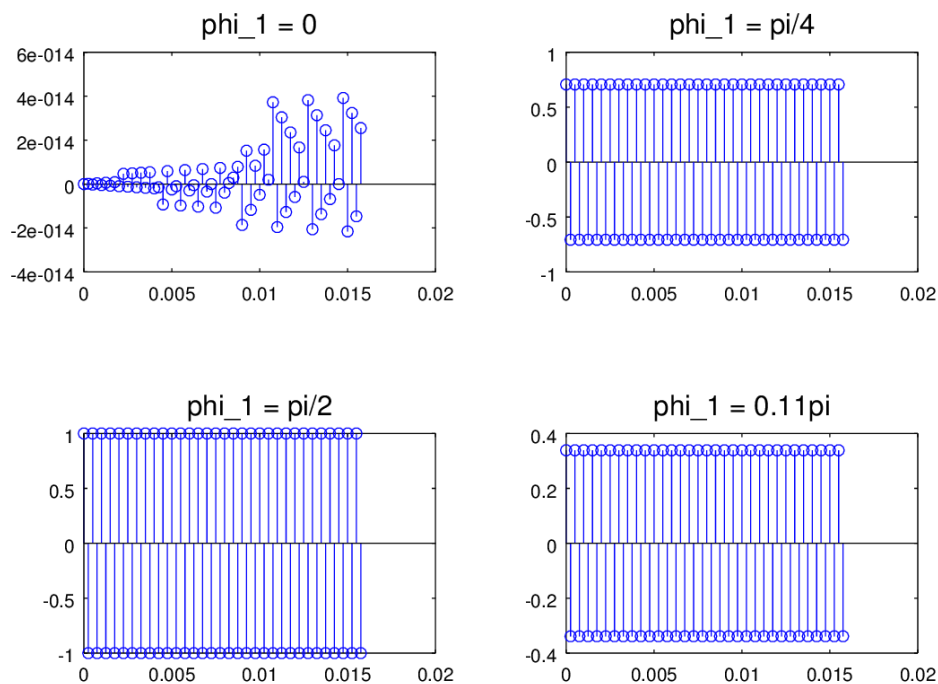
%signal frequency
f=2000;

%time vectors
t=n/fs;

%signal model
xa=sin(2*pi*f*t);
xb=sin(2*pi*f*t + pi/4);
xc=sin(2*pi*f*t + pi/2);
xd=sin(2*pi*f*t + 0.11*pi);

subplot(221)
stem(t, xa)

title('\phi_1 = 0', 'fontsize', 15)
subplot(222)
stem(t, xb)
title('\phi_1 = \pi/4', 'fontsize', 15)
subplot(223)
stem(t, xc)
title('\phi_1 = \pi/2', 'fontsize', 15)
subplot(224)
stem(t, xd)
title('\phi_1 = 0.11\pi', 'fontsize', 15)
```



Rysunek 8: Przebiegi o równej częstotliwości z różnym przesunięciem fazowym i próbkowane z równą częstotliwością

Ponieważ częstotliwość próbkowania sygnału jest dwukrotnie większa od częstotliwości sygnału sygnał jest próbkowany zawsze w tych samych dwóch miejscach w okresie. Od przesunięcia fazowego sygnału zależy jakie wielkości osiągną próbki.

Instrukcja 2, zadanie 4 Generowanie przebiegów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
%sampling frequency
fs=4000;

%samples vector
n=[0:127];

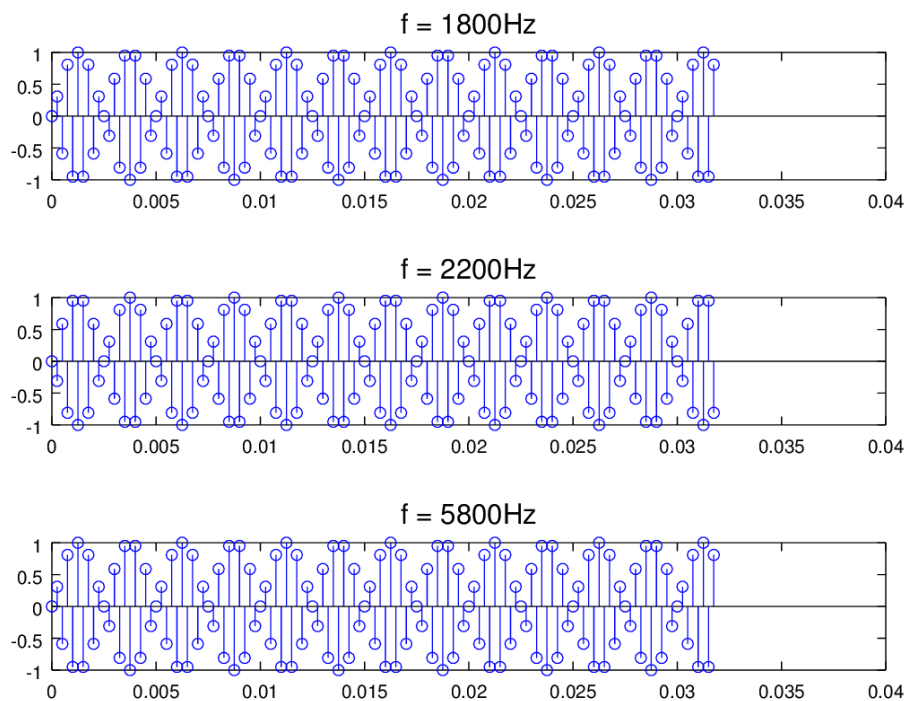
%signal frequency
fa=1800;
fb=2200;
fc=5800;

%time vectors
t=n/fs;

%signal model
xa=sin(2*pi*fa*t);
xb=sin(2*pi*fb*t);
xc=sin(2*pi*fc*t);

subplot(311)

stem(t, xa)
title('f = 1800Hz', 'fontsize', 15)
subplot(312)
stem(t, xb)
title('f = 2200Hz', 'fontsize', 15)
subplot(313)
stem(t, xc)
title('f = 5800Hz', 'fontsize', 15)
```



Rysunek 9: Przebiegi o różnej częstotliwości próbkowane z równą częstotliwością wyświetlone w dziedzinie czasu

