Jakub Straszkiewicz, gr. 5,160199 09-04-2017

Metody Numeryczne

Projekt 2

Temat: Układy równań liniowych

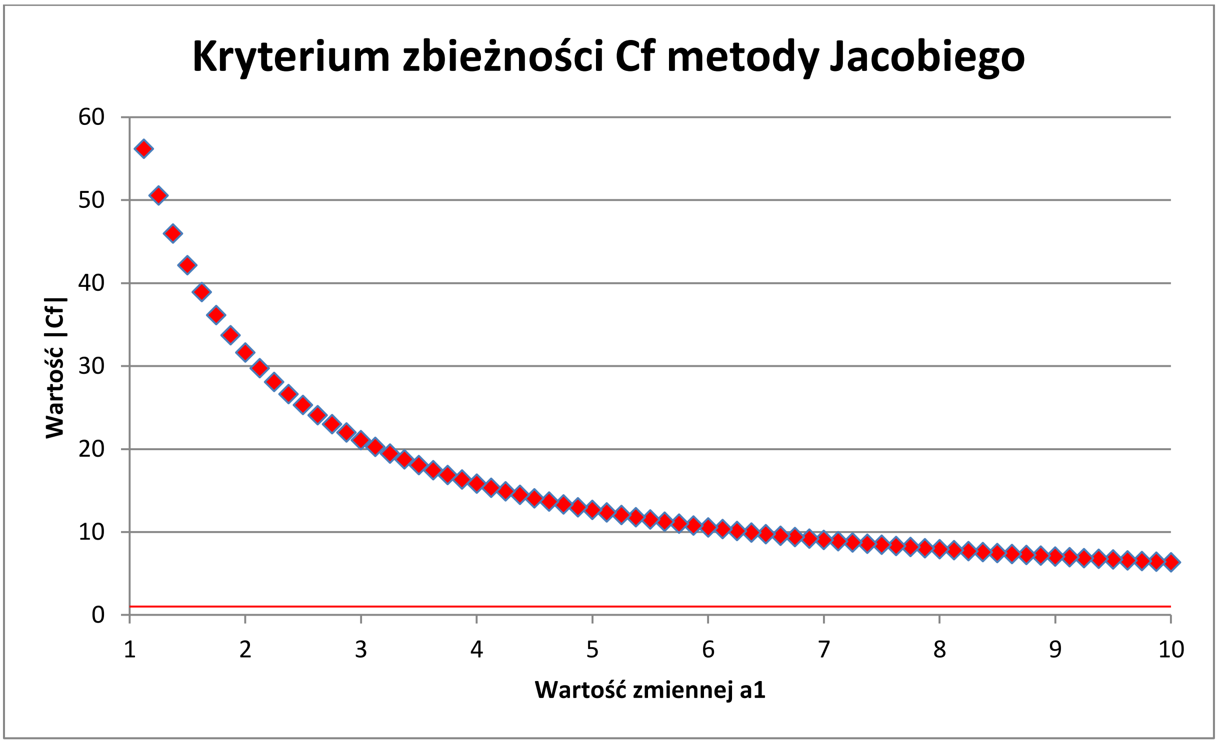
1.Założenia.

