

Sprawozdanie obliczenia naukowe

Lista 2

Jakub Kowal

1 Zadanie 1

1.1 Opis problemu

Zadanie polega na wprowadzeniu niewielkich zmian do danych wejściowych, żeby sprawdzić uwarunkowanie zadania 5 z listy 1

1.2 Wyniki

Float64:

Operacja	Typ	Wynik
pa	Stare Dane	$1.025\ 188\ 136\ 829\ 667\ 2 \times 10^{-10}$
	Nowe Dane	$-0.004\ 296\ 342\ 739\ 891\ 585$
	Cond()	$4.190\ 784\ 781\ 900\ 21 \times 10^7$
pb	Stare Dane	$-1.564\ 330\ 887\ 049\ 436\ 6 \times 10^{-10}$
	Nowe Dane	$-0.004\ 296\ 342\ 998\ 713\ 953$
	Cond()	$2.746\ 441\ 227\ 906\ 976\ 6 \times 10^7$
pc	Stare Dane	0.0
	Nowe Dane	$-0.004\ 296\ 342\ 842\ 280\ 865$
	Cond()	Inf
pd	Stare Dane	0.0
	Nowe Dane	$-0.004\ 296\ 342\ 842\ 280\ 865$
	Cond()	Inf

Float32:

Operacja	Typ	Wynik
pa32	Stare Dane	-0.499 944 3
	Nowe Dane	-0.499 944 3
	Cond()	0.0
pb32	Stare Dane	-0.454 345 7
	Nowe Dane	-0.454 345 7
	Cond()	0.0
pc32	Stare Dane	-0.5
	Nowe Dane	-0.5
	Cond()	0.0
pd32	Stare Dane	-0.5
	Nowe Dane	-0.5
	Cond()	0.0

1.3 Wnioski

Dla Float64 zadanie jest bardzo źle uwarunkowane, ponieważ wskaźnik uwarunkowania zadania, jest bardzo duży. W przykładach c i d sięga nawet nie skończości. Dla Float32 te zmiany nie wpływają na uwarunkowanie zadania, ponieważ nasze zmiany gubiły się podczas redukcji cyfr znaczących.

2 Zadanie 2

2.1 Opis problemu

W zadaniu trzeba narysować wykres funkcji:

$$f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$$

Następnie policzyć granice:

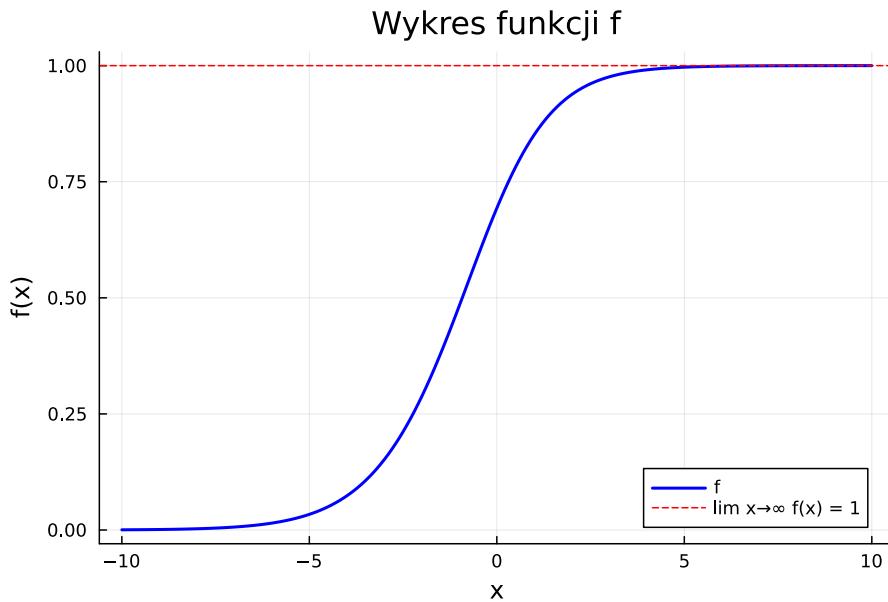
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

Oraz porównać wykresy z wyliczoną granicą.