Instrukcja 2, zadanie 5 Rekonstrukcja sygnałów cyfrowych

M-plik użyty do generacji wykresów:

```
%sampling frequency
fsa=44000;
fsd=1000;

%samples vector
nd=[0:15];
na=[0:44*length(nd)];

%signal frequency
f=100;

%time vectors
ta=na/fsa;
td=nd/fsd;

%signal model
xa=sin(2*pi*f*ta);
xd=sin(2*pi*f*td);

%reconstructions
xl=interp1(td, xd, ta, "linear");
xn=interp1(td, xd, ta, "nearest");

xs=zeros(size(ta));
for k = 1:length(td);
    st = xd(k)*sinc(fsd*(ta-td(k)));
    xs = xs + st;
end

hold on

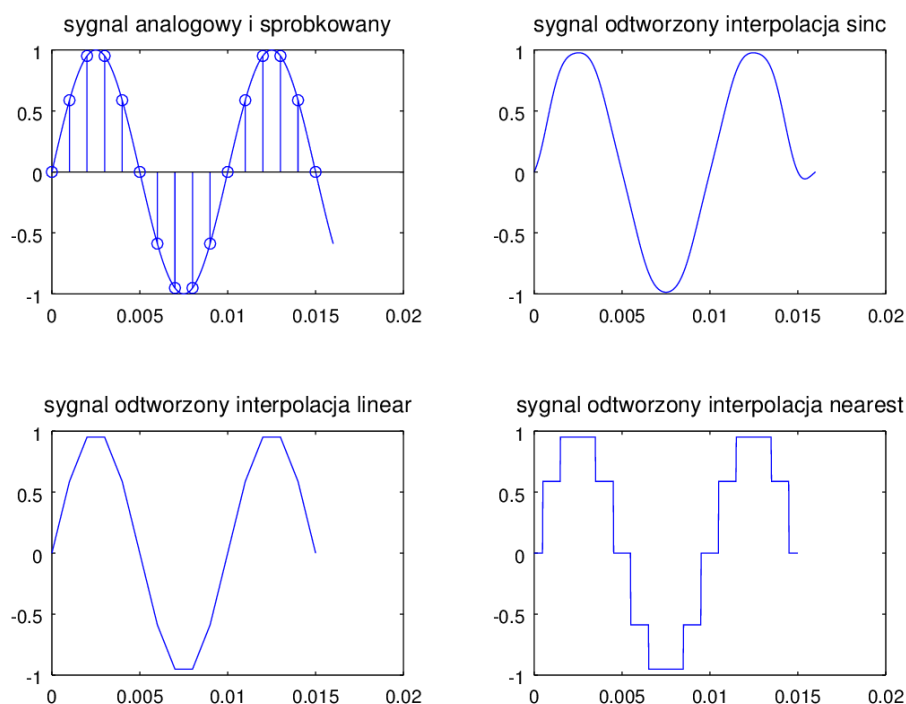
subplot(222)
plot(ta, xs, 'r')
hold on
plot(ta, xa)
title("sygnał odtworzony interpolacja sinc"

, "fontSize", 12)

subplot(223)
plot(ta, xl)
title("sygnał odtworzony interpolacja linear"
, "fontSize", 12)

subplot(224)
plot(ta, xn)
title("sygnał odtworzony interpolacja nearest"
, "fontSize", 12)

subplot(221)
stem(td, xd)
hold on
plot(ta, xa)
title("sygnał analogowy i sprobkowany"
, "fontSize", 12)
```



Rysunek 10: Sygnały zrekonstruowane za pomocą trzech algorytmów

Z wybranych algorytmów najbliższej oryginalnego jest przybliżenie za pomocą funkcji sinc. Interpolacja typu linear wprowadza dużo składowych o wysokiej częstotliwości. natomiast interpolacja nearest nie nadaje się w zasadzie do niczego.

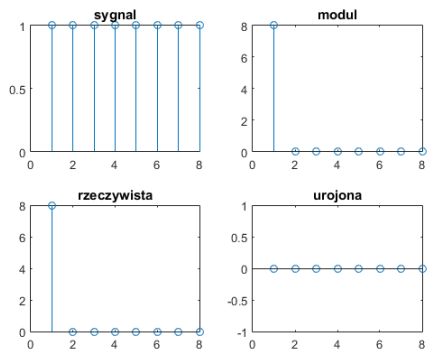
Instrukcja 3. Transformata Fourriera

Instrukcja 3, zadanie 1 Podstawy DFT

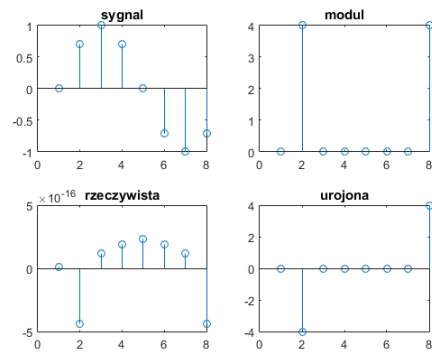
Równania sygnałów:

- a) $x = 1$, długość sygnału 8 próbek
- b) $x = \sin(2\pi \cdot 2000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- c) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- d) $x = \sin(2\pi \cdot 6000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- e) $x = \sin(2\pi \cdot 8000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- f) $x = \cos(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- g) $x = \cos(2\pi \cdot 8000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- h) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t + \pi/8)$, długość sygnału 8 próbek
- i) $x = \sin(2\pi \cdot 8000 \cdot t + \pi/8)$, długość sygnału 8 próbek
- j) $x = -1$, długość sygnału 8 próbek
- k) $x = 1$, długość sygnału 16 próbek
- l) $x = \sin(2\pi \cdot 2000 \cdot t)$, długość sygnału 16 próbek
- m) $x = \sin(2\pi \cdot 2000 \cdot t)$, długość sygnału 18 próbek
- n) $x = \sin(2\pi \cdot 2000 \cdot t)$, długość sygnału 20 próbek
- o) $x = j \cdot \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- p) $x = j \cdot \cos(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- q) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + j \cdot \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek
- r) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + j \cdot \cos(2\pi \cdot 4000 \cdot t)$, długość sygnału 8 próbek

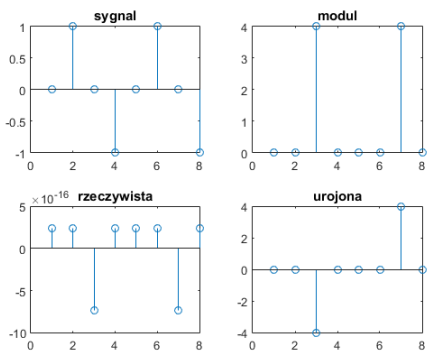
Różnica fazy nie wpływa na moduł transformaty Fourriera sygnału, zmienia natomiast jej część rzeczywistą co widać wyraźnie w przypadku sygnałów f i h z rysunku 11. Częstotliwość sygnału wyraźnie wpływa na położenie wysokiego prążka w module transformaty. Transformata sygnału urojonego (Rysunek 12, g) daje zamienione wartości dla składników rzeczywistego i urojonego w prównaniu dla transformaty analogicznego sygnału rzeczywistego (Rysunek 11, c).



