



Kontest 1 – II etap

Zadanie 1. Na czarno-białej szachownicy, która ma 10 rzędów i 14 kolumn umieszczono kamienie. Okazało się, że w każdym rzędzie i każdej kolumnie znajduje się nieparzysta liczba kamieni. Pokaż, że liczba kamieni na czarnych polach jest liczbą parzystą.

Zadanie 2. Znajdź wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, takie że

$$f(xy) = f(f(x) + f(y))$$

dla wszystkich $x, y \in \mathbb{R}$.

Zadanie 3. Dla jakich dodatnich liczb całkowitych m istnieje taka liczba całkowita $n > m$, że nm oraz $(n+1)(m+1)$ są kwadratami liczb całkowitych?

Zadanie 4. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Niech D i E to odpowiednio rzuty punktów B i C na dwusieczną kąta BAC . Niech M to środek odcinka BC , zaś H to ortocentrum trójkąta DEM . Udowodnij, że punkty A, O, H są współliniowe.