



## Mini PreOM 2023 - Dzień 4

**Zadanie 1.** Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$  wpisany w okrąg  $\omega$ . Niech  $P$  będzie przecięciem stycznych do  $\omega$  w punktach  $B$  i  $C$ . Niech  $D$  i  $E$  będą rzutami  $P$  na  $AB$  i  $AC$  odpowiednio. Udowodnij, że środek  $BC$  jest ortocentrum trójkąta  $ADE$ .

**Zadanie 2.** Wyznacz  $\sum_{k=1}^n (-1)^k \binom{n}{k} k^3$  (w zależności od  $n$ ).

**Zadanie 3.** Danych jest  $n$  punktów na płaszczyźnie, z których żadne 3 nie są współliniowe. Wykaż, że liczba trójkątów o wierzchołkach w tych punktach, o polu 1 jest nie większa niż  $\frac{2}{3}(n^2 - n)$ .

**Zadanie 4.** Dany jest wielokąt wypukły o obwodzie 4. Udowodnij, że można go pokryć kołem jednostkowym.