

Sprawozdanie algorytmy dyskretne

Lista 2

Jakub Kowal

1 Zadanie 1

1.1 Zmienne

$x_{f,l}$ - liczba galonów zakupiona od firmy f na lotnisku l.

1.2 Ograniczenia

$$\begin{aligned}\sum_{l \in L} x_{fl} &\leq \text{Zasoby firmy f} \\ \sum_{f \in F} x_{fl} &\leq \text{Zapotrzebowanie na lotnisku l}\end{aligned}$$

1.3 Funkcja celu

c_{fl} - Koszt paliwa of firmy f na lotnisku l

$$\min \sum_{l \in L, f \in F} x_{fl} * c_{fl}$$

1.4 Wyniki

Jaki jest minimalny łączny koszt dostaw wymaganych ilości paliwa na wszystkie lotniska?

Minimalny koszt dostaw paliwa: 8.525×10^6

Czy wszystkie firmy dostarczają paliwo?

Tak, w takich ilościach:

Firma	Ilość zamówionego paliwa w galonach
Firma 1	275000
Firma 2	165000
Firma 3	660000

Czy możliwości dostaw paliwa przez firmy są wyczerpane?

Tylko firma 1 oraz firma 3 wyczerpały swoje możliwości dostaw paliwa.

2 Zadanie 2

2.1 Zmienne

$x_{m,p}$ - Ilość wyprodukowanego produktu p przez firmę m.

2.2 Ograniczenia

P_p - Maksymalny popyt na przedmiot p.

C_{mp} - Czas wyrobu produktu p na maszynie m.

$$\begin{aligned}\sum_{m \in M} x_{mp} &\leq P_p \\ \sum_{p \in P} x_{mp} * C_{mp} &\leq 60h\end{aligned}$$

2.3 Funkcja celu

c_p - Cena produktu p.

K_m - Koszt pracy maszyny m przez minutę.

Km_p - Koszt materiałów potrzebnych do wyrobienia produktu p.

$$\max \sum_{p \in P, m \in M} x_{mp} * c_p - \sum_{p \in P, m \in M} x_{mp} * C_{mp} * K_m - \sum_{p \in P, m \in M} x_{mp} * Km_p$$

2.4 Wyniki

Wyznacz optymalny tygodniowy plan produkcji poszczególnych wyrobów.

Tygodniowy plan produkcji:

	m_1	m_2	m_3
p_1	400	0	0
p_2	100	0	0
p_3	150	0	0
p_4	0	0	500

Oblicz zysk z produkcji:

Zysk z produkcji: 5228.333 333 333 334

3 Zadanie 3

3.1 Zmienne

x_j - liczba wytwarzanego towaru w okresie j.

o_j - liczba towaru wytwarzanego ponadwymiarowo w okresie j.

m_j - liczba towaru magazynowanego w okresie j

3.2 Ograniczenia

a_j - maksymalna produkcja ponadwymiarowa w okresie j.

p_j - popyt w okresie j.

$$\begin{aligned} o_j &\leq a_j \\ m_j &= m_{j-1} + x_j + o_j - p_j \end{aligned}$$

3.3 Funkcja celu

c_j - koszt produkcji towaru w okresie j.

O_j - koszt produkcji towaru ponadwymiarowego w okresie j.

k_j - koszt magazynowania pojedynczej sztuki towaru.

$$\min \sum_j x_j * c_j + o_j * O_j + m_j * k_j$$

3.4 Wyniki

j	x_j	o_j	m_j
1	100	15	0
2	100	50	70
3	100	0	45
4	100	50	0

Jaki jest minimalny łączny koszt produkcji i magazynowania towaru?

Łączny koszt produkcji i magazynowania towaru wynosi: 3.8425×10^6

W których okresach firma musi zaplanować produkcję ponadwymiarową?

Jak widać w tabelce 3.4, firma musi zaplanować dodatkową produkcję w okresach: 1, 2, 4.

W których okresach możliwości magazynowania towaru są wyczerpane?

Jak przedstawia 3.4, w 2 okresie możliwości magazynowania towaru są wyczerpane.

4 Zadanie 4

4.1 Zmienne

x_{ij} — zmienna binarna informująca, czy krawędź z i do j jest częścią szukanej ścieżki.