Parametry przy tworzeniu tablicy A: $N = 999,\ a_1 = 6,\ a_2 = a_3 = -1.$

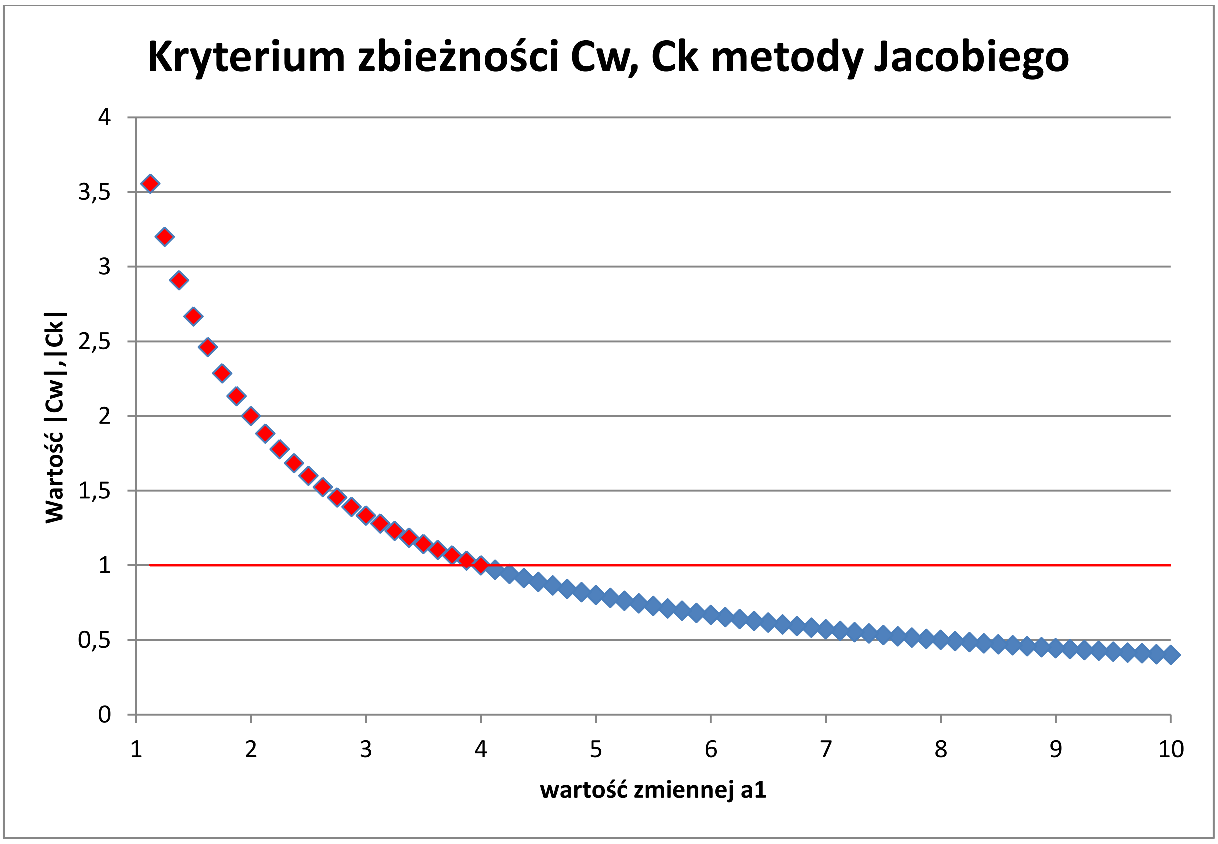
Parametr przy tworzeniu tablicy B: $N = 999,\ e = 0.$

2.Zbieżność układu równań.

Na potrzeby projektu należało odpowiedzieć na pytanie czy układ równań po zmianie $a_1\ na\ 3$ będzie zbieżny czy rozbieżny. Dla zobrazowania zależności wszystkie kryteria zbieżności zostały obliczone dla różnych wartości $a_1 = \{1\frac{1}{8}, 1\frac{2}{8}, \dots, 10\}$.



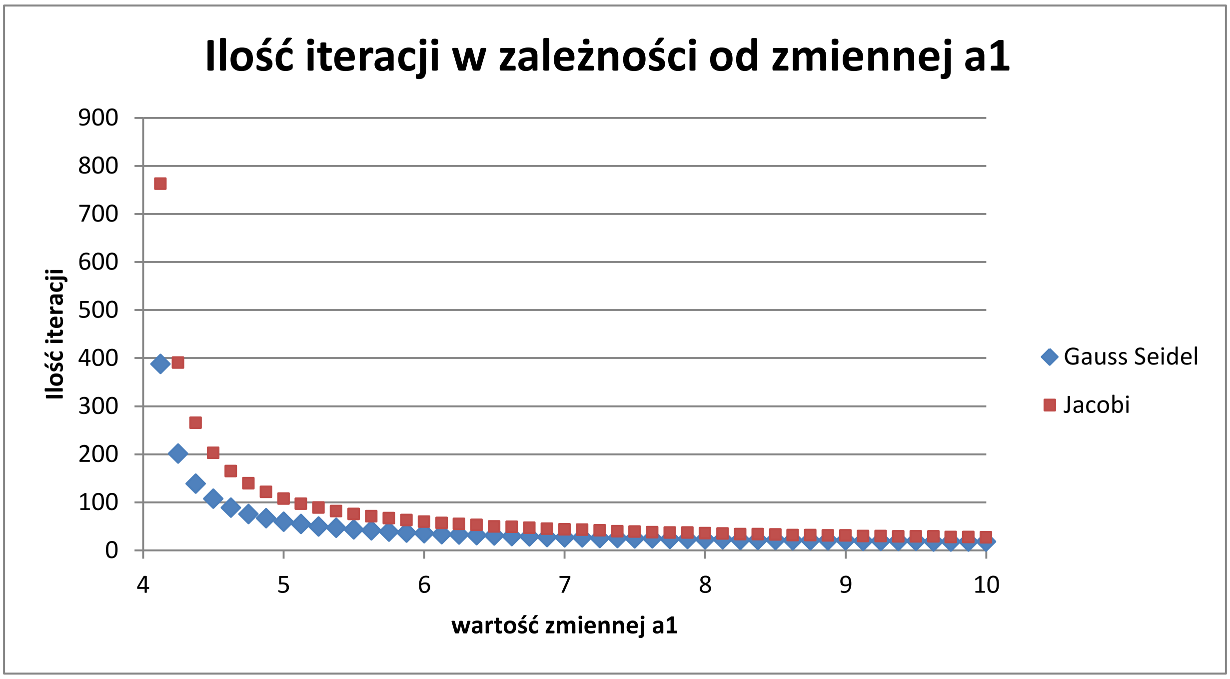
Kryterium Cf nie jest spełnione dla małych wartości a1. Dopiero po przeprowadzeniu obliczeń dla dalszych wartości tej zmiennej można zobaczyć, że kryterium to staje się spełnione dla a1 pomiędzy 63 a 64. Jednak do określenia czy dany układ jest zbieżny wystarczy, że tylko jedno z kryteriów będzie spełnione.



