Staszicowa Liga Matematyczna - Seria II

Zadanie 1:
Przekątne AC i BD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie E.
Punkt P jest takim punktem leżącym wewnątrz tego czworokąta, że pola trójkątów BCP i DAP są równe. Udowodnić, że środki odcinków AB, CD i EP leżą na jednej prostej.

Zadanie 2:
W turnieju szachowym każdy gracz mierzy się z każdym innym dokładnie raz.
W wyniku każdej partii przyznawany jest jeden punkt zwycięzcy lub po pół punktu każdemu graczowi w przypadku remisu.
Dana jest dodatnia liczba całkowita m, turniej jest $m - specjalny$, jeśli wśród każdego zbioru S złożonego z m graczy jest jeden gracz, który wygrał wszystkie swoje partie przeciwko pozostałym graczom z S i jeden gracz, który przegrał wszystkie swoje partie przeciwko pozostałym graczom z S. Dla danej liczby całkowitej $m \geqslant 4$ wyznacz minimalna wartość n taką, że w każdym $m - specjalnym$ turnieju szachowym z n graczami, końcowe wyniki wszystkich graczy są parami różne.

Zadanie 3:
Dany jest ciąg (a_n). Wiemy, że istnieje liczba g, taka, że dla każdego naturalnego $k \geqslant 2$ zachodzi:

$$\lim_{n\to\infty} a_{nk} = g$$

Rozstrzygnąć, czy z powyższego wynika $\lim_{n\to\infty} a_n = g$?

Zadanie 4:
Rozstrzygnij, czy poniższy język jest regularny:

$$L = \{uv \in \{a, b, c\}^* : \#_a(u) + \#_b(u) = \#_b(v) + \#_c(v)\}$$

Rozwiązania należy wysłać na adres **sligamat012@gmail.com**, *najpóźniej dnia:* **30.11.2022**.
Rozwiązania powinny być opatrzone imieniem, nazwiskiem, klasą oraz numerem zadania.