4.2 Ograniczenia

c_{ij} — waga krawędzi z i do j

t_{ij} — czas krawędzi z i do j

T — maksymalny akceptowalny czas ścieżki.

$$\begin{aligned} \forall_{i,j \in N} c_{ij} = 0 \rightarrow x_{ij} = 0 &\text{ — brak ścieżki, jeśli waga wynosi 0} \\ \sum_{i,j \in N} x_{ij} - \sum_{i \in N, j \in N} x_{ji} &= B(i) \\ \sum_{i,j \in N} x_{ij} * t_{ij} &\leq T \end{aligned}$$

4.3 Funkcja celu

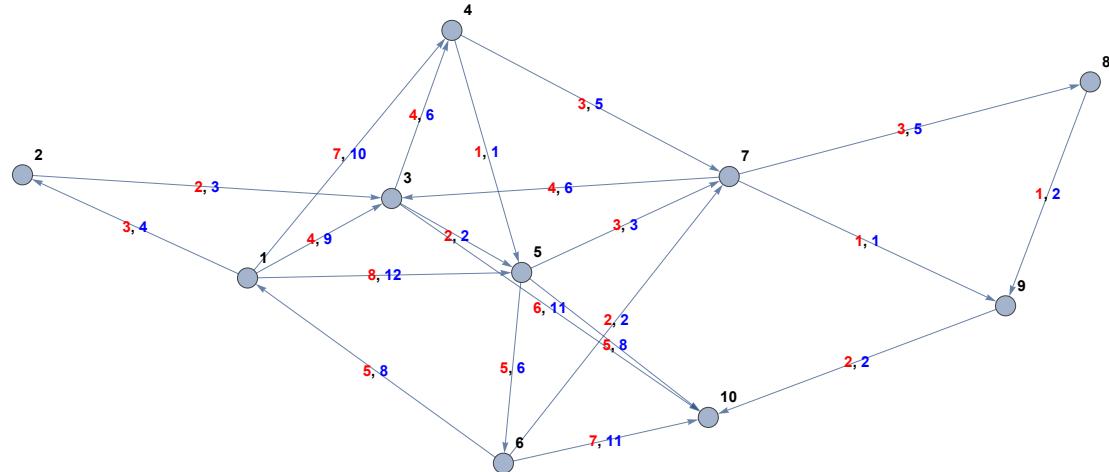
$$\min \sum_{i,j \in N} x_{ij} * c_{ij}$$

4.4 Wyniki

A) — przykład z zadania

N_Start=1

N_End=10



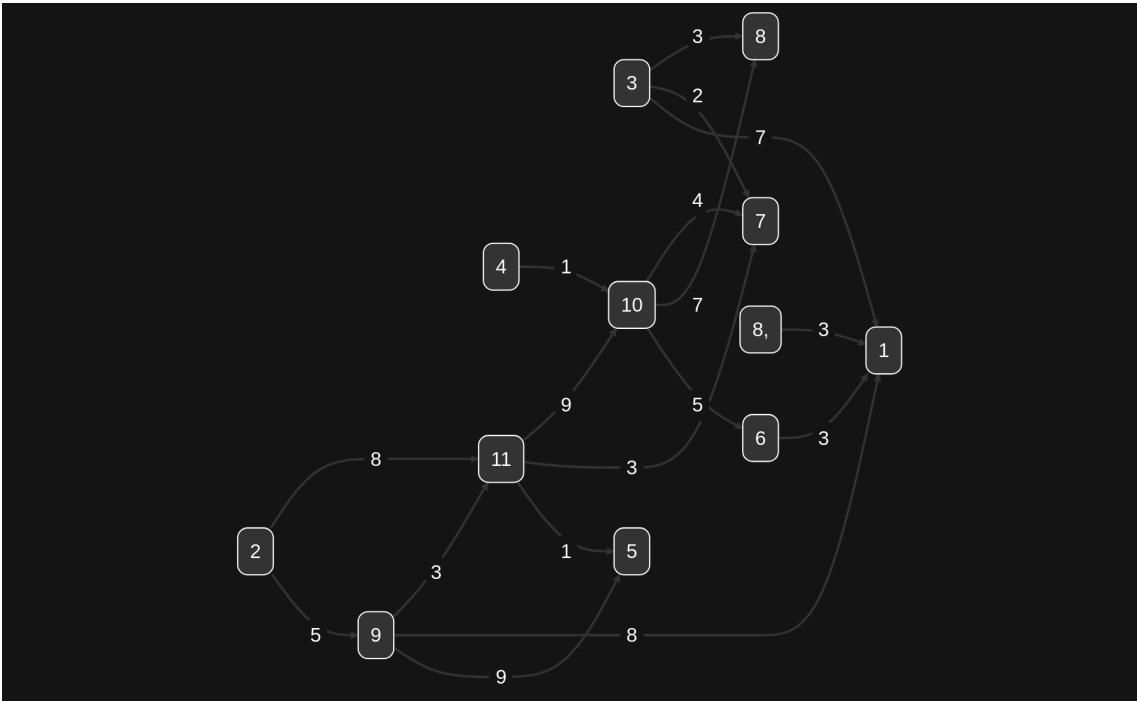
Krawędź	Waga	Czas
$1 \rightarrow 2$	3	4
$2 \rightarrow 3$	2	3
$3 \rightarrow 5$	2	2
$5 \rightarrow 7$	3	3
$7 \rightarrow 9$	1	1
$9 \rightarrow 10$	2	2