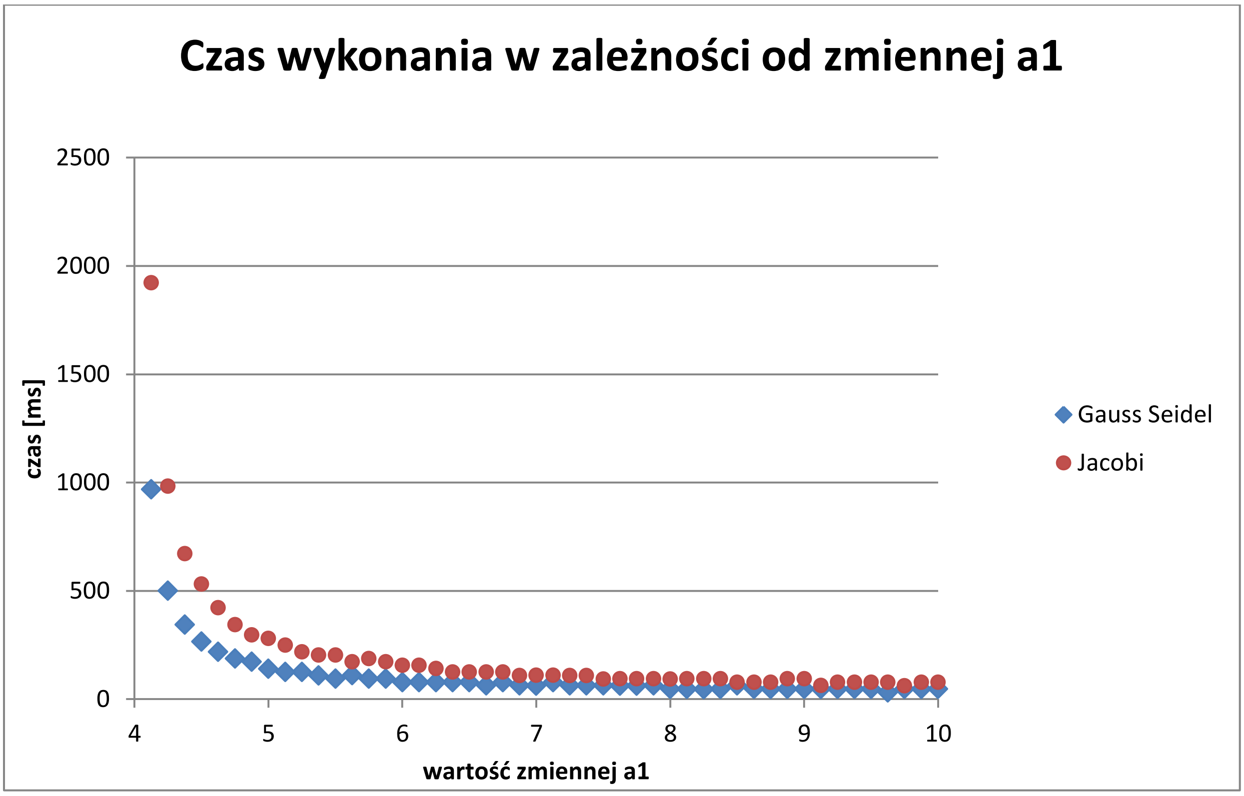
Ze względu na specyficzny układ równań kryterium Cw i Ck jest tym samym kryterium. Jest ono spełnione dla a1 > 4. Od tej granicy układ dla metody Jacobiego jest niezbieżny. Wszystkie wyniki są typu nand(-inf). Podobne zjawisko można zauważyć dla metody Gaussa-Seidela. Można stwierdzić więc, że dla obu metod granicą a1 dla których układy stają się nie zbieżne jest a1>4.

