

Zadanie 6 z listy 2

Jakub Kowal

Polecenie

Udowodnij, że jeśli dla pewnego języka L istnieje niedeterministyczny automat skończony rozpoznający go, to istnieje również niedeterministyczny automat skończony rozpoznający język $L^R = \{w : w^R \in L\}$.

Rozwiązanie

Zakładamy, że $L \subseteq \Sigma^*$ jest rozpoznawalny przez jakiś NFA. Zdefiniujmy ten NFA jako:

$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Wtedy NFA rozpoznające L^R wygląda następująco:

$$N^R = (Q \cup \{q_s\}, \Sigma, \delta^R, q_s, q_0)$$

gdzie δ^R jest odwróceniem δ , tj dla każdego przejścia $q_i \rightarrow q_j$ w δ δ^R ma przejścia odwrotne: $q_j \rightarrow q_i$. Warto też dodać, że w N^R muszą istnieć ϵ przejścia z q_s do stanów F z N .

$$\forall_{w \in L^R} w^R \in L$$

Wtedy istnieją przejścia z q_0 do F $\hat{q}(q_0, w^R)$, czyli $q_0 \xrightarrow{w_0} q_i \xrightarrow{w_2} \dots \xrightarrow{w_n} q_F \in F$. Odwracając te przejścia (δ^R) uzyskujemy $q_F \xrightarrow{w_n} q_j \xrightarrow{w_{n-1}} \dots \xrightarrow{w_0} q_0$, biorąc pod uwagę ϵ przejście z q_s do q_F widzimy, że jest to ścieżka w N^R . Oznacza to, że N^R jest niedeterministycznym automatem rozpoznającym L^R .

□