

Kontest 3 - 30.09.2022

Pierwszaki

Zadanie 1. Chcemy zaplanować turniej badmintonu, w którym każdych dwóch zawodników zagra dokładnie jeden mecz, czerwoną lub niebieską lotką.

- (a) Wykaż, że jeśli w turnieju bierze udział pięć osób, to można zaplanować rozgrywki tak, że w meczach rozegranych w obrębie dowolnej trójki wystąpią obydwie kolory lotek.
- (b) Wykaż, że jeśli w turnieju bierze udział sześć osób, to nie można zaplanować tak rozgrywek, że w meczach rozegranych w obrębie dowolnej trójki wystąpią obydwie kolory lotek.

Zadanie 2. Na stole leży 100 monet, przy czym widać 50 orłów i 50 reszek. Po odwróceniu wszystkich monet do góry nogami znowu widać 50 orłów i 50 reszek.

Ale nie wszystkie monety są prawdziwe ... Moneta może mieć też z obu stron to samo (orły albo reszki).

Wykaż, że monety można podzielić w pary tak, że w każdej parze są dwie reszki i dwa orły.

Zadanie 3. Udowodnij, że dla każdego dodatniego całkowitego n istnieje n -cyfrowa liczba podzielna przez 5^n składająca się tylko z nieparzystych cyfr.

Zadanie 4. Niech A, B, C, D będą czterema różnymi punktami na prostej, leżącymi w tej kolejności. Okręgi o średnicach AC i BD przecinają się w X i Y , przy czym $X \neq Y$. Prosta XY przecina BC w Z . Niech P będzie punktem na prostej XY różnym od Z .

Prosta CP przecina okrąg o średnicy AC w punktach C i M . Prosta BP przecina okrąg o średnicy BD w B i N .

Udowodnij, że AM , DN i XY są współpękowe.