

Algorytmy i Struktury Danych

20 marca 2021

Ćwiczenia 4: Sortowania liniowe

Zadania obowiązkowe

Zadanie 1. Proszę zaproponować algorytm, który w czasie liniowym sortuje tablicę A zawierającą n liczb ze zbioru $0, \dots, n^2 - 1$.

Zadanie 2. Dana jest tablica A o długości n . Wartości w tablicy pochodzą ze zbioru B , gdzie $|B| = \log n$. Proszę zaproponować możliwie jak najszybszy algorytm sortowania tablicy A .

Zadania standardowe

Zadanie 3. Proszę zaproponować algorytm, który mając dane dwa słowa A i B o długości n , każde nad alfabetem długości k , sprawdza czy A i B są swoimi anagramami.

1. Proszę zaproponować rozwiązanie działające w czasie $O(n + k)$.
2. Proszę zaproponować rozwiązanie działające w czasie $O(n)$ (proszę zwrócić uwagę, że k może być dużo większe od n —np. dla alfabetu UNICODE; złożoność pamięciowa może być rzędu $O(n + k)$).

Proszę zaimplementować oba algorytmy.

Zadanie 4. Pewien eksperyment fizyczny generuje bardzo szybko stosunkowo krótkie ciągi liczb całkowitych z przedziału od 0 do $10^9 - 1$. Pomiar w eksperymencie polega na określeniu ile różnych liczb znajduje się w danym ciągu. Niestety liczby są generowane tak szybko, że konieczne jest zagwarantowanie czasu działania rzędu $O(1)$ na każdy element ciągu (pamięć jest dużo mniej krytycznym zasobem). Ciągi są generowane błyskawicznie, jeden po drugim. Proszę zaproponować strukturę danych pozwalającą na przeprowadzenie eksperymentu.

Zadanie 5. Zakładamy model obliczeń, w którym można dodawać, mnożyć, i porównywać liczby. W tym modelu pokazano, że sortowanie n liczb ma złożoność $\Omega(n \log n)$. Proszę udowodnić, że w tym modelu obliczeń znalezienie otoczki wypukłej n punktów w 2D ma złożoność $\Omega(n \log n)$.

Zadanie 6. Dana jest tablica A zawierająca n parami różnych liczb. Proszę zaproponować algorytm, który znajduje takie dwie liczby x i y z A , że $y - x$ jest jak największa oraz w tablicy nie ma żadnej liczby z takiej, że $x < y < z$ (innymi słowy, po posortowaniu tablicy A rosnąco wynikiem byłyby liczby $A[i]$ oraz $A[i + 1]$ dla których $A[i + 1] - A[i]$ jest największe).

Zadanie 7. Dana jest tablica A zawierająca n elementów, z których każdy ma jeden z k kolorów. Proszę podać możliwie jak najszybszy algorytm, który znajduje indeksy i oraz j takie, że wśród elementów $A[i], A[i + 1], \dots, A[j]$ występują wszystkie k kolorów oraz wartość $j - i$ jest minimalna (innymi słowy, szukamy najkrótszego przedziału z wszystkimi kolorami).