

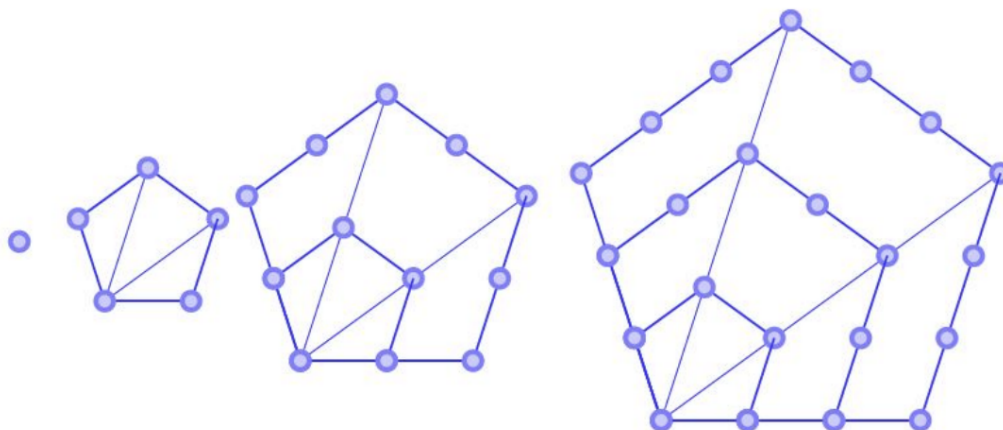
## Kontest 3 - 28.09.2023

### Pierwszaki

**Zadanie 1.** Czy istnieje 14 liczb naturalnych o takiej własności, że jeśli dodamy do każdej jeden to iloczyn wszystkich liczb rośnie 2008 razy?

**Zadanie 2.** Niech  $ABCD$  będzie czworokątem cyklicznym. Proste  $AD$  i  $BC$  przecinają się w punkcie  $E$ . Oznaczmy przez  $M$  przecięcie  $BD$  z prostą przechodzącą przez  $E$  równoległą do  $AC$ . Z  $M$  rysujemy prostą styczną do okręgu opisanego na  $ABCD$  w punkcie  $T$ . Udowodnij, że  $MT = ME$ .

**Zadanie 3.** Liczby pięciokątne  $P_1 = 1, P_2 = 5, P_3 = 12, P_4 = 22, \dots$  są liczbami wierzchołków na kolejnych planszach, jak na rysunku poniżej.



Znajdź wzór jawny na  $P_n$ .

*Wskazówka:*  $P_n = an^2 + bn + c$  dla pewnych stałych  $a, b, c$ .

**Zadanie 4.** Wyznacz wszystkie takie dodatnie liczby całkowite  $n$ , że szachownicę o boku  $n$  daje się rozciąć na kostki tetromina złożone z 4 kwadratów jednostkowych, przystające do przedstawionej na rysunku.