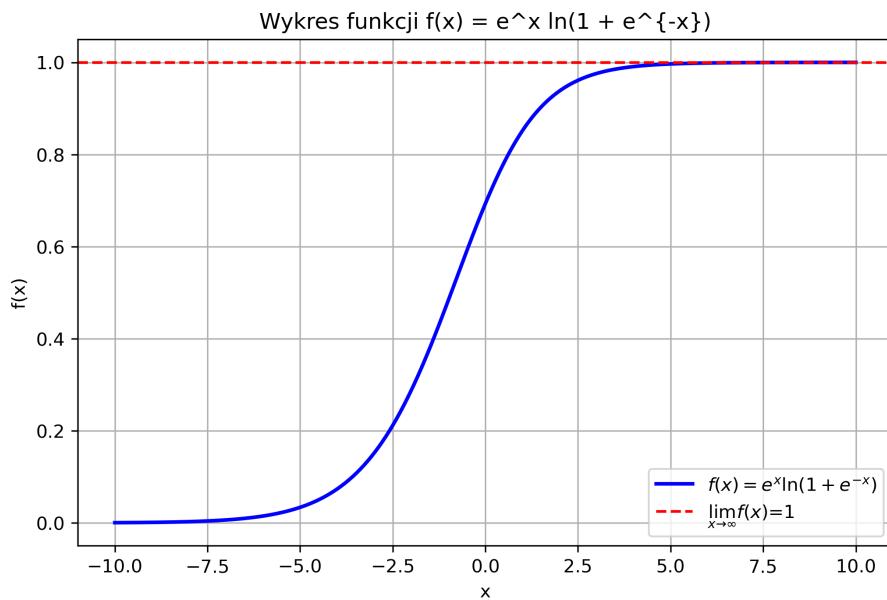
2.2 Wyniki

Granice:

$$\begin{aligned} x \rightarrow -\infty \lim &= 0 \\ x \rightarrow \infty \lim &= 1 \end{aligned}$$



Rysunek 1: Wykres funkcji $f(x)$ wygenerowany w Julii



Rysunek 2: Wykres funkcji $f(x)$ wygenerowany w pythonie

2.3 Wnioski

Jak widać na wykresie 1 wygenerowanym w Julii, lub na wykresie 2 wygenerowanym w pythonie, funkcja ta zbiega do 1 zgodnie z wyliczoną granicą.

3 Zadanie 3

3.1 Wyniki

Wyniki dla Macierzy Hilb:

N	Typ rozwiązania	Błąd względny
1	Gauss	0.0
	Inv	0.0
2	Gauss	$5.661\ 048\ 867\ 003\ 676 \times 10^{-16}$
	Inv	$1.404\ 333\ 387\ 430\ 680\ 3 \times 10^{-15}$
3	Gauss	$8.022\ 593\ 772\ 267\ 726 \times 10^{-15}$
	Inv	0.0
4	Gauss	$4.137\ 409\ 622\ 430\ 382 \times 10^{-14}$
	Inv	0.0
5	Gauss	$1.682\ 842\ 629\ 922\ 719\ 5 \times 10^{-12}$
	Inv	$3.354\ 436\ 058\ 435\ 963\ 2 \times 10^{-12}$
6	Gauss	$2.618\ 913\ 302\ 311\ 624 \times 10^{-10}$
	Inv	$2.016\ 375\ 940\ 434\ 765\ 4 \times 10^{-10}$
7	Gauss	$1.260\ 686\ 722\ 417\ 154\ 8 \times 10^{-8}$
	Inv	$4.713\ 280\ 397\ 232\ 037 \times 10^{-9}$
8	Gauss	$6.124\ 089\ 555\ 723\ 088 \times 10^{-8}$
	Inv	$3.077\ 483\ 903\ 096\ 22 \times 10^{-7}$
9	Gauss	$3.875\ 163\ 418\ 503\ 247\ 5 \times 10^{-6}$
	Inv	$4.541\ 268\ 303\ 176\ 643 \times 10^{-6}$
10	Gauss	$8.670\ 390\ 237\ 096\ 91 \times 10^{-5}$
	Inv	0.000 250 149 341 182 488 6
11	Gauss	0.000 158 278 081 585 904 35
	Inv	0.007 618 304 284 315 809
12	Gauss	0.133 962 083 720 853 44
	Inv	0.258 994 120 804 705
13	Gauss	0.110 397 011 178 682 64
	Inv	5.331 275 639 426 837
14	Gauss	1.455 408 712 765 964 3
	Inv	8.714 992 751 048 14
15	Gauss	4.696 668 350 857 427
	Inv	7.344 641 453 111 494
16	Gauss	54.155 189 545 646 02
	Inv	29.848 842 070 735 41
17	Gauss	13.707 236 683 836 307
	Inv	10.516 942 378 369 349
18	Gauss	10.257 619 124 632 317
	Inv	24.762 070 989 128 866
19	Gauss	102.159 834 862 708 27
	Inv	109.945 507 328 782 84
20	Gauss	108.317 773 462 062 05
	Inv	114.344 031 525 575 72