Koszt ścieżki: 13

B) — mój przykład

N_Start=9

N_End=11



Krawędź	Waga	Czas
$9 \rightarrow 11$	3	6
$11 \rightarrow 10$	9	3
$11 \rightarrow 10$	4	4

Koszt ścieżki: 16

C)

Czy ograniczenie na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych jest potrzebne? Jeśli nie, to uzasadnij dlaczego. Jeśli tak, to zaproponuj kontrprzykład, w którym po usunięciu ograniczeń na całkowitoliczbowość (tj. mamy przypadek, w którym model jest modelem programowania liniowego) zmienne decyzyjne w rozwiązaniu optymalnym nie mają wartości całkowitych.

Nie jest potrzebne, ponieważ macierz x wymnożona przez wektor b jest unimodularna. W przypadku, gdyby nie była unimodularna to nie spełniałaby 2 warunku z 4.2.

D)

Czy po usunięciu ograniczenia na czasy przejazdu w modelu bez ograniczeń na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych i rozwiązyaniu problemu otrzymane połączenie zawsze jest akceptowalnym rozwiązaniem? Uzasadnij odpowiedź.

W przypadku naszego zadania, bez ujemnych wag, to tak, jest akceptowalnym rozwiązańem. Otrzymamy wtedy najtańsze rozwiązanie, niekoniecznie najszybsze. Ograniczenie na liczby całkowitoliczbowe nie ma tutaj dużego wpływu, ponieważ otrzymana macierz musi być unimodularna.

5 Zadanie 5

5.1 Zmienne

p — dzielnica.

$s_p \geq$ minimalna liczba radiowozów w dzielnicy p .
 x_{pz} — liczba radiowozów w dzielnicy p podczas zmiany.
 $sink$ — węzeł końcowy (końcowa liczba radiowozów).

5.2 Ograniczenia

$$\begin{aligned} MinRadio_{pz} &\leq x_{pz} \leq MaxRadio_{pz} \\ \sum_{p \in P} x_{pz} &\geq \text{liczba radiowozów, które powinny być dostępne podczas zmiany z.} \\ \sum_{p \in P} s_p - sink &== 0 \end{aligned}$$

5.3 Funkcja celu

$$\min \text{sink} \vee \min \sum_p s_p$$

5.4 Wyniki

Minimalna liczba radiowozów: 48

p	z	Liczba radiowozów
1	1	2
	2	7
	3	5
2	1	3
	2	6
	3	7
3	1	5
	2	7
	3	6

6 Zadanie 6

6.1 Zmienne

$m \in M$
 $n \in N$

$$x_{mn} \in \{0, 1\}$$

$x_{ij} == 1$ oznacza kamerę na polu i,j.

6.2 Ograniczenia

k — zasięg widzenia kamer.

$$\sum_{m \in [m-k, m+k], n \in [n-k, n+k]} x_{mn} \geq 1$$

6.3 Funkcja celu

$\min \sum_{m \in M, n \in N} x_{mn}$ — minimalna liczba kamer.

6.4 Wyniki

Wyniki dla $M = 10$, $N = 25$, $k = 3$:

Liczba kamer: 12

Wyniki dla $M = 20$, $N = 15$, $k = 4$:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Liczba kamer: 8