

Alby oszacować prawdopodobieństwo powikłu można skorzystać z Tw (nierówność Chebyszeva):

Jeśli X jest zm. losową (o wartościach z \mathbb{R}) o wartości oczekiwanej μ_x i odchyleniu standardowym σ_x , to $\forall t \in \mathbb{R}_+$ $\Pr[|X - \mu_x| \geq t\sigma_x] \leq \frac{1}{t^2}$

SŁOWNIKI

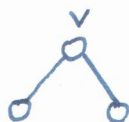
11.04.2018

operacje:

- insert
- delete
- find

BST

$$\text{klucz}(\text{lewy-syn}(v)) \leq \text{klucz}(v) \leq \text{klucz}(\text{prawy-syn}(v))$$



koszt operacji = $O(\text{wysokość drzewa})$

Jeśli będziemy wstawiali klucze losowe to drzewo będzie mieć wysokość $k \log(n)$, gdzie n to rozmiar.

CEL: chcemy ograniczyć wysokość drzewa BST

DRZEWIA AVL

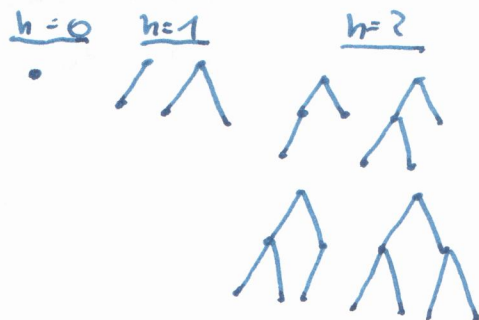
Niezmiennik $\forall v$ $|\text{wysokość}(\text{lewe_poddrzewo}(v)) - \text{wysokość}(\text{prawe_poddrzewo}(v))| \leq 1$

Fakt: Każde drzewo AVL o n węzłach ma wysokość $O(\log n)$

Ozn. $g(h)$ = liczba pustych wskazywanych

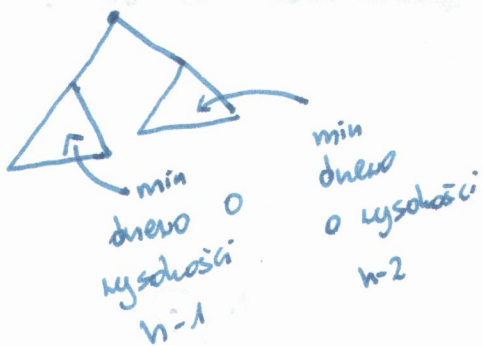
mini-malnym drzewie AVL o wysokości h

tj. o najmniejszej # węzłów



$$p(0)=2, \quad p(1)=3, \quad p(h)=p(h-1)+p(h-2), \text{ dla } h \geq 2$$

$$p(h) = n+2\text{-ga linia Fibbonacciego}$$



Niech n oznacza liczbę wierzchołków

$$n+1 = \# \text{ pustych węzłów } \geq F_{n+2} > \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n+2} / \log$$

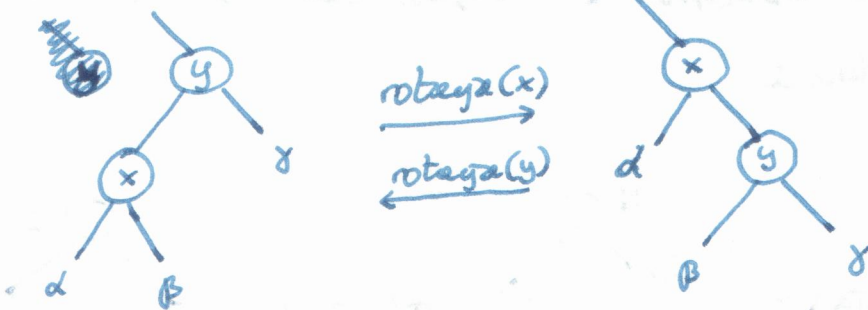
dobrym drzewie AVL o wysokości h

$$\log_p(n+1) - 2 \geq h,$$

Zatem AVL ma wys. $O(\log n)$, którego stała to 1,4405

Jaki wpływ na zbalansowanie drzewa AVL?

Operacja rotacji



Spостережения:

- rotacje zachowują porządek BST
- rotacje można wykonać w czasie stałym

Operacja insert

zauważmy, że ta operacja wymaga zbalansowania

Niech

M - pierwszy wierzchołek na drodze od wstawionego elem do korzenia, w którym został zaburzony balans

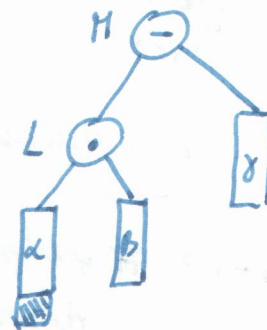
Żał, że przed ustawieniem wyższe było lewe poddrzewo M -a
i ustawienie (ocenyście) było ~~nie~~ ~~poddrzewo~~ do tego.