3.Ilość iteracji oraz czas wykonania w metodach Gaussa-Seidela i Jacobiego.

Na potrzeby projektu wystarczyło sprawdzić w ile iteracji oba algorytmy uzyskają normę euklidesową z residuum równą 10^{-9}. Dla lepszego zobrazowania zależności wykonałem obliczenia dla różnych wartości $a_1 \in \{4\frac{1}{8}, 4\frac{2}{8}, \dots, 10\}$.



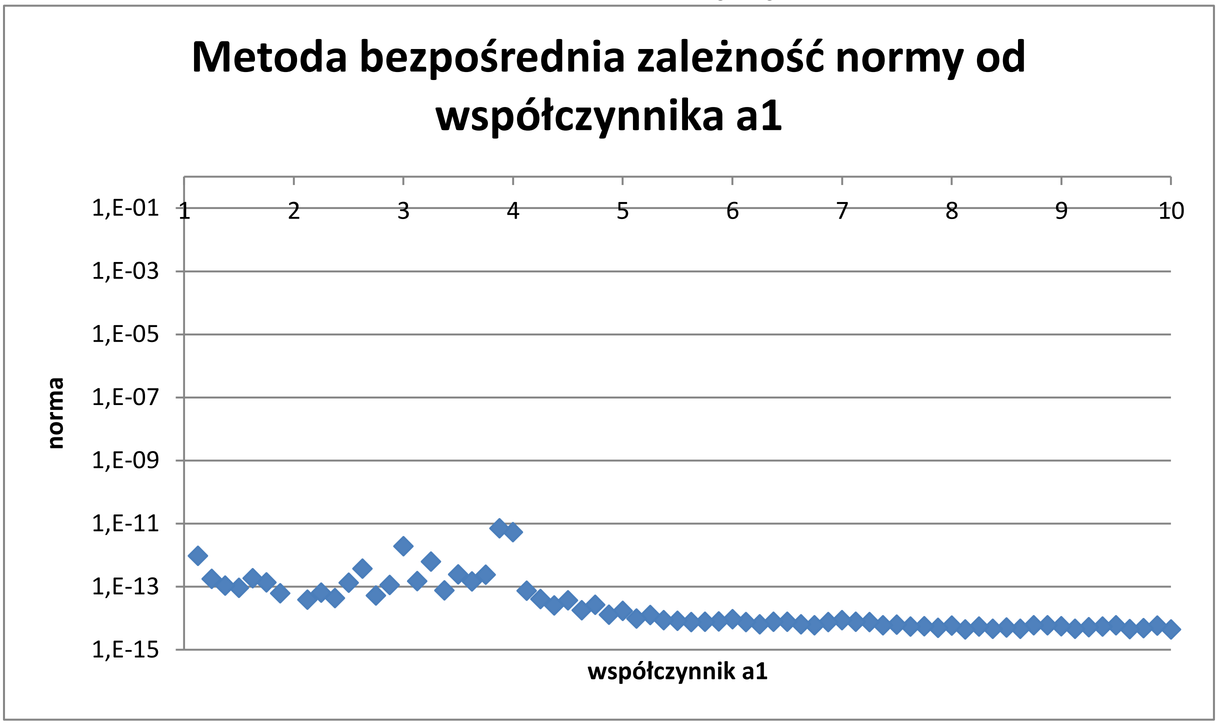
Dla podanego przykładu można zauważyć, iż im bliżej granicy zbieżności wynoszącej 4 tym więcej iteracji potrzebują oba algorytmy. Można również zauważyć, że metoda Jacobiego potrzebuje systematycznie więcej iteracji od metody Gaussa-Seidela. Wpływa to naturalnie na czas wykonania algorytmów.



