

Mini PreOM 2024 - Dzień 1

Zadanie 1. Niech n będzie liczbą naturalną. Znajdź liczbę rozwiązań równania $\sqrt{x} + \sqrt{y} = n$, w liczbach naturalnych x, y , w zależności od n .

Zadanie 2. Punkty D i E leżą na boku AB trójkąta ABC i spełniają warunek

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{AE}{EB} = \left(\frac{AC}{CB}\right)^2.$$

Udowodnić, że $\angle ACD = \angle BCE$.

Zadanie 3. Rozstrzygnij, czy wierzchołki 30-kąta foremnego można ponumerować liczbami $1, 2, \dots, 30$ w taki sposób, aby suma numerów każdych dwóch sąsiednich wierzchołków była kwadratem pewnej liczby naturalnej.

Zadanie 4. Dany jest czworościan $ABCD$. Udowodnij, że z odcinków o długościach:

$$AB \cdot CD, AC \cdot BD, AD \cdot BC,$$

można zbudować trójkąt.