Sprawozdanie obliczenia naukowe
Lista 3

Jakub Kowal

Zadania 1 - 3

Opis problemu

Zaimplementować metody znajdowania pierwiastków funkcji i sprawdzić je dla $f(x) = 0$.
Implementowane metody:

- Metoda bisekcji
- Metoda stycznych (Newtona)
- Metoda siecznych

Wyniki

Metoda	Wynik (r,f(r),it,err)
Bisekcji	0, 0, 0, 1
Stycznych	1.0, 0.0, 0, 0
Siecznych	NaN, 0.0, 1, 0

Tabela 1: Wyniki dla zadań 1-3

Wnioski

W metodzie bisekcji otrzymujemy sygnalizację błędu oznaczającą brak miejsca zerowego w podanych zakresie, ale wynika to ze sprawdzenia warunku $sgn(u) == sgn(v)$. Warunek ten dla $f(x) = 0$ będzie prawdziwy. W przypadku metody stycznych mamy warunek sprawdzający, czy wartość funkcji na początku nie jest już wystarfczająco blisko zera i dzięki temu otrzymujemy pierwiastek bez żadnej iteracji pętli. W metodzie siecznych jako pierwiastek otrzymujemy NaN, ponieważ w obliczaniu s, dzielimy przez zero, co później skutkuje mnożeniem Inf i 0.

Zadanie 4

Opis problemu

Wyznaczyć pierwiastek równania $f(x) = \sin x - (\frac{1}{2}x)^2$.

Wyniki

Metoda	r	f(r)	it	err
Bisekcji	1.9337539672851562	-2.7027680138402843e-7	16	0
Stycznych	1.933753779789742	-2.2423316314856834e-8	4	0
Siecznych	1.933753644474301	1.564525129449379e-7	4	0

Tabela 2: Wyniki dla zadania 4

Wnioski

Jak widać wszystkie metody poradziły sobie ze znalezieniem przybliżenia pierwiastka funkcji f. Patrząc na wartości funkcji, to najbliżej zera była metoda stycznych.

Zadanie 5

Opis problemu

W tym zadaniu trzeba metodą bisekcji znaleźć x, dla którego funkcje $f_1(x) = 3x$ oraz $f_2(x) = e^x$ się przecinają. Wykonałem to znajdując miejsce zerowe funkcji pomocniczej $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$.

Wyniki

Metoda	$f_1(x)$	r	f(r)	it	err
Bisekcji	1.857421875	0.619140625	9.066320343276146e-5	9	0

Tabela 3: Wyniki dla zadania 5

Wnioski

Metoda bisekcji znajduje miejsce zerowe $f(x)$, czyli punkt przecięcia $f_1(x)$ oraz $f_2(x)$.

Zadanie 6

Opis problemu

W zadaniu należy znaleźć miejsca zerowe funkcji $f_1(x) = e^{1-x} - 1$ oraz $f_2(x) = xe^{-x}$ za pomocą poprzednio używanych metod. Należy odpowiednio dobrać przedziały i przybliżenia. Dodatkowo sprawdzić co się stanie gdy w metodzie stycznych dla f_1 wybierzemy $x_0 \in (1, \infty]$, a dla f_2 $x_0 > 1$ oraz czy można wybrać $x_0 = 1$ dla f_2.

Wyniki

Funkcja	Metoda	r	f(r)	it	err
f_1	Bisekcja	1.0	0.0	1	0
	Stycznych	0.9999999998878352	1.1216494399945987e-10	4	0
	Siecznych	0.9999994102824874	5.897176864610998e-7	4	0
f_2	Bisekcja	0.0	0.0	1	0
	Stycznych	-3.0642493416461764e-7	-3.0642502806087233e-7	4	0
	Siecznych	-1.2229958402039555e-7	-1.2229959897758473e-7	6	0
Testy	f_1 z $x_0 \in (1, \infty]$	0.9999999984736215	1.5263785790864404e-9	4	0
	f_2 z $x_0 > 1$	14.787436802837927	5.594878975694858e-6	10	0
	f_2 z $x_0 = 1$	1.0	0.36787944117144233	1	2

Tabela 4: Wyniki dla zadania 6

Wnioski

Jak widać na 4, Wszystkie metody znajdują przybliżenie pierwiastków funkcji.
W testach natomiast ukazują się ciekawe przypadki.
W pierwszym teście w tabeli widnieje wynik dla $x_0 = 1.5$. $x_0 \in (1, 4.5)$ daje nam jeszcze przybliżenie miejsca zerowego. $x_0 \in [4.5, 7.6)$ zwraca nam jeszcze wyniki, chociaż wyznacza niesamowicie niskie r oraz osiąga maksymalną liczbę iteracji. $x_0 \in [7.6, 12.6)$ zwraca nam NaN, ponieważ wartość funkcji zwraca Inf. Dla $x_0 \geq 12.6$ pochodna jest zbyt bliska zeru, więc metoda od razu zwraca wynik z sygnałem błędu 2.
W drugim teście możemy zauważyć, że metoda dla $x_0 = 1.5$ nie zwraca nam bliższego miejsca zerowego $r = 0$, tylko szuka miejsca zerowego dla większych x, gdzie funkcja zbiega do 0.
W trzecim teście natychmiast dostajemy wynik z sygnalizacją błędu 2, ponieważ dla $x_0 = 1.0$ pochodna funkcji jest równa 0. Taki przypadek udowadnia, że metoda nie jest zbieżna globalnie.