

Kontest 2 - 27.09.2023

Pierwszaki

Zadanie 1. Rozwiąż w dodatnich liczbach rzeczywistych x równanie

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+8} + \sqrt{x+17} + \sqrt{x+28} = 18.$$

Zadanie 2. Liczby rzeczywiste a, b, c są różne od zera i spełniają układ równań

$$\begin{cases} a^2 + a = b^2 \\ b^2 + b = c^2 \\ c^2 + c = a^2 \end{cases}$$

Udowodnij, że $(a-b)(b-c)(c-a) = 1$.

Zadanie 3. Niech ABC będzie trójkątem równoramiennym, w którym $AB = AC$. Niech D będzie punktem na odcinku BC takim, że $BD = 2 \cdot DC$, a P takim punktem na AD , że $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BPD$. Udowodnij, że

$$\sphericalangle BAC = 2 \cdot \sphericalangle DPC$$

Zadanie 4. Zapisano na tablicy liczby od 1 do 9. Antoni i Bożydar skreślają w swoim ruchu po jednej nieskreślonej liczbie. Ten, kto skreśli trzy liczby sumujące się do 15 wygrywa. Jeżeli Antoni zacznie grę, to który z graczy powinien ją wygrać?