Wyniki dla macierzy Matcond:

N	C	Typ rozwiązań	Błąd względny
5	1.0	Gauss	$2.220\,446\,049\,250\,313 \times 10^{-16}$
		Inv	$1.110\,223\,024\,625\,156\,5 \times 10^{-16}$
	10.0	Gauss	$7.818\,997\,388\,068\,909 \times 10^{-16}$
		Inv	$4.965\,068\,306\,494\,546 \times 10^{-16}$
	10 000.0	Gauss	$1.404\,333\,387\,430\,680\,4 \times 10^{-16}$
		Inv	$1.374\,858\,882\,450\,988\,2 \times 10^{-13}$
	1.0×10^8	Gauss	$6.804\,459\,704\,896\,332 \times 10^{-10}$
		Inv	$6.333\,678\,266\,375\,997 \times 10^{-10}$
	1.0×10^{13}	Gauss	$0.000\,229\,351\,120\,107\,414\,82$
		Inv	$8.631\,674\,575\,031\,098 \times 10^{-5}$
10	1.0×10^{17}	Gauss	$3.188\,349\,061\,503\,315$
		Inv	$0.418\,184\,085\,885\,032\,2$
	1.0	Gauss	$1.755\,416\,734\,288\,350\,4 \times 10^{-16}$
		Inv	$2.937\,374\,022\,976\,103 \times 10^{-16}$
	10.0	Gauss	$4.168\,883\,761\,650\,163 \times 10^{-16}$
		Inv	$3.349\,121\,675\,321\,943 \times 10^{-16}$
	10 000.0	Gauss	$1.986\,945\,058\,591\,428 \times 10^{-13}$
		Inv	$3.540\,793\,478\,199\,175 \times 10^{-14}$
	1.0×10^8	Gauss	$2.021\,580\,377\,196\,233\,3 \times 10^{-9}$
		Inv	$1.539\,149\,683\,065\,564\,3 \times 10^{-9}$
	1.0×10^{13}	Gauss	$0.000\,223\,663\,581\,473\,606\,63$
		Inv	$0.000\,172\,903\,020\,925\,479\,66$
20	1.0×10^{17}	Gauss	$1.088\,156\,894\,260\,934\,8$
		Inv	$0.225\,164\,480\,489\,098\,84$
	1.0	Gauss	$5.484\,097\,192\,022\,683 \times 10^{-16}$
		Inv	$4.198\,346\,204\,284\,728 \times 10^{-16}$
	10.0	Gauss	$4.927\,689\,594\,407\,735 \times 10^{-16}$
		Inv	$5.376\,277\,206\,893\,598 \times 10^{-16}$
	10 000.0	Gauss	$1.782\,301\,417\,701\,839\,7 \times 10^{-13}$
		Inv	$1.315\,834\,155\,549\,535\,5 \times 10^{-13}$
	1.0×10^8	Gauss	$4.606\,463\,401\,416\,786 \times 10^{-9}$
		Inv	$3.980\,420\,992\,607\,652\,3 \times 10^{-10}$
	1.0×10^{13}	Gauss	$4.376\,080\,773\,842\,657\,5 \times 10^{-5}$
		Inv	$1.378\,710\,965\,614\,410\,5 \times 10^{-5}$
	1.0×10^{17}	Gauss	$3.089\,472\,405\,210\,816\,7$
		Inv	$0.254\,242\,565\,725\,258\,7$

Wyniki cond dla macierzy rzędu 6 (oraz c = 10^7)

Cond A hilb: $1.4951058642254665 * 10^7$

Cond A matcond: $1.000000003815985 * 10^8$

3.2 Wnioski

Błędy względne tych dwóch algorytmów są bardzo zbliżone, ale wydaje mi się, że algorytm z inwersją osiągał niższe błędy.