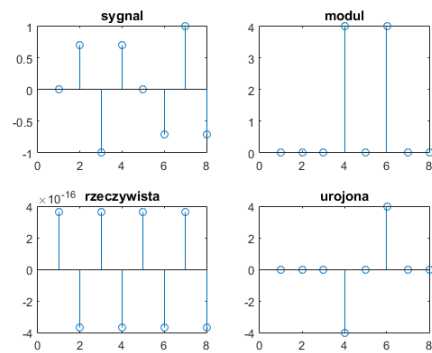
(a)



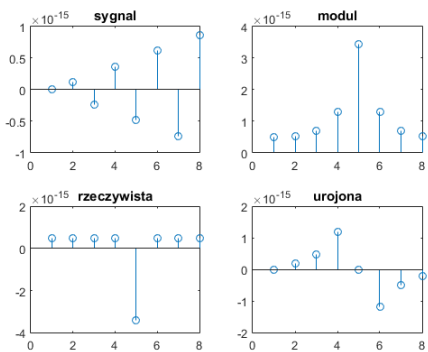
(b)



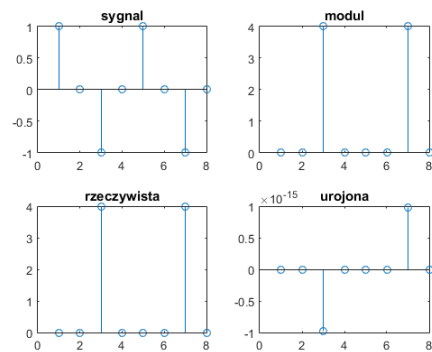
(c)



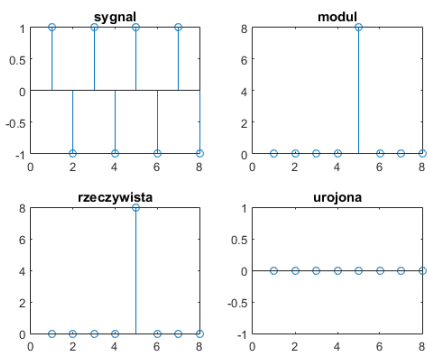
(d)



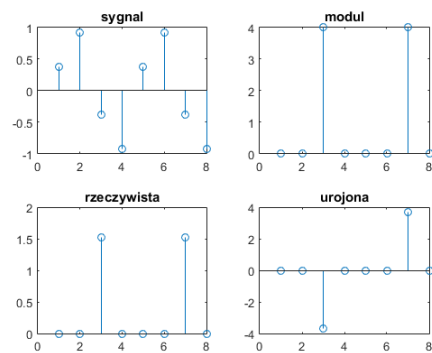
(e)



(f)

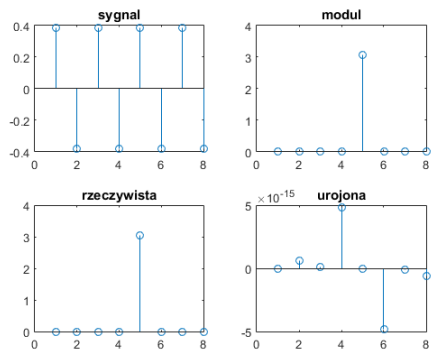


(g)

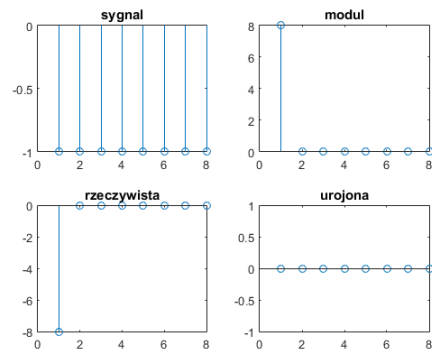


(h)

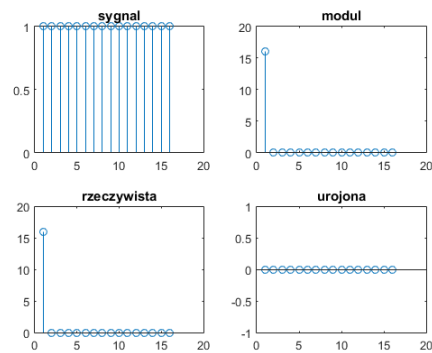
Rysunek 11: Wyniki transformacji fourriera a - h



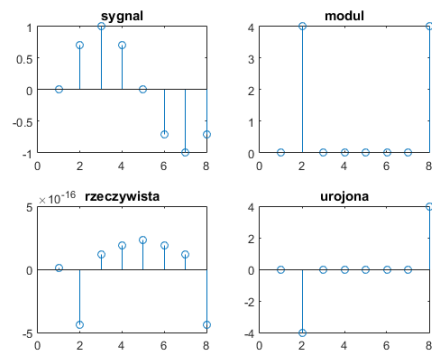
(a)



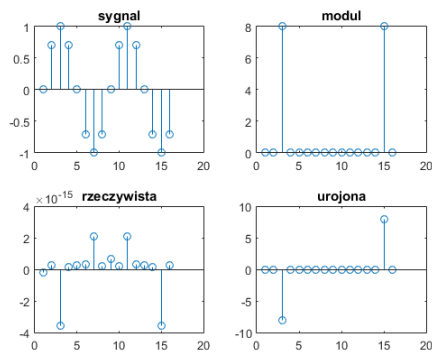
(b)



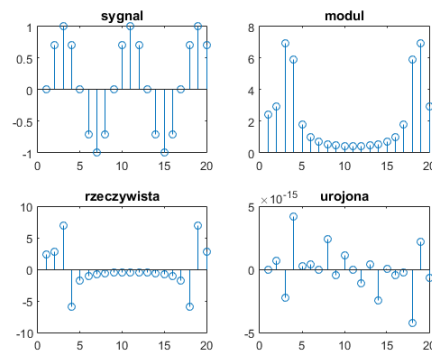
(c)



