Zagadnienie przydziału – algorytm (metoda) węgierska

Zadanie 1

- Utwórz zespół 3 (4)-osobowy
- Zaimplementuj jedną z podprocedur
  - Redukcja macierzy, schemat ogólny algorytmu
  - Algorytm wyznaczania zer niezależnych
  - Algorytm wykreślania zer macierzy minimalną liczbą linii
- Zadanie obliczeniowe – macierz kosztów przydziału - 6 (min) zadań/maszyn

Zadanie 2

- Wykonaj obliczenia dla zadania – pokaż macierze: początkową, pośrednie (każda zmiana), rozwiązanie końcowe i optymalny koszt przydziału

Zadanie 3

- Czy wynik redukcji jest zależny od kolejności (wiersze-kolumny/ kolumny-wiersze) – uzyskamy zawsze tą samą macierz / sumaryczną wielkość redukcji?
- Jak jest możliwa minimalna / maksymalna liczba zer niezależnych w macierzy zredukowanej?
- Czy wykreślanie zer macierzy jest prawidłowa (zawsze) jeśli będziemy wykreślać kolejno linie (wiesz/kolumna) z największą liczbą nieskreślonych zer?
- Jak się ma minimalna liczba linii (wykreślająca zera) i liczba (maksymalna) zer niezależnych?
- Czy procedura zwiększająca liczbę zer niezależnych zawsze jest skuteczna / o ile może zmienić się ich liczba?

Uwagi:

- Jako sprawozdanie wstępne umieścić na UPEL efekt działań z zajęć (indywidualnie).
- Sprawozdanie (końcowe) – jedno na cały zespół - proszę podać skład zespołu i zrealizowane działania

Algorytm węgierski

1. Krok przygotowawczy
   a. w każdym wierszu macierzy A odejmujemy najmniejszy element wiersza i tworzymy nową macierz:

   $$A^1 = [a^1{}_{ij}] = [a_{ij} - y_i],$$

   $$\text{gdzie } y_i = \min_{j=1,..,n} a_{ij}$$

   b. W każdej kolumnie macierzy A odnajdujemy najmniejszy element kolumny i tworzymy nową macierz

   $$A^2 = [a^2{}_{ij}] = [a^1{}_{ij} - z_j],$$

   $$\text{gdzie } z_j = \min_{i=1,..,n} a_{ij}$$

   c. Sumaryczna redukcja jest dolnym ograniczeniem wartości funkcji celu φ

2. Poszukiwanie kompletnego przydziału.
   Wyznaczamy zbiór zer niezależnych 0*- dokonujemy przydziału dla jednego zera w każdym wierszu lub kolumnie.

   Jeśli |0*| = *n* to znaleźliśmy rozwiązanie optymalne, z kosztem φ = „wielkości redukcji macierzy" i otrzymaliśmy kompletny przydział.
   Jeśli nie, to zera nie będące zerami niezależnymi oznaczamy jako zależne (∅).

3. Sprawdzenie liczby zer niezależnych (*ALG. 1)
   Wykreślamy (zakreślamy) minimalną liczbę linii poziomych oraz pionowych wszystkie zera w macierzy A.
   Jeżeli liczba linii jest równa *n* , to znaleziono zbiór zer niezależnych |0*| = *n*. Odczytaj przydział i STOP.
   W p.p. → idź do kroku 4.

4. Próba powiększenia zbioru zer niezależnych.
   a. Znajdź najmniejszy nieprzykryty przez linie element macierzy A.
   b. Odejmij ten element od wszystkich, nie przykrytych liniami elementów A.
   c. Dodaj element najmniejszy do elementów macierzy A, które są przykryte dwoma liniami
   d. Zwiększ wartość φ o krotność elementu minimalnego i przejdź do kroku → 2.

ALG. 1

Algorytm wyznaczający minimalny zbiór linii wykreślających wszystkie zera w macierzy.

1. Poszukiwanie maksymalnego skojarzenia.
   a. Oznaczyć symbolem **x** każdy wiersz <u>nie posiadający</u> niezależnego zera 0*=($\boxed{0}$)
   b. Oznaczyć symbolem **x** każda kolumnę <u>mającą zero zależne 0’</u> =(przekreślone ∅) <u>w oznaczonym wierszu</u>
   c. Oznaczyć symbolem **x** każdy wiersz mający w oznakowanej kolumnie niezależne zero 0*/($\boxed{0}$) → (b).

   Pętle należy kontynuować tak długo, aż nie jest możliwe dalsze oznakowanie.

2. Poszukiwanie minimalnego pokrycia wierzchołkowego.

   Pokrycie wierzchołkowe jest zbiorem minimalnym wierszy i kolumn zawierających wszystkie zera w macierzy.
   Aby go uzyskać przekreślamy <u>wszystkie nieoznakowane wiersze</u> oraz <u>oznakowane kolumny</u>.