

Kontest 1 - 26.09.2023

Finaliści

Zadanie 1. Ile minimalnie pociągnięć długopisu trzeba wykonać, aby narysować klikę $2n$ wierzchołkową, nie rysując żadnej krawędzi więcej niż raz (pociągnięcia rysują łamaną zmieniającą kierunki tylko w wierzchołkach rysowanego grafu)?

Zadanie 2. Znajdź wszystkie funkcje $f: R_+ \rightarrow R_+$ takie, że dla każdych x, y rzeczywistych dodatnich zachodzi:

$$f(x)f(y) = 2f(x + yf(x)).$$

Zadanie 3. Niech D, E, F będą punktami styczności okręgu wpisanego w trójkąt ABC odpowiednio z bokami BC, CA i AB . Dla każdych dwóch trójkątów spośród $\triangle AEF, \triangle BDF, \triangle CDE$ narysowano wspólną styczną zewnętrzną okręgów wpisanych w te trójkąty różną od boków trójkąta ABC . Wykazać, że te trzy styczne przecinają się w jednym punkcie.

Zadanie 4. Duży prostokąt podzielono na mniejsze prostokąty, z których każdy ma co najmniej jedną parę boków o całkowitej długości. Pokaż, że duży prostokąt również ma co najmniej jedną parę boków o całkowitej długości.