Autor: Dominika Piętka Prowadzący: Dominika Piętka

Czworokąty i styczne

Teoria

Cykliczność czworokąta

- Suma przeciwległych kątów
- Kąty oparte na łuku

Twierdzenie o czapeczce

- Warunki na wpisanie okręgu w czworokąt
- Czapeczki na dwóch okręgach

Twierdzenie o stycznej i siecznej

Zadania

1. Dany jest trójkąt ABC. Dwusieczna kąta A przecina bok BC w punkcie D. Okrąg opisany na trójkącie ADC przecina bok AB w punkcie P . Okrąg opisany na trójkącie ABD przecina bok AC w punkcie Q. Udowodnij, że BP = CQ

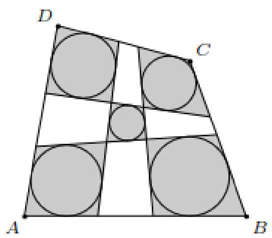
2. Punkty P, Q, R, S leżą odpowiednio na bokach AB, BC, CD, DA czworokąta wypukłego $ABCD$. Odcinki PR i QS dzielą czworokąt $ABCD$ na cztery czworokąty. Udowodnij, że jeśli na trzech z nich można opisać okręgi, to:

   (a) na czwartym też można opisać okrąg,

   (b) $ABCD$ jest równoległobokiem.

3. Okręgi dopisane do trójkąta ABC są styczne do boków BC i AC odpowiednio w punktach D i E. Wykazać, że BD = AE.

4. Czworokąt wypukły ABCD podzielono na dziewięć czworokątów, jak pokazano na rysunku 20.25. Udowodnij, że jeśli w zacieniowane czworokąty można wpisać okręgi, to również w czworokąt ABCD można wpisać okrąg.



5. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków BC, CA, AB odpowiednio w punktach D, E, F. Prosta równoległa do AB, przechodząca przez punkt C, przecina proste F E i F D odpowiednio w punktach K i L. Udowodnij, że na czworokącie KEDL można opisać okrąg

6. Styczna w punkcie A do okręgu opisanego na trójkącie ABC przecina prostą BC w punkcie E. Dwusieczna kąta A przecina bok BC w punkcie D. Udowodnij, że AE = ED.

Autor: Dominika Piętka

Prowadzący: Dominika Piętka

7. (OM 72.1.2) Dany jest trójkąt ABC, w którym $AB > AC$. Niech ℓ będzie prostą styczną w punkcie A do okręgu opisanego na trójkącie ABC. Punkt X leży na odcinku AB, punkt Y leży na prostej ℓ, przy czym $AX = AY = AC$ oraz punkty X i Y leżą po przeciwnych stronach prostej zawierającej dwusieczną kąta BAC. Udowodnić, że środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC leży na prostej XY.