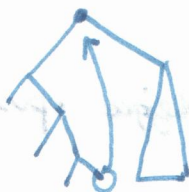


## Operacja delete

jeśli v nie jest liściem to przepisujemy kłony  
spieramy, że usuwamy pewien liść

(i)

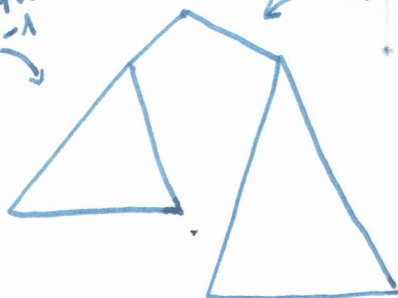


(ii)



idec o górę drzewa rotacjami przywracamy balans

min AVL 0  
wys h - 1



min AVL 0 wys h

FAKT: Potrzebne może być przywrócenie balansu w  $\mathcal{O}(\log n)$   
wienchołkach

Uzas: Usunięcie wiencha w min AVL danej wysokości

## Próba zastosowania:

listy z operacjami:

- wstaw kłona na i-tą pozycję
- usuń kłona z i-tą pozycję
- skonstruuj listę
- rozdziel listę

## DRZEWIA CZERWONOCZARNE

↳ drzewo BST

Wzrostki:

- (1) Każdy wienchołek jest czarny albo czerwony
- (2) Każdy liść jest czarny
- (3) Jeśli wienchołek jest czerwony, to jego synowie są czarni
- (4) Na każdej ścieżce od liścia do ~~drzewa~~ korzenia # czerwonych wienchołków

jest takie same. Ię linie narysować nie musimy wzrostu wysokości.

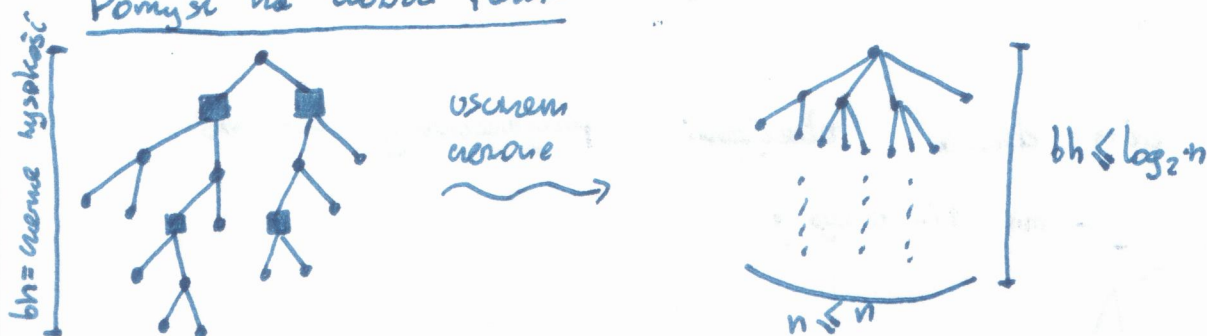
## Fakt

Drewno czerwono-czarne o  $n$  wierzchołkach ma wysokość  
 $\leq 2 \lg(n+1)$

## Konwencja

Liście są wierzchołki „zewnętrzne” odpowiadające pustym wskaznikom.

Pomyśl na dowód faktu.



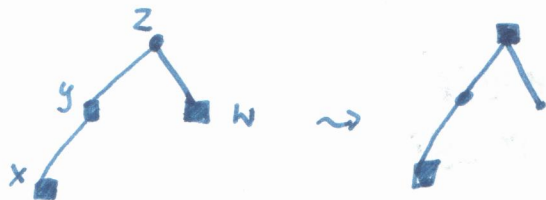
## Operacje słownikowe

- FIND(x) - jak w BST
- INSERT(x) - jak w BST: mamy x na czerwono. Eventualnie trzeba naprawić (3) z własności.



Zał: Ojciec(x) jest lewym synem swojego ojca.

(P1) Nujek(x) jest czerwony



y - wujek(x)  
z - dziadek(x)

Jeśli x jest liściem, to można go przemalować na czarno i będzie got.

