



PreOM 2023 - Dzień 4

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie wielomiany $P(x)$ spełniające:

$$P(x^2 - 2x) = (P(x - 2))^2$$

Zadanie 2. Niech $n = 4k + 3$. Pokazać, że istnieje $d \mid n - 1$, takie że n nie dzieli $d - a^2$ dla każdego $a \in \mathbb{Z}$.

Zadanie 3. 49 uczniów pisze sprawdzian z analizy, który składa się z 3 zadań. Każde jest punktowane w skali od 0 do 7. Udowodnij, że istnieją tacy uczniowie A i B , że A z każdego zadania uzyskał niegorszy wynik punktowy niż B .

Zadanie 4. Niech $ABCD$ będzie wypukłym czworokątem, w którym kąty $\sphericalangle BAD$ i $\sphericalangle BCD$ są równe. Niech M i N będą punktami leżącymi odpowiednio na bokach AB i BC takimi, że prosta MN jest równoległa do prostej AD i $MN = 2AD$. Niech H oznacza ortocentrum trójkąta ABC , a K oznacza środek odcinka MN . Udowodnij, że proste KH i CD są prostopadłe.

*Rozwiązania należy wysłać na adres solve012@gmail.com, najpóźniej dnia:
19.03.2023.*

*Prace powinny być opatrzone numerami zadania oraz kontestu w tytule maila.
Przypominamy o wysyłaniu zadań w osobnych mailach (1 zadanie = 1 mail)*