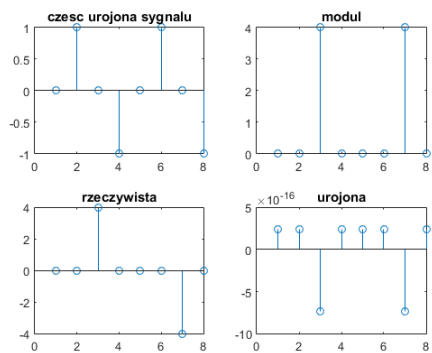
(d)



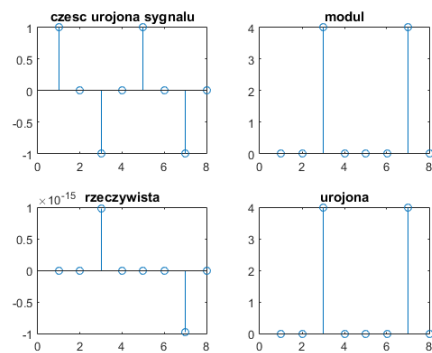
(e)



(f)

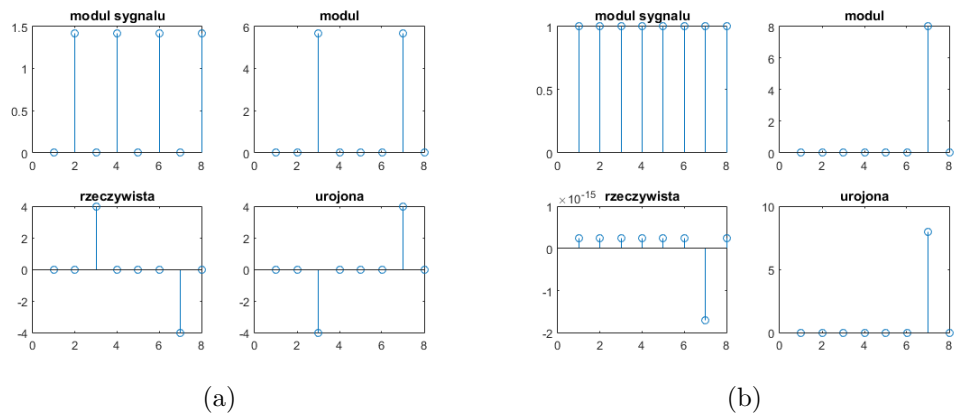


(g)



(h)

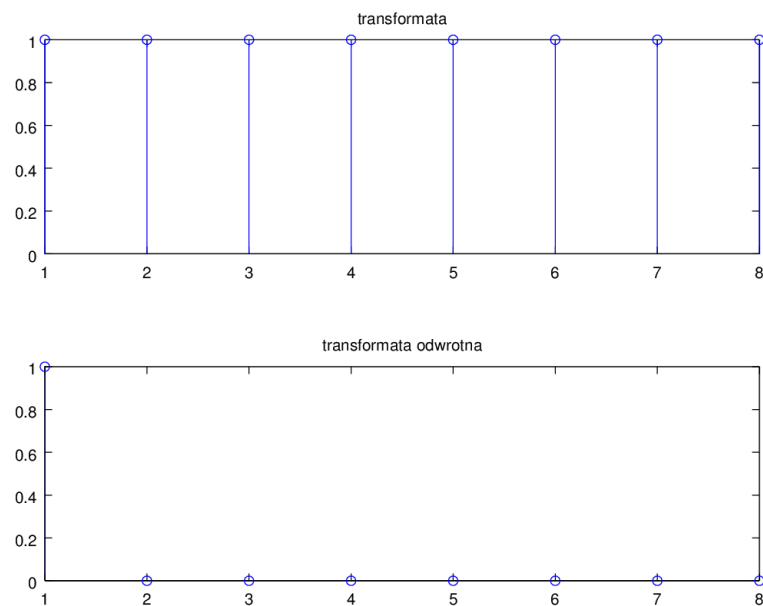
Rysunek 12: Wyniki transformacji Fouriera i - p



Rysunek 13: Wyniki transformaty Fourriera q - r

Instrukcja 3, zadanie 2 Odwrotna DFT

```
figure
subplot(211);
stem(ones(1,8));
title("transformata");
subplot(212);
stem(abs(ifft(ones(1,8))));
title("transformata odwrotna");
```



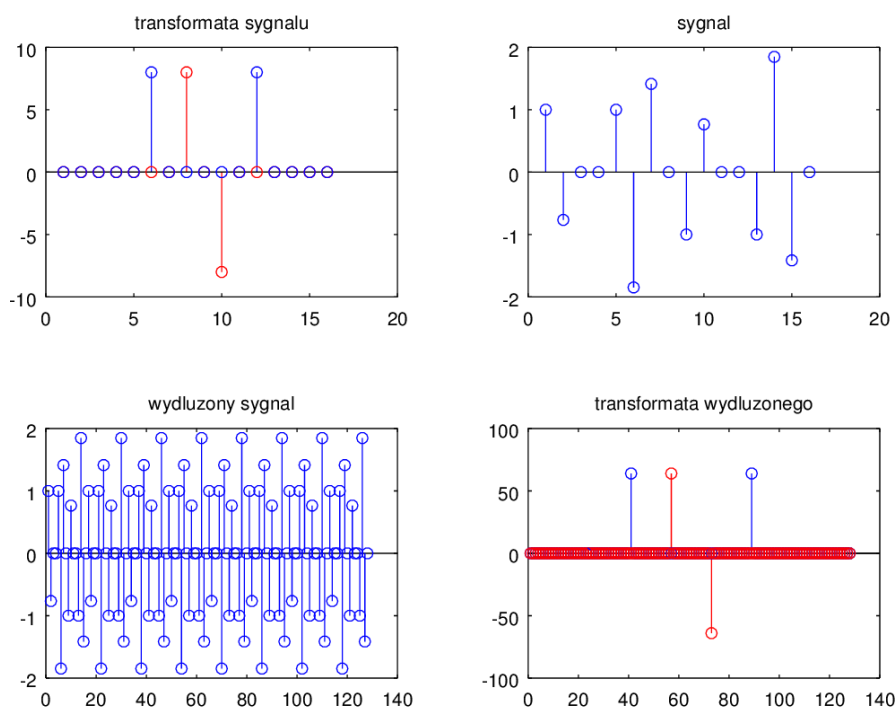
Rysunek 14

Aby uzyskać sygnał dla którego wszystkie prążki widma będą równe jeden, wystarczy obliczyć transformatę odwrotną takiego wektora.