Można zauważyć, że czas wykonania metod zwiększa się wraz z ilością iteracji jaka jest potrzebna, aby algorytm uzyskał normę euklidesową z residuum 10^{-9}.

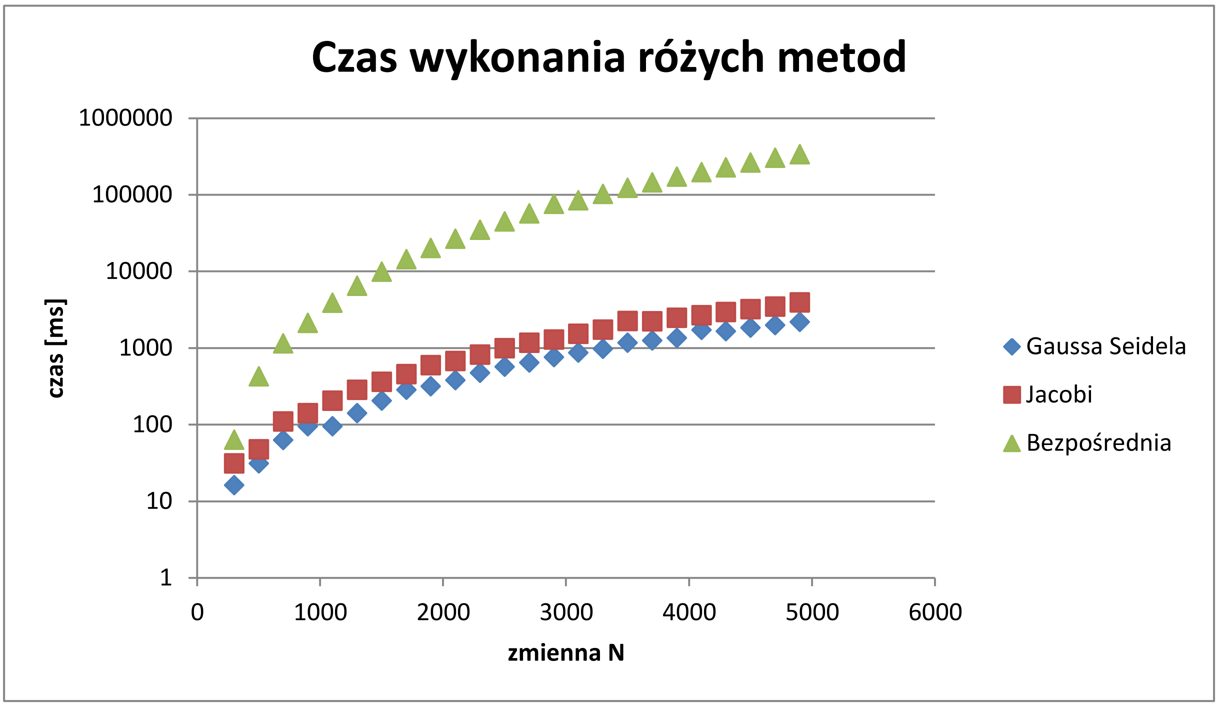
4. Metoda Bezpośrednia.

Tak samo jak w poprzednim podpunkcie dla zaobserwowania pewnych zależności wykonałem obliczenia metodą bezpośrednią dla wielu wartości $a_1 \in \{1\frac{1}{8}, 1\frac{2}{8}, \ldots, 10\}$.



Można zauważyć, że wartość normy euklidesowej z residuum dla wartości $a_1 \in \{10, 9\frac{7}{8}, \ldots, 4\frac{1}{8}\}$, jest podobna. Poczynając od $a_1 = 4$ czyli od momentu w którym układ równań staje się niezbieżny wartości norm wydają się być nieuporządkowane oraz znacznie większe względem wcześniejszych wartości.

5. Czas wykonywania się algorytmów.



Czas wykonywania algorytmów rośnie wraz z zwiększeniem układu równań do obliczenia. Dla danych których używamy w tym zadaniu metoda Gaussa-Seidela jest najszybsza. Nieco wolniejszym algorytmem jest ten korzystający z metody Jacobiego. Najwolniejszym algorytmem okazuje się metoda bezpośredniego obliczenia wartości X. Wynika to ze złożoności obliczeniowej owej metody. Składa się ona z 2 etapów co również wpływa na długość obliczeń.