Warto dodać, że $\text{rank}(A)$ czasami zwracał niższy rzad macierzy, niż prawdziwy, ponieważ pomijał wartości w macierzy, które były za niskie.

4 Zadanie 4

4.1 Wyniki

A)

Obliczone miejsce zerowe	Operacja	Wynik
0.99999999999996989	$ P(Z_k) $	35 696.509 647 882 57
	$ p(Z_k) $	36 626.425 482 422 805
	$ k - z_k $	$3.010\ 924\ 842\ 783\ 424\ 5 \times 10^{-13}$
2.00000000000283182	$ P(Z_k) $	176 252.600 266 684 05
	$ p(Z_k) $	181 303.933 672 576 62
	$ k - z_k $	$2.831\ 823\ 664\ 450\ 894\ 3 \times 10^{-11}$
2.999999995920965	$ P(Z_k) $	279 157.696 882 408 7
	$ p(Z_k) $	290 172.285 889 168 6
	$ k - z_k $	$4.079\ 034\ 887\ 638\ 499\ 6 \times 10^{-10}$
3.9999999837375317	$ P(Z_k) $	$3.027\ 109\ 298\ 899\ 108\ 5 \times 10^6$
	$ p(Z_k) $	$2.041\ 537\ 290\ 275\ 090\ 1 \times 10^6$
	$ k - z_k $	$1.626\ 246\ 826\ 091\ 915 \times 10^{-8}$
5.000000665769791	$ P(Z_k) $	$2.291\ 747\ 375\ 656\ 707\ 6 \times 10^7$
	$ p(Z_k) $	$2.089\ 462\ 500\ 696\ 218\ 8 \times 10^7$
	$ k - z_k $	$6.657\ 697\ 912\ 970\ 661 \times 10^{-7}$
5.999989245824773	$ P(Z_k) $	$1.290\ 241\ 728\ 420\ 509\ 5 \times 10^8$
	$ p(Z_k) $	$1.125\ 048\ 457\ 756\ 299\ 5 \times 10^8$
	$ k - z_k $	$1.075\ 417\ 522\ 677\ 923\ 9 \times 10^{-5}$
7.000102002793008	$ P(Z_k) $	$4.805\ 112\ 754\ 602\ 064 \times 10^8$
	$ p(Z_k) $	$4.572\ 908\ 642\ 730\ 946 \times 10^8$
	$ k - z_k $	$0.000\ 102\ 002\ 793\ 007\ 649\ 47$
7.999355829607762	$ P(Z_k) $	$1.637\ 952\ 021\ 896\ 113\ 6 \times 10^9$
	$ p(Z_k) $	$1.555\ 645\ 937\ 735\ 738\ 3 \times 10^9$
	$ k - z_k $	$0.000\ 644\ 170\ 392\ 238\ 407\ 9$
9.002915294362053	$ P(Z_k) $	$4.877\ 071\ 372\ 550\ 003 \times 10^9$
	$ p(Z_k) $	$4.687\ 816\ 175\ 648\ 389 \times 10^9$
	$ k - z_k $	$0.002\ 915\ 294\ 362\ 052\ 734$
9.990413042481725	$ P(Z_k) $	$1.363\ 863\ 819\ 545\ 812\ 8 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$1.263\ 460\ 189\ 694\ 920\ 5 \times 10^{10}$
	$ k - z_k $	$0.009\ 586\ 957\ 518\ 274\ 986$