Instrukcja 3, zadanie 3 Rekonstrukcja sygnału z jego transformaty

kod użyty do rekonstrukcji:

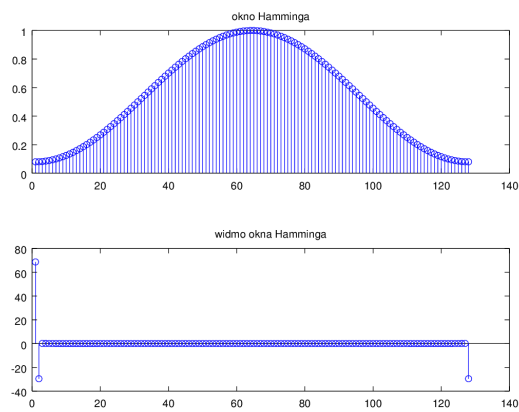
```
a = [0,0,0,0,0,8,0,j*8,0,
-j*8,0,8,0,0,0,0];
x = ifft(a);
x2 = [x,x,x,x,x,x,x,x];
a2 = fft(x2);
figure
subplot(221);
stem(real(a));
hold on
stem(imag(a), 'r');
title("transformata sygnału");
subplot(222);
stem(x);
title("sygnał");
subplot(223);
stem(x2);
title("wydluzony sygnał");
subplot(224);
stem(real(a2));
hold on
stem(imag(a2), 'r');
title("transformata wydłużonego");
```



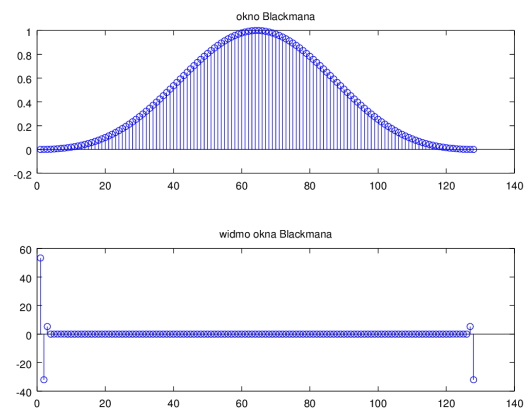
Rysunek 15

Po wprowadzeniu transformaty sygnału wystarczy obliczyć jej odwrotną transformatę. Po parokrotnym skopiowaniu sygnału wynikowego i obliczeniu kontrolnej transformaty dochodzimy do wniosku, że metoda ta działa.

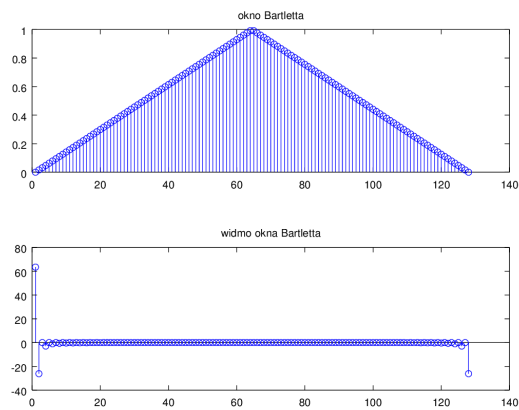
Instrukcja 3, zadanie 4 Okna Hamminga, Bartletta i Blackmana



(a)



(b)



(c)

Rysunek 16: Kształty okien i ich widma

Okno Bartletta jest na pierwszy rzut oka najprostsze i wydaje się być najmniej przydatne z powyższych okien. Najbardziej równomierne widmo ma natomiast okno Hamminga i wydaje się być najbardziej użyteczne.

Instrukcja 3, zadanie 5 Użycie okien do obserwacji widm przebiegów

Obserwowane sygnały: Skrypt użyty do generacji przebiegów:

- a) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 4125 \cdot t)$
- b) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 4250 \cdot t)$
- c) $x = \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 4500 \cdot t)$
- d) $x = \sin(2\pi \cdot 4062 \cdot t)$

```
%sampling frequency
fs=16000;

%samples vector
n=[0:127];

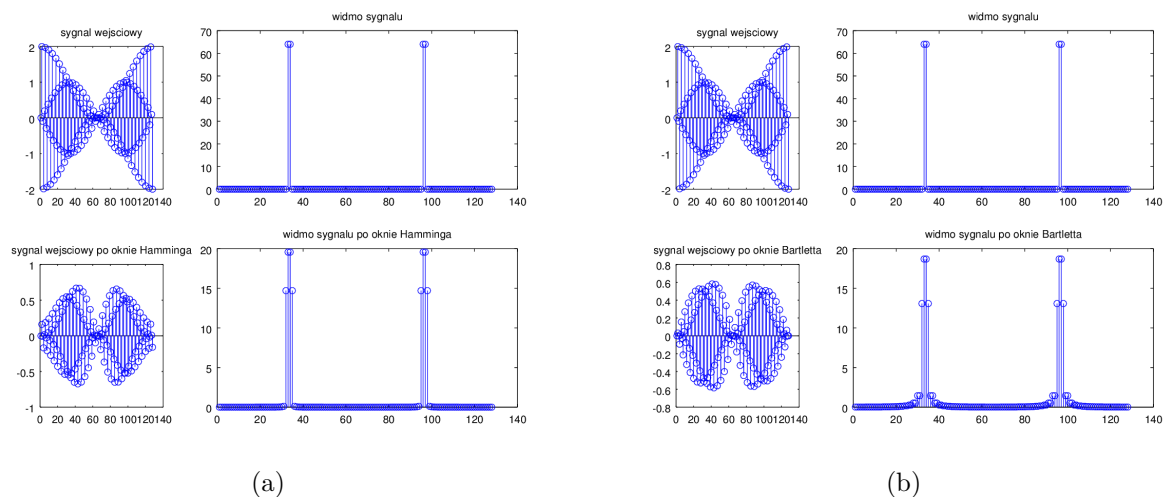
%time vectors
t=n/fs;

%signal model
xa=sin(2*pi*4000*t)+sin(2*pi*4125*t);
xb=sin(2*pi*4000*t)+sin(2*pi*4250*t);
xc=sin(2*pi*4000*t)+sin(2*pi*4500*t);
xd=sin(2*pi*4062*t);

%windows
ham = rot90(hamming(128));
bla = rot90(blackman(128));
bar = rot90(bartlett(128));

figure
subplot(231);
stem(xd);
title("sygnal wejscowy");
subplot(234);
stem(xd.*ham);
title("sygnal wejscowy po oknie Hamminga");
subplot(2,3,[2,3]);
stem(abs(fft(xd)));
title("widmo sygnalu");
subplot(2,3,[5,6]);
stem(abs(fft(xd.*ham)));
title("widmo sygnalu po oknie Hamminga");

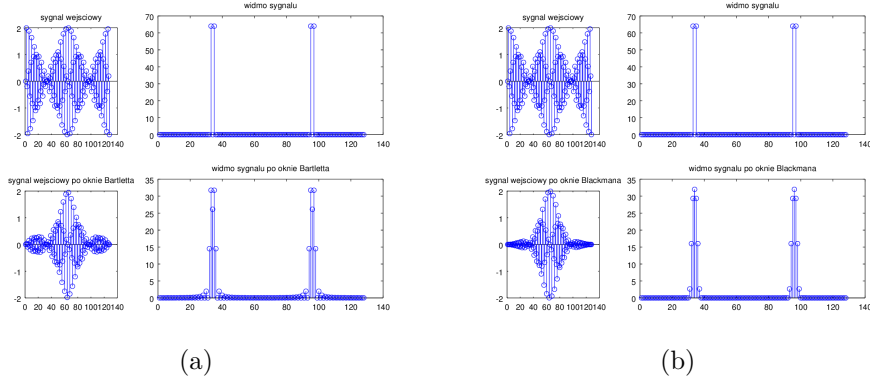
figure
subplot(231);
stem(xd);
title("sygnal wejscowy");
subplot(234);
stem(xd.*bla);
title("sygnal wejscowy po oknie Bartletta");
subplot(2,3,[2,3]);
stem(abs(fft(xd)));
title("widmo sygnalu");
subplot(2,3,[5,6]);
stem(abs(fft(xd.*bar)));
title("widmo sygnalu po oknie Bartletta");
```