Niech L -konen tego poddrzewa

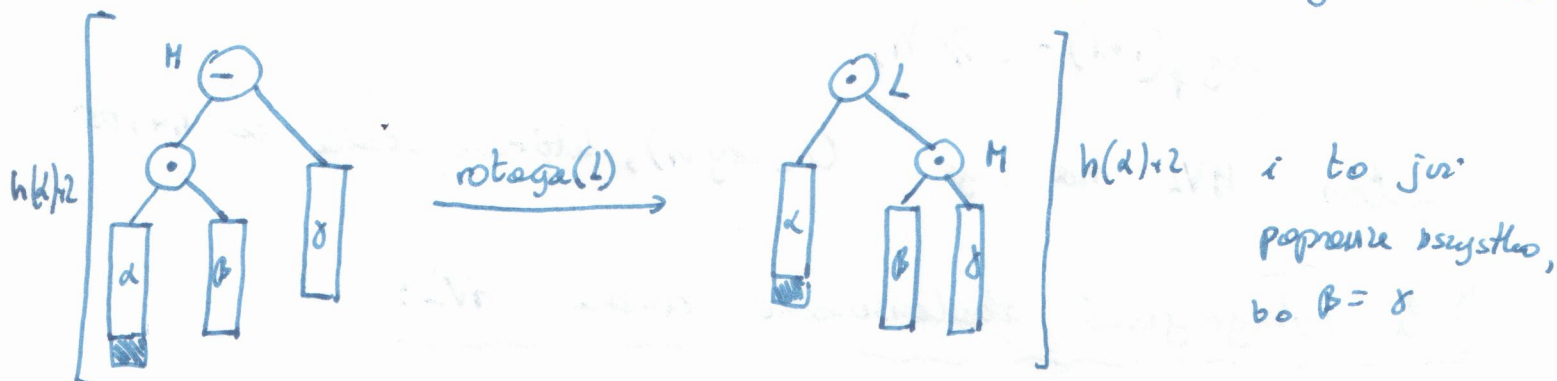
Żał. że L -lewy syn M -a

Rozważmy 2 przypadki

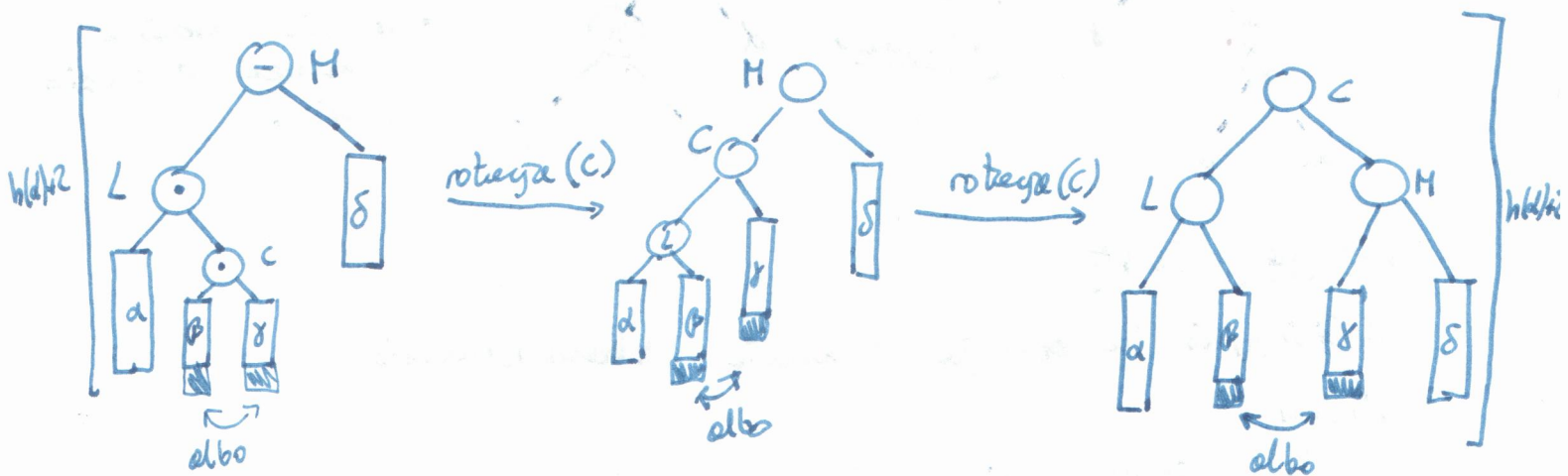
(i) w drzewie o koneniu L zwiększyła się
wysokość lewego poddrzewa



$\alpha = \beta$, bo app to L byłoby pierwszym, zbalansowanym węzłem



(ii) w drzewie o koneniu L zwiększyła się wysokość
prawego poddrzewa



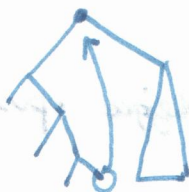
$$\alpha = \beta + 1 = \delta$$

$$\beta = \gamma$$

Operacja delete

jeśli v nie jest liściem to przepisujemy klucze
spieramy, że usuwamy pewien liść

(i)

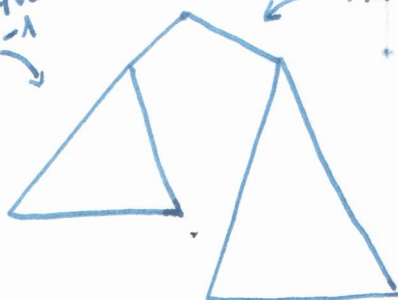


(ii)



idec o górę drzewa rotacjami przywracamy balans

min AVL 0
wys h - 1



min AVL 0 wys h

FAKT: Potrzebne może być przywrócenie balansu w $\mathcal{O}(\log n)$
wierzchołkach

Uzas: Usunięcie wierz. o min AVL danej wysokości

Przykład zastosowania:

listy z operacjami:

- wstaw klucze na i-tą pozycję
- usuń klucze z i-tą pozycję
- skonstruuj listę
- rozdziel listę

DRZEWIA CZERWONOCZARNE

↳ drzewo BST

Wzrostki:

- (1) Każdy wierzchołek jest czerwony albo czarny
- (2) Każdy liść jest czarny
- (3) Jeśli wierzchołek jest czerwony, to jego synowie są czarni
- (4) Na każdej ścieżce od liścia do ~~korzenia~~ korzenia # czerwonych wierzchołków