

# Algorytmy i struktury danych. Jakub Wójcik 179992

Zadanie 1 Inżynieria i analiza danych L8

# Spis treści

1. Temat zadania	2
2. Analiza problemu	2
2.1. Pseudokod:	2
2.2. Złożoność obliczeniowa algorytmu:	3
2.3. Algorytm:	3
2.4. Schemat blokowy	
2.5. Przykładowe wyniki:	9
2.6. Analiza pomiarów czasowych	11
2.7. Ołówkowe sprawdzenie poprawności algorytmu	11
3. Materiały przydatne do stworzenia sprawozdania	11

## 1. Temat zadania

Dla tablicy MxN wypełnionej zerami lub jedynkami, znajdź pole największego prostokąta zbudowanego z jedynek.

Przykład:

## Wejście:

[0, 1, 0, 0, 0] [1, 1, 1, 0, 0] [1, 1, 1, 1, 0] [1, 1, 1, 1, 1] [0, 1, 0, 1, 0]

Wyjście:

9 (Jedynki w wierszach 2-4, kolumnach 1-3)

# 2. Analiza problemu

# 2.1. Pseudokod:

FUNKCJA znajdzNajwiekszyProstokat(macierz): JEŚLI macierz jest pusta: ZWRÓĆ 0

```
wiersze = liczba wierszy w macierzy
kolumny = liczba kolumn w macierzy
maxPole = 0
// Inicjalizacja DP tablicy do przechowywania szerokości jedynek
UTWÓRZ dp[wiersze][kolumny] wypełnioną zerami
DLA każdego wiersza i w kolumnie w macierzy:
JEŚLI macierz[i][j] == 1:
JEŚLI to pierwsza kolumna:
dp[i][i] = 1
W PRZECIWNYM PRZYPADKU:
dp[i][i] = dp[i][i-1] + 1
minSzerokosc = dp[i][j]
// Przejście wstecz w wierszach, aby znaleźć maksymalny prostokąt
DLA każdego k OD i DO 0:
minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j])
wysokosc = i - k + 1
pole = minSzerokosc * wysokosc
JEŚLI pole > maxPole:
maxPole = pole
ZAPISZ współrzędne prostokąta (k, j - minSzerokosc + 1) do (i, j)
ZWRÓĆ maxPole oraz współrzędne prostokata
```

# 2.2. Złożoność obliczeniowa algorytmu:

Iterujemy przez każdą komórkę macierzy w poszukiwaniu jedynek co daje nam złożoność obliczeniową na poziomie O(wiersze\*kolumny). Musimy jednak jeszcze przeszukać wiersze znajdujące się nad przeszukiwanym obecnie wierszem więc złożoność obliczeniowa w najgorszym wypadku gdzie jedynki ciągnęłyby się do samej góry wynosiłaby O(wiersze\*wiersze\*kolumny) gdzie każda z nich jest jakąś liczbą więc złożoność czytelnie jest na poziomie  $O(N^3)$ .

# 2.3. Algorytm:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
#include <iomanip> // Do ustawiania precyzji
using namespace std;

// Funkcja do generowania losowej macierzy 0 i 1
vector<vector<int>> generujLosowaMacierz(int wiersze, int kolumny) {
   vector<vector<int>> macierz(wiersze, vector<int>(kolumny));
   srand(time(0));
   for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
      for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
      macierz[i][j] = rand() % 2; // Losuj 0 lub 1
   }
}</pre>
```

```
}
  return macierz;
}
// Funkcja do wyświetlania macierzy
void wypiszMacierz(const vector<vector<int>>& macierz) {
  for (const auto& wiersz : macierz) {
     for (int komorka : wiersz) {
       cout << komorka << " ";
     }
     cout << endl;
  }
}
// Funkcja obliczająca największe pole prostokąta z jedynek (dynamiczne programowanie)
int znajdzNajwiekszyProstokat(const vector<vector<int>>& macierz, int& najlepszy w1, int&
najlepszy_k1, int& najlepszy_w2, int& najlepszy_k2) {
  if (macierz.empty() || macierz[0].empty()) return 0;
  int wiersze = macierz.size();
  int kolumny = macierz[0].size();
  int maxPole = 0;
  // DP tablica do przechowywania szerokości jedynek dla każdego punktu
  vector<vector<int>> dp(wiersze, vector<int>(kolumny, 0));
  for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
     for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
       if (macierz[i][i] == 1) {
          // Obliczamy szerokość jedynek w bieżącym wierszu
          dp[i][j] = (j == 0 ? 1 : dp[i][j - 1] + 1);
          // Minimalna szerokość w pionie (wysokość prostokąta)
          int minSzerokosc = dp[i][j];
          for (int k = i; k \ge 0; k--) {
            minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j]);
            int wysokosc = i - k + 1;
            int pole = minSzerokosc * wysokosc;
            if (pole > maxPole) {
               maxPole = pole;
               najlepszy_w1 = k;
               najlepszy_k1 = j - minSzerokosc + 1;
               najlepszy w2 = i;
               najlepszy k2 = j;
            }
         }
      }
    }
```

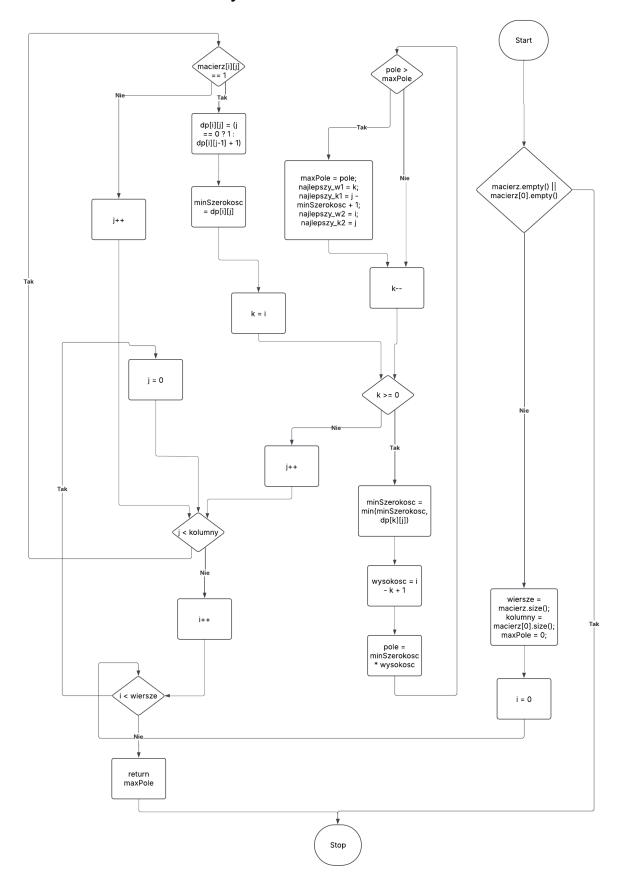
```
return maxPole;
}
// Funkcja do wypisywania wyników
void wypiszWynik(int maxPole, int najlepszy w1, int najlepszy k1, int najlepszy w2, int
najlepszy k2) {
  if(maxPole!=0){
  cout << "Najwieksze pole prostokata: " << maxPole << endl;</pre>
  // Wypisanie wierszy i kolumn tworzących największy prostokąt
  cout << "Jedynki tworzace najwiekszy prostokat znajduja sie w:" << endl;
  cout << "Wiersze: " << (najlepszy w1 + 1) << "-" << (najlepszy w2 + 1) << endl; // Zakres
wierszv
  cout << "Kolumny: " << (najlepszy k1 + 1) << "-" << (najlepszy k2 + 1) << endl; // Zakres
kolumn
}
else cout<<"Utworzona macierz nie posiada jedynek z ktorych mozna obliczyc pole
prostokata"<<endl;}
int main() {
  int wiersze, kolumny;
  cout << "Podaj liczbe wierszy: ";
  cin >> wiersze;
  cout << "Podaj liczbe kolumn: ";
  cin >> kolumny;
  vector<vector<int>> macierz = generujLosowaMacierz(wiersze, kolumny);
  cout << "Wygenerowana macierz:" << endl;
  wypiszMacierz(macierz);
  int najlepszy w1 = 0, najlepszy k1 = 0, najlepszy w2 = 0, najlepszy k2 = 0;
  // Mierzenie czasu wykonania
  clock t start = clock();
  int maxPole = znajdzNajwiekszyProstokat(macierz, najlepszy w1, najlepszy k1,
najlepszy w2, najlepszy k2);
  clock t end = clock();
  wypiszWynik(maxPole, najlepszy_w1, najlepszy_k1, najlepszy_w2, najlepszy_k2);
  // Wypisanie czasu wykonania w milisekundach
  double czas wykonania = (double)(end - start) / CLOCKS PER SEC * 1000.0; // Czas w
milisekundach
  cout << "Czas wykonania programu: " << fixed << setprecision(3) << czas wykonania <<
" ms" << endl;
return 0;}
```

```
1
       #include <iostream>
       #include <vector>
 3
       #include <cstdlib>
       #include <ctime>
       #include <iomanip> // Do ustawiania precyzii
       using namespace std;
     vector<vector<int>>> macierz(wiersze, vector<int>(kolumny));
10
           srand(time(0));
           for (int i = 0; i < wiersze; i++) {</pre>
11
               for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
    macierz[i][j] = rand() % 2; // Losuj 0 lub 1
12
13
14
15
16
           return macierz;
18
       // Funkcia do wyświetlania macierzy
     19
20
22
                   cout << komorka << " ";
23
               cout << endl;
24
25
26
    // Eunkcia obliczająca najwieksze pole prostokatą z jądynak (dynamiczna programowania)

—int znajdzNajwiekszyProstokat(const vector<vector<int>>6 macierz, int6 najlepszy_wl, int6 najlepszy_kl, int6 najlepszy_w2, int6 najlepszy_k2) {
27
28
           if (macierz.empty() || macierz[0].empty()) return 0;
30
           int wiersze = macierz.size();
31
           int kolumny = macierz[0].size();
           int maxPole = 0;
32
       // DP tablica do przechowywania szerokości jedynek dla każdego punktu
33
           vector<vector<int>> dp(wiersze, vector<int>(kolumny, 0));
34
35
           for (int i = 0; i < wiersze; i++) {</pre>
36
               for (int j = 0; j < kolumny; j++) {</pre>
37
38
                   if (macierz[i][j] == 1) {
39
                           Obliczany szerokość iedynek w bieżacym wierszu
                        dp[i][j] = (j == 0 ? 1 : dp[i][j - 1] + 1);
40
41
                        // Minimalna szerokość w pionie (wysokość prostokata)
43
                        int minSzerokosc = dp[i][j];
                        for (int k = i; k >= 0; k--) {
44
45
                            minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j]);
                            int wysokosc = i - k + 1;
                            int pole = minSzerokosc * wysokosc;
if (pole > maxPole) {
47
48
                                maxPole = pole;
49
                                najlepszy_w1 = k;
najlepszy_k1 = j - minSzerokosc + 1;
najlepszy_w2 = i;
51
52
                                najlepszy_k2 = j;
53
54
                 }
55
56
57
59
```

```
59
            return maxPole;
 60
 61
     // Funkcia do wypisywania wyników
 62
      void wypiszWynik(int maxPole, int najlepszy_wl, int najlepszy_kl, int najlepszy_w2, int najlepszy_k2) =
 63
      白
 64
            if(maxPole!=0) {
 65
            cout << "Najwieksze pole prostokata: " << maxPole << endl;</pre>
 66
 67
            // Wypisanie wierszy i kolumn tworzacych najwiekszy prostokat
 68
            cout << "Jedynki tworzace naiwiekszy prostokat znajduja się w:" << endl;</pre>
            cout << "Wiersze: " << (najlepszy_w1 + 1) << "-" << (najlepszy_w2 + 1) << endl; // Zakiss wierszy cout << "Kolumny: " << (najlepszy_k1 + 1) << "-" << (najlepszy_k2 + 1) << endl; // Zakiss kolumny
 69
 70
 71
       else cout<<"Utworzona macierz nie posiada jedynek z ktorych mozna obliczyc pole prostokata"<<endl;}
 72
 73
      int main() {
 74
 75
            int wiersze, kolumny;
            cout << "Podaj liczbe wierszy: ";</pre>
 76
 77
            cin >> wiersze;
 78
            cout << "Podaj liczbe kolumn: ";
 79
            cin >> kolumny;
 80
 81
            vector<vector<int>>> macierz = generujLosowaMacierz(wiersze, kolumny);
 82
 83
            cout << "Wygenerowana macierz:" << endl;</pre>
 84
            wypiszMacierz(macierz);
 85
 86
            int najlepszy wl = 0, najlepszy kl = 0, najlepszy w2 = 0, najlepszy k2 = 0;
 87
        // Mierzenie czasu wykonania
 88
            clock_t start = clock();
 89
 90
            int maxPole = znajdzNajwiekszyProstokat(macierz, najlepszy_w1, najlepszy_k1, najlepszy_w2, najlepszy_k2);
 91