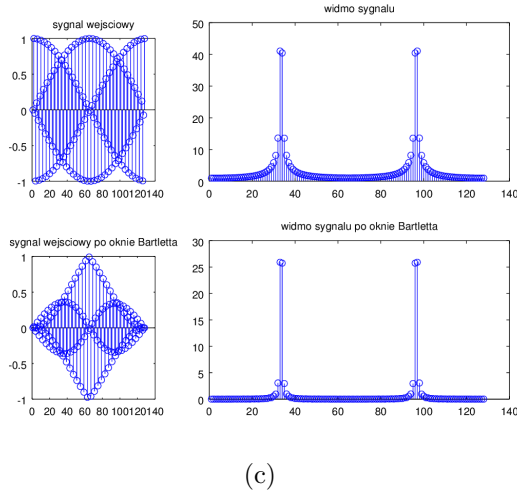
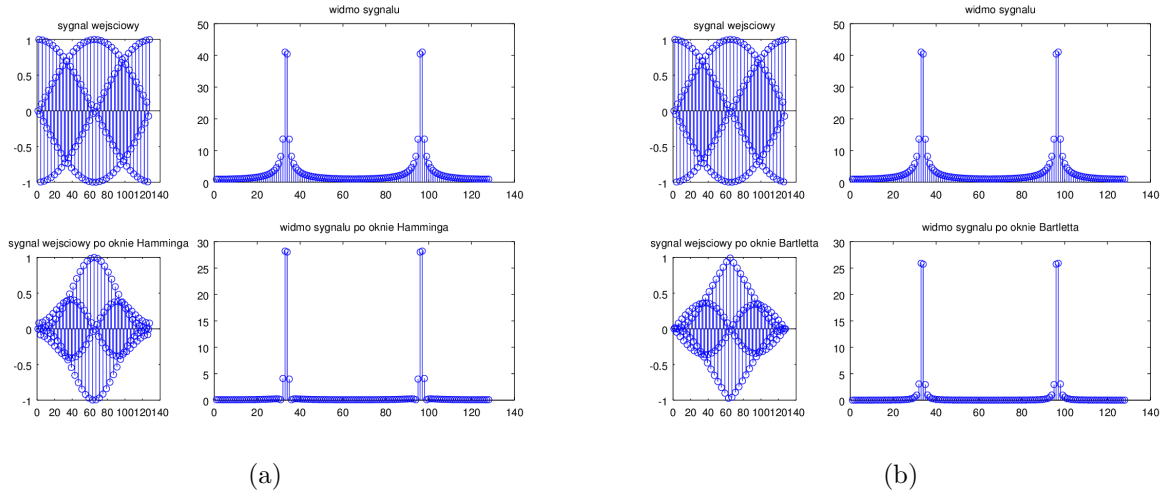
Rysunek 17: Obserwacja sygnału A przez okna Hamminga i Bartletta

Widoczna jest większa przydatność okna Hamminga, gdyż okno Bartletta wprowadza zbyt duże zniekształcenia.

Zarówno okno Bartletta i Blackmana wprowadzają zauważalne zniekształcenia sygnału, lecz okno Blackmana jest odrobinę lepsze pod tym względem.



Rysunek 18: Obserwacja sygnału B przez okna Bartletta i Blackmana



Rysunek 19: Obserwacja sygnału D przez okna Hamminga, Bartletta i Blackmana

Dla poprzednich sygnałów nie występował przeciek widma ze względu na częstotliwości sygnałów dopasowane do częstotliwości próbkowania. Okna skutkowały wtedy tylko wprowadzeniem zniekształceń. W przypadku sygnału D występuje duży przeciek i okna mogą mu zapobiec. Tak jak przewidywałem, okno Hamminga okazuje się być najbardziej przydatne

Jak widać, okna mogą wprowadzać niepożądane częstotliwości i czynić pomiar mniej dokładnym. W większości przypadków jednak okażą się bardzo pomocne.

Instrukcja 4. Filtry SOI

Instrukcja 4, zadanie 1 Filtr dolnoprzepustowy

Skrypt użyty do projektowania filtra i przefiltrowania sygnału kwadratowego:

```
n = [-16:16]; %rzad filtru
ft = 5500; %czestotliwosc graniczna
fs = 16000;

wg = 2*pi*ft/fs;
h = (wg/pi)*sinc(wg*n/pi); %odpowiedz impulsowa
w = blackman(33)';
hw = h.*w;
freqz(hw,1,512,fs);

%samples vector
na=[0:127];

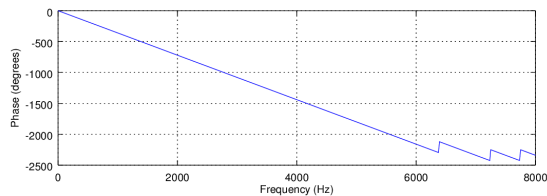
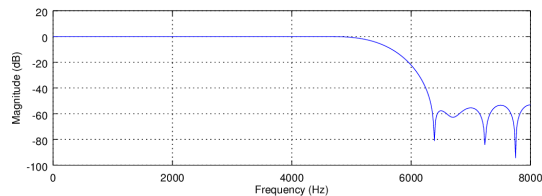
%signal frequency
f=500;

%time vectors
t=na/fs;

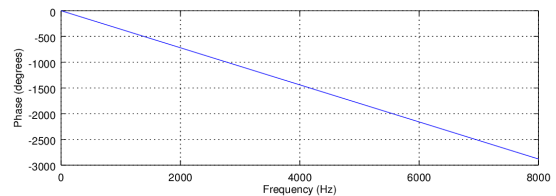
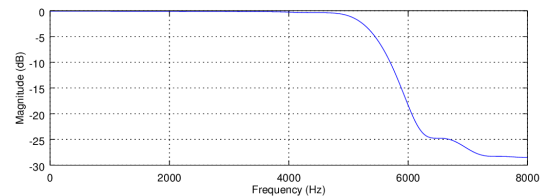
%signal model
a=sin(2*pi*f*t);

xa=sign(a);
xf = filter2(hw, xa);

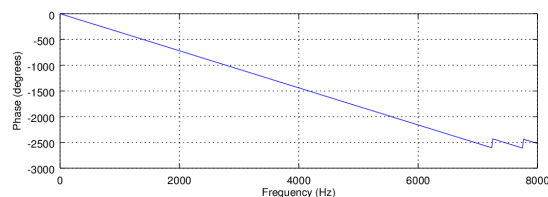
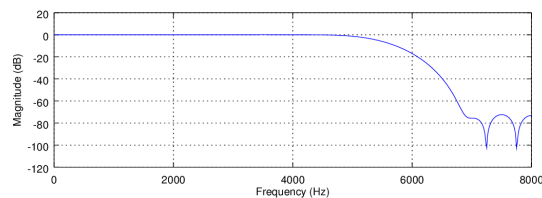
figure
subplot(211)
plot(xa)
subplot(212)
plot(xf)
```



(a) Okno Hamminga



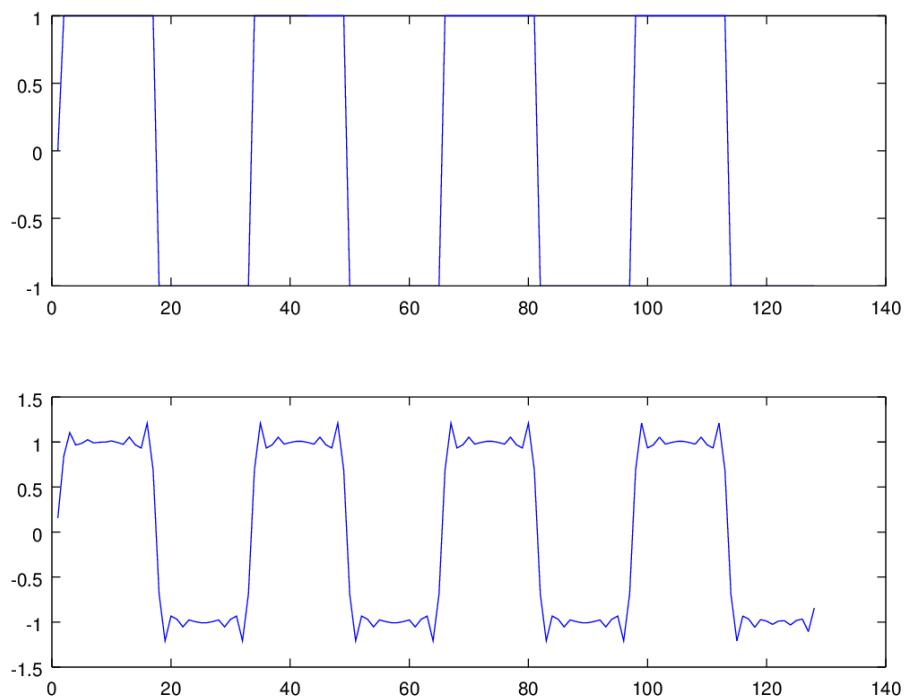
(b) Okno Bartletta



(c) okno Blackmana

Rysunek 20: Charakterystyki projektowanych filtrów rzędu 17

W przypadku filtra 17 rzędu okno Blackmana zapewnia największe tłumienie w paśmie zaporowym poniżej -80 dB ze stosunkowo niewielką amplitudą listków bocznych w porównaniu do okna Hamminga. Okno Bartleta ma najmniejszą amplitudę listków bocznych, alez również niewielkie tłumienie.



Rysunek 21: Przebieg kwadratowy i wynik filtrowania dolnoprzepustowego z oknem Blackmana

Wybrałem okno Blackmana ponieważ daje ono niską amplitudę listków bocznych. Aby uzyskać wymagane 70 dB tłumienia w paśmie zaporowym zwiększyłem rząd filtru z 17 do 33.

Instrukcja 4, zadanie 2 Filtr pasmowo-przepustowy

Skrypt użyty do projektowania filtru:

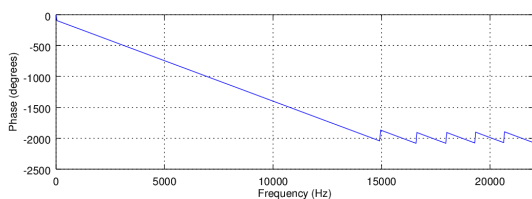
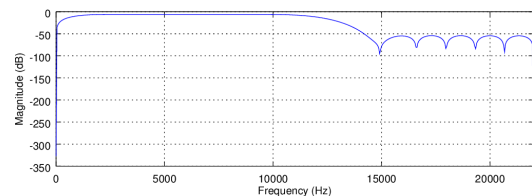
```
n = [-16:16]; %rzad filtru
ft = 6000; %czestotliwosc graniczna
fs = 44000;
t=n/fs;
wg = 2*pi*ft/fs;

h = (wg/pi)*sinc(wg*n/pi).*sin(2*pi*6000*t); %odpowiedz impulsowa
w = hamming(33)';
hw = h.*w;
freqz(hw,1,512,fs);

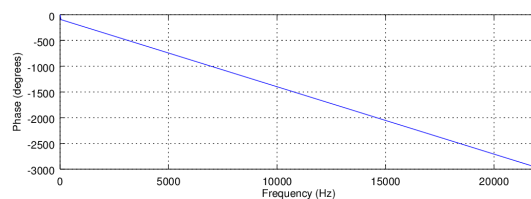
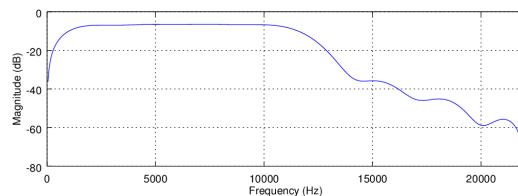
%signal frequency
f=500;

%time vectors
ta=na/fs;

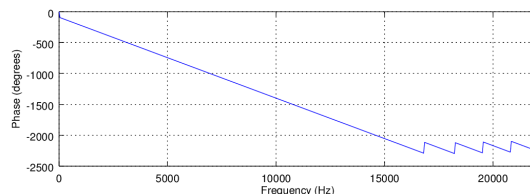
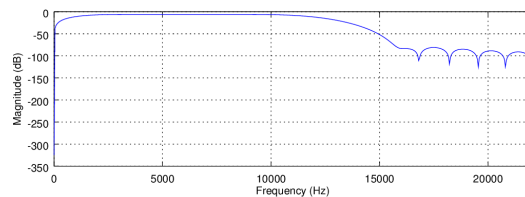
%samples vector
na=[0:511];
```



(a) Okno Hamminga



(b) Okno Bartletta



(c) okno Blackmana

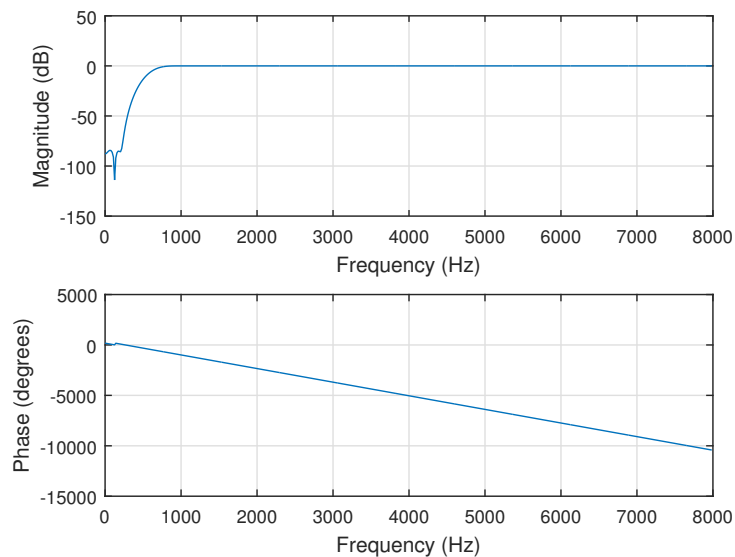
Rysunek 22: Charakterystyki projektowanych filtrów rzędu 33

Tak jak w poprzednim punkcie, Okno Bartletta charakteryzuje się najkorzystniejszą charakterystyką fazową i małą amplitudą listków bocznych. Okna Hamminga i Blackmana dają za to większe tłumienie w paśmie zaporowym.

Instrukcja 4, zadanie 3 Filtr górnoprzepustowy

Skrypt użyty do projektowania filtru:

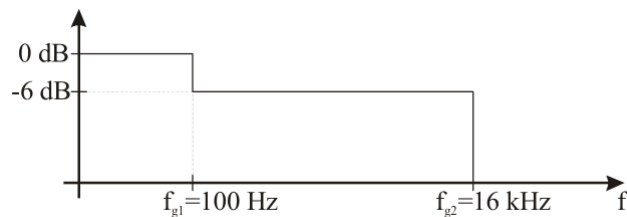
```
n=120;  
ft = 600 /8000;  
w=blackman(n+1); %funkcja okna  
h=fir1(n, ft, 'high', w);  
H = fft(h);  
freqz(h,1,512,16000)
```



Rysunek 23: Filtr górnoprzepustowy

Powyższy filtr został wykonany w Matlabie. Poprzednie zadania wykonywane były w Octave. Zostałem zmuszony do przesiadki przez słabe wsparcie Octave dla DSP.

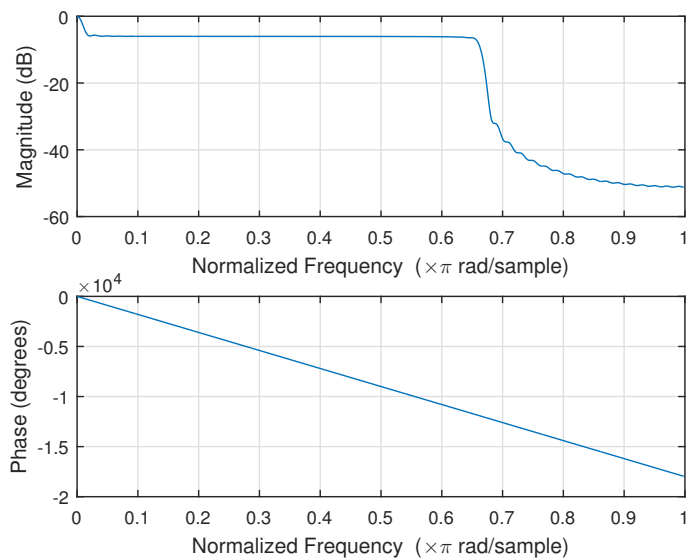
Instrukcja 4, zadanie 4 Filtr schodkowy dolnoprzepustowy



Rysunek 24: Zadany kształt charakterystyki filtru

Skrypt użyty do projektowania filtru:

```
n=200;  
fs=48000;  
ft1 = 100*(2/fs);  
ft2 = 16000*(2/fs);  
w=bartlett(n+1);  
h1=impz(fir1(n, ft1, 'low', w));  
h2=impz(fir1(n, ft2, 'low', w));  
h=(h1+h2)/2;  
freqz(h)
```



Rysunek 25: Charakterystyka zaprojektowanego filtru

Aby sprostać wymaganiom zadania zwiększyłem rząd filtru do 200.

Instrukcja 5. Filtry NOI