Obliczone miejsce zerowe	Operacja	Wynik
11.025022932909318	$ P(Z_k) $	$3.585\ 631\ 295\ 130\ 865 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$3.300\ 128\ 474\ 498\ 415 \times 10^{10}$
	$ k - z_k $	$0.025\ 022\ 932\ 909\ 317\ 674$
11.953283253846857	$ P(Z_k) $	$7.533\ 332\ 360\ 358\ 197 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$7.388\ 525\ 665\ 404\ 988 \times 10^{10}$
	$ k - z_k $	$0.046\ 716\ 746\ 153\ 142\ 81$
13.07431403244734	$ P(Z_k) $	$1.960\ 598\ 812\ 433\ 081\ 7 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$1.847\ 621\ 509\ 314\ 419\ 3 \times 10^{11}$
	$ k - z_k $	$0.074\ 314\ 032\ 447\ 340\ 14$
13.914755591802127	$ P(Z_k) $	$3.575\ 134\ 782\ 310\ 431\ 5 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$3.551\ 427\ 752\ 842\ 084\ 4 \times 10^{11}$
	$ k - z_k $	$0.085\ 244\ 408\ 197\ 873\ 16$
15.075493799699476	$ P(Z_k) $	$8.216\ 271\ 236\ 455\ 97 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$8.423\ 201\ 558\ 964\ 254 \times 10^{11}$
	$ k - z_k $	$0.075\ 493\ 799\ 699\ 476\ 23$
15.946286716607972	$ P(Z_k) $	$1.551\ 497\ 888\ 049\ 406\ 7 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$1.570\ 728\ 736\ 625\ 802 \times 10^{12}$
	$ k - z_k $	$0.053\ 713\ 283\ 392\ 028\ 19$
17.025427146237412	$ P(Z_k) $	$3.694\ 735\ 918\ 486\ 229 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$3.316\ 978\ 223\ 889\ 236\ 3 \times 10^{12}$
	$ k - z_k $	$0.025\ 427\ 146\ 237\ 412\ 046$
17.99092135271648	$ P(Z_k) $	$7.650\ 109\ 016\ 515\ 867 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$6.344\ 853\ 141\ 791\ 28 \times 10^{12}$
	$ k - z_k $	$0.009\ 078\ 647\ 283\ 519\ 814$
19.00190981829944	$ P(Z_k) $	$1.143\ 527\ 374\ 972\ 119\ 5 \times 10^{13}$
	$ p(Z_k) $	$1.228\ 571\ 736\ 671\ 966 \times 10^{13}$
	$ k - z_k $	$0.001\ 909\ 818\ 299\ 438\ 370\ 6$
19.999809291236637	$ P(Z_k) $	$2.792\ 410\ 639\ 368\ 072\ 7 \times 10^{13}$
	$ p(Z_k) $	$2.318\ 309\ 535\ 271\ 638 \times 10^{13}$
	$ k - z_k $	$0.000\ 190\ 708\ 763\ 362\ 579\ 25$

B)

Obliczone miejsce zerowe	Operacja	Wynik
0.9999999999998357 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$20\ 259.872\ 313\ 418\ 207$
	$ p(Z_k) $	$19\ 987.872\ 313\ 406\ 835$
	$ k - z_k $	$1.643\ 130\ 076\ 445\ 231\ 7 \times 10^{-13}$
2.0000000000550373 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$346\ 541.413\ 759\ 383\ 6$
	$ p(Z_k) $	$352\ 369.413\ 808\ 795\ 8$
	$ k - z_k $	$5.503\ 730\ 804\ 434\ 781 \times 10^{-11}$
2.99999999660342 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$2.258\ 059\ 700\ 119\ 700\ 7 \times 10^6$
	$ p(Z_k) $	$2.416\ 241\ 558\ 251\ 843\ 3 \times 10^6$
	$ k - z_k $	$3.396\ 579\ 906\ 222\ 996\ 2 \times 10^{-9}$

