# Staszicowa Liga Matematyczna - Seria III

**Zadanie 1:**
Udowodnij, że jeśli względnie pierwsze wielomiany $a, b, c$ stopni co najmniej 1 spełniają:

$$a^n + b^n = c^n$$

gdzie $n$ jest liczbą naturalną, to $n \leqslant 2$.

**Zadanie 2:**
Dla $n \geqslant 2$ całkowitego, udowodnij, że jeśli $2^n + 1$ jest liczbą pierwszą, to potęgi 3 dają każdą niezerową resztę z dzielenia przez $2^n + 1$.

**Zadanie 3:**
Udowodnij że dla liczby pierwszej $p$ postaci $4k+1$, równanie $x^4 = 2+yp$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy gdy istnieją $a, b$ takie że $p = a^2 + 64b^2$.

**Zadanie 4:**
Dla danego języka $L \subseteq A^*$ zdefiniujmy:

$$L_2 = \{w^R v^R \mid wr \in L, |w| = |v|\}$$
$$L_{1/2} = \{w_1^R \cdots w_n^R \mid w_1 \cdots w_n \in L, n \in \mathbb{N}, \forall i = 1, ..., n.\ |w_i| = 2\}$$

Czy dla każdego języka bezkontekstowego L prawdą jest, że:

(a) język $L_2$ jest bezkontekstowy?

(b) język $L_{1/2}$ jest bezkontekstowy?

*Rozwiązania należy wysłać na adres* **sligamat012@gmail.com**, *najpóźniej dnia:* **21.12.2022**.
*Rozwiązania powinny być opatrzone imieniem, nazwiskiem, klasą oraz numerem zadania.*