Problem szeregowania zadań – algorytm Johnsona

Zadanie 1

- Zaimplementuj wybrany algorytm
  - Johnsona dla problemu 2 maszyn – 3pkt
  - Johnsona dla problemu 3 maszyn – 4pkt
  - CDS dla problemu > 3 maszyn – 5pkt
- Zadanie obliczeniowe – macierz czasów - dla 10 zadań
- Zamieść plik źródłowy (z komentarzami)

Zadanie 2

- Wykonaj obliczenia dla zadania – pokaż uszeregowanie zadań początkowe, końcowe, czasy zakończenia zadań

Zadanie 3

- Jaki typ problemu rozwiązujemy (klasyfikacja Grahama)?
- Jakie czasy uzyskamy przy alternatywnych sposobach uszeregowania (taki samo min)?
- Jakie warunki są konieczne w realizacji algorytmu / co jeśli nie będzie spełniony?
- Jaka jest złożoność obliczeniowa algorytmu?

Uwagi:

- Zadanie może też być realizowane w arkuszu kalkulacyjnym
- Jako sprawozdanie wstępne umieścić na UPEL efekt działań z zajęć.
- Sprawozdanie (końcowe) – przed terminem kolejnych zajęć

Algorytm Johnsona dla 2 maszyn

Dana jest macierz $2 \times n$ czasów operacji t_{ij}

1) Znajdź najmniejszy element macierzy t_{ij} ($\min_{i,j} t_{ij}$)
2) Jeśli ten element znajduje się
   - w pierwszym wierszu ($\min t_{ij} = t_{1k}$), to optymalna kolejność obróbki musi się rozpocząć detalem o nr k,
   - w drugim wierszu ($\min t_{ij} = t_{2s}$) to optymalna kolejność kończy się detalem o numerze s.
3) Po ustaleniu kolejności w kroku 2, skreślamy w macierzy czasów odpowiadającą mu kolumnę i powtarzamy to postępowanie.

   Wybrany kolejny detal ustawiamy na pierwszym wolnym miejscu (licząc od początku lub końca).

   Idź do → (1)

Algorytm kontynuujemy, aż ustalimy kolejność wszystkich detali.

Dla $m=2$

t_{ij} – czas obróbki na i-tej maszynie j-tego detalu

T_{ij} – czas zakończenia obróbki na i-tej maszynie j-tego detalu

$T_{1j} = \sum_{k=1}^{j} t_{1k}$ (pierwsza maszyna j-te zadanie)

$T_{n1} = \sum_{i=1}^{n} t_{i1}$ (n-ta maszyna 1-sze zadanie)

$T_{ij} = max(T_{i,j-1}, T_{i-1,j}) + t_{ij}$

Algorytm Johnsona dla 3 maszyn

Algorytm Johnsona dla 2 maszyn można zastosować w problemach 3 maszyn

- poprzez rozwiązanie zagadnienia pomocniczego zawierającego 2 maszyny fikcyjne, o czasach trwania operacji $t_{1j}+t_{2j}$ oraz $t_{2j}+t_{3j}$,
- wtedy jeśli spełniony jest jeden z dwóch warunków:

$$\min_j t_{1j} \geq \max_j t_{2j}, \quad j = 1,2,\ldots, m$$

lub

$$\min_j t_{3j} \geq \max_j t_{2j}, \quad j = 1,2,\ldots, m$$

Z 3 maszyn tworzymy 2 za pomocą transformacji:

$t'_{1j} = t_{1j}+t_{2j}$

$t'_{2j} = t_{2j}+t_{3j}$

Algorytm CDS

Algorytm CDS (Campbella-Dudka-Smitha) do wyznaczenia rozwiązania wykorzystuje algorytm Johnsona.

Metoda polega na utworzeniu pomocniczych problemów dwumaszynowych.

Zadanie pomocnicze o numerze ***r*** konstruuje się wg zależności:

$$M_{1j}^{r} = \sum_{i=1}^{r} t_{ij} \; --> odpowiada \;\; t_{1j}$$

$$M_{2j}^{r} = \sum_{i=n+1-r}^{n} t_{ij}, \quad --> odpowiada \;\; t_{2j}, \quad r = 1,2,.., maszyna - 1, \quad j - zadania$$

Rozwiązując zagadnienia pomocnicze wyznaczamy rozwiązania przybliżone, a następnie wśród nich metodą przeglądu zupełnego, poszukujemy najlepszego rozwiązania.

Przykład realizacji algorytmu Johnsona m=2

	Z1	**Z2**	**Z3**	**Z4**	**Z5**	**Z6**
M1	9	6	8	7	12	3
M2	7	3	5	10	4	7

Uszeregowanie:

	Z6	**Z4**	**Z1**	**Z3**	**Z5**	**Z2**
M1	3	7	9	8	12	6
M2	7	10	7	5	4	3

Terminy zakończenia:

	Z6	**Z4**	**Z1**	**Z3**	**Z5**	**Z2**
M1	3	10	19	27	39	45
M2	10	20	27	32	43	**48**