Obliczone miejsce zerowe	Operacja	Wynik
4.000000089724362 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$1.054\,263\,179\,039\,547\,8 \times 10^7$
	$ p(Z_k) $	$1.126\,370\,230\,029\,202\,3 \times 10^7$
	$ k - z_k $	$8.972\,436\,216\,225\,788 \times 10^{-8}$
4.99999857388791 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$3.757\,830\,916\,585\,153 \times 10^7$
	$ p(Z_k) $	$4.475\,744\,423\,806\,908 \times 10^7$
	$ k - z_k $	$1.426\,112\,089\,752\,962\,2 \times 10^{-6}$
6.000020476673031 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$1.314\,094\,332\,556\,944\,6 \times 10^8$
	$ p(Z_k) $	$2.142\,103\,165\,803\,931\,7 \times 10^8$
	$ k - z_k $	$2.047\,667\,303\,095\,579\,4 \times 10^{-5}$
6.99960207042242 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$3.939\,355\,874\,647\,618 \times 10^8$
	$ p(Z_k) $	$1.784\,617\,342\,786\,064\,4 \times 10^9$
	$ k - z_k $	$0.000\,397\,929\,577\,579\,780\,87$
8.007772029099446 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$1.184\,986\,961\,371\,896 \times 10^9$
	$ p(Z_k) $	$1.868\,697\,217\,000\,985\,7 \times 10^{10}$
	$ k - z_k $	$0.007\,772\,029\,099\,445\,632$
8.915816367932559 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$2.225\,522\,123\,307\,770\,7 \times 10^9$
	$ p(Z_k) $	$1.374\,630\,977\,514\,299\,3 \times 10^{11}$
	$ k - z_k $	$0.084\,183\,632\,067\,441\,4$
10.095455630535774 - 0.6449328236240688im	$ P(Z_k) $	$1.067\,792\,123\,293\,015\,7 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$1.490\,069\,535\,200\,058 \times 10^{12}$
	$ k - z_k $	$0.651\,958\,683\,038\,040\,7$
10.095455630535774 + 0.6449328236240688im	$ P(Z_k) $	$1.067\,792\,123\,293\,015\,7 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$1.490\,069\,535\,200\,058 \times 10^{12}$
	$ k - z_k $	$1.110\,918\,027\,271\,656\,1$
11.793890586174369 - 1.6524771364075785im	$ P(Z_k) $	$3.140\,196\,234\,442\,948\,5 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$3.296\,279\,235\,571\,714\,5 \times 10^{13}$
	$ k - z_k $	$1.665\,281\,290\,598\,479$
11.793890586174369 + 1.6524771364075785im	$ P(Z_k) $	$3.140\,196\,234\,442\,948\,5 \times 10^{10}$
	$ p(Z_k) $	$3.296\,279\,235\,571\,714\,5 \times 10^{13}$
	$ k - z_k $	$2.045\,820\,276\,678\,427\,7$
13.992406684487216 - 2.5188244257108443im	$ P(Z_k) $	$2.157\,665\,405\,951\,858 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$9.546\,022\,365\,750\,216 \times 10^{14}$
	$ k - z_k $	$2.518\,835\,871\,190\,904$
13.992406684487216 + 2.5188244257108443im	$ P(Z_k) $	$2.157\,665\,405\,951\,858 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$9.546\,022\,365\,750\,216 \times 10^{14}$
	$ k - z_k $	$2.712\,880\,531\,284\,709\,7$
16.73074487979267 - 2.812624896721978im	$ P(Z_k) $	$4.850\,110\,893\,921\,027 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$2.742\,106\,076\,928\,478 \times 10^{16}$
	$ k - z_k $	$2.906\,001\,873\,537\,510\,6$
16.73074487979267 + 2.812624896721978im	$ P(Z_k) $	$4.850\,110\,893\,921\,027 \times 10^{11}$
	$ p(Z_k) $	$2.742\,106\,076\,928\,478 \times 10^{16}$
	$ k - z_k $	$2.825\,483\,521\,349\,608$
19.5024423688181 - 1.940331978642903im	$ P(Z_k) $	$4.557\,199\,223\,869\,993 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$4.252\,485\,876\,520\,372\,5 \times 10^{17}$

Obliczone miejsce zerowe	Operacja	Wynik
	$ k - z_k $	2.454 021 446 312 976 4
19.5024423688181 + 1.940331978642903im	$ P(Z_k) $	$4.557\,199\,223\,869\,993 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$4.252\,485\,876\,520\,372\,5 \times 10^{17}$
	$ k - z_k $	2.004 329 444 309 948 6
20.84691021519479 + 0.0im	$ P(Z_k) $	$8.756\,386\,551\,865\,696 \times 10^{12}$
	$ p(Z_k) $	$1.374\,374\,355\,999\,76 \times 10^{18}$
	$ k - z_k $	0.846 910 215 194 789 4

4.2 Wnioski