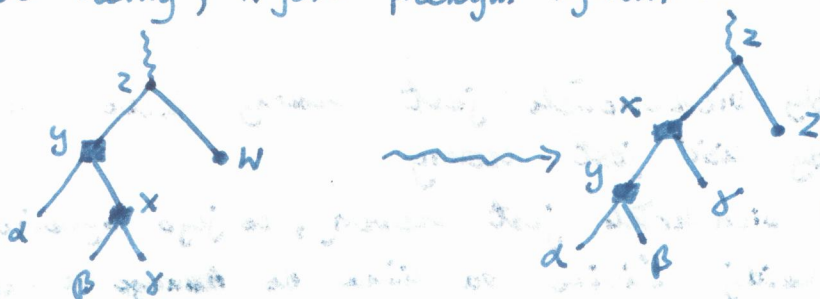
Przemalujemy dziadek(x) na czerwono, ojciec(x) i wujek(x) na czarno

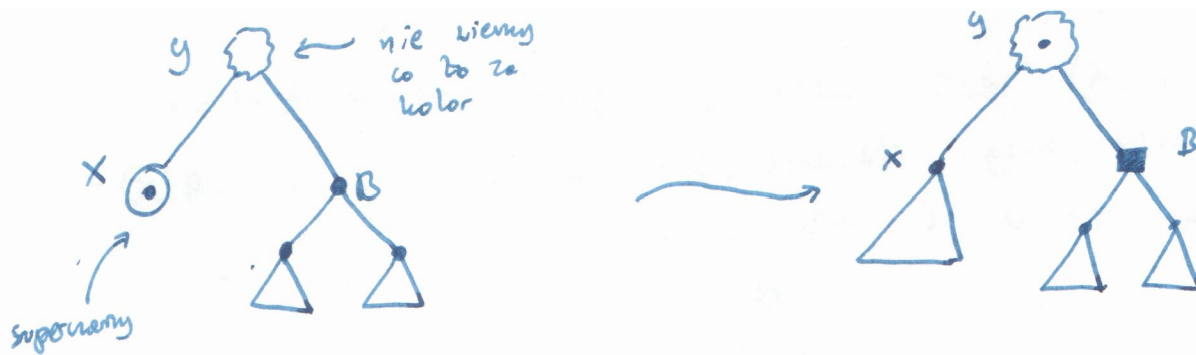
$x \leftarrow \text{dziadek}(x)$  i wywołujemy procedurę dla nowego x

(P2) Nujek(x) jest czarny, x jest prawym synem

- rotacja(x)
- przechodzimy do

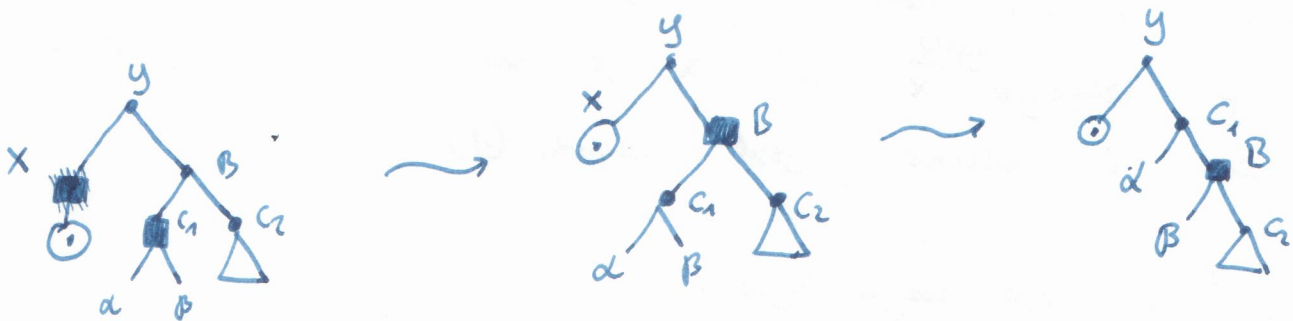
(P3)





(P3)  $\text{Brat}(x)$  jest czerwony; lewy bratunek ~~nie~~<sup>czerwony</sup>; prawy bratunek ~~nie~~<sup>czerwony</sup>

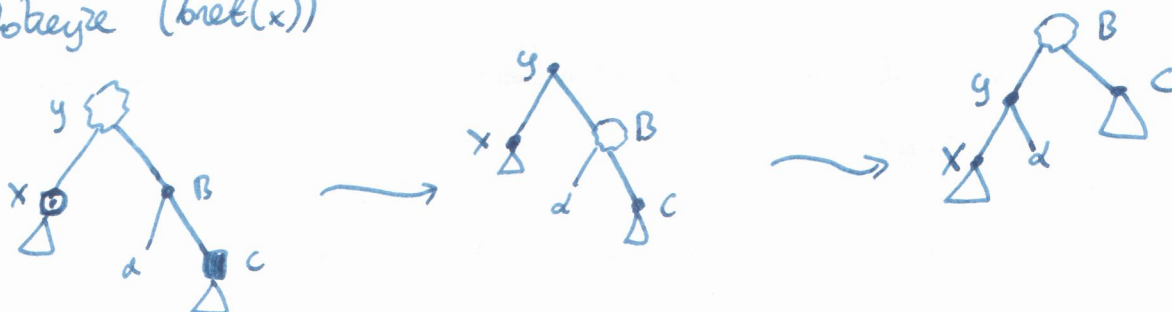
Przemalowyjemy  $\text{brat}(x)$  na czerwono; lewy bratunek - czerwono;  
 Potem (lewy bratunek(x))



(P4)  $\text{Brat}(x)$  jest czerwony; ~~lewy~~<sup>prawy</sup> bratunek - ~~nie~~<sup>czerwony</sup>

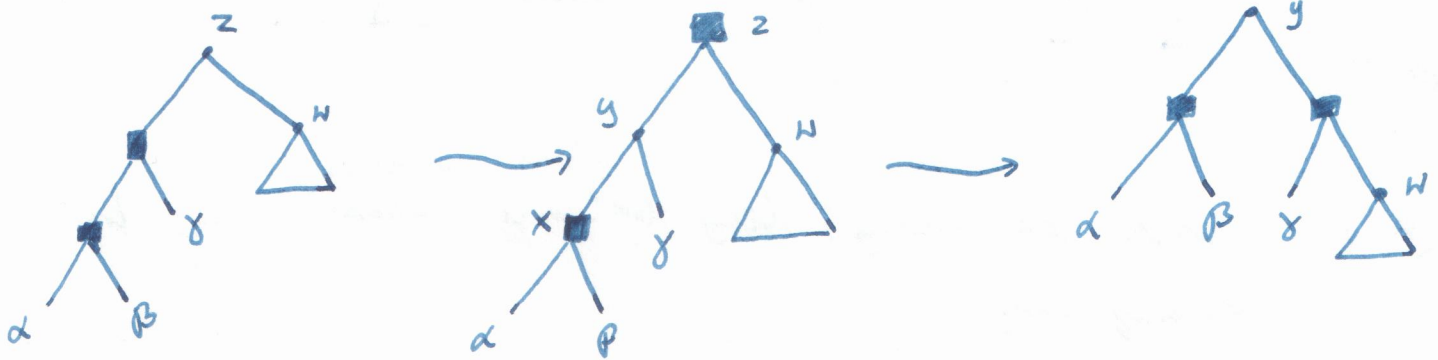
Przemalowyjemy:  $\text{brat}(x)$  - na kolor ojca,  $\text{ojciec}(x)$  - na czerwono,  
 prawy bratunek na czerwono extra kolorem

Potem ( $\text{brat}(x)$ )





(P3)  $Wojek(x)$  jest czerwony,  $x$  jest lewym synem  
 Przelokujemy:  $drzewek(x)$  - nie czerwono,  $ojciec(x)$  -  
 - nie czerwono i rotacja (y)



## • DELETE(y)

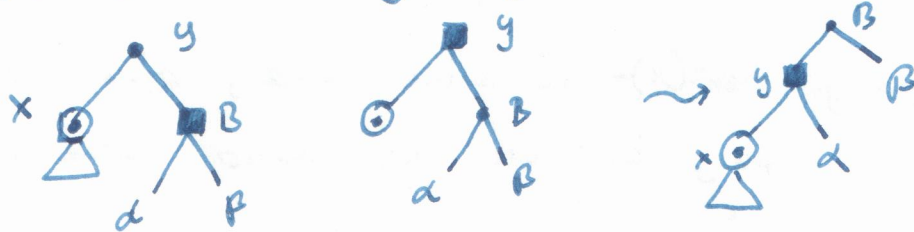
• jak w BST

• jeśli y był czerwony, to przesuwamy jego kolor na  
 jego jedynego <sup>syna</sup> x. Jeśli x był czerwony to teraz jest super-  
 czerwony i wykonujemy rotację (1)

Jeśli x jest lewym synem

Przypadki:

(P1)  $Brot(x)$  jest czerwony (czyli  $ojciec(x)$  - czerwony)



Przelokujemy  $brot(x)$  na ~~czerwono~~ <sup>czerwono</sup>,  $ojciec(x)$  - nie czerwono  
 Wykonujemy rotację B

(P2)  $Brot(x)$  jest czerwony i dalej bratankowie są czerwieni

Przelokujemy  $brot(x)$  na czerwono; przesuwamy extra kolor  
 z x-a na  $ojciec(x)$ ;  $x \leftarrow ojciec(x)$ ; rozwiąż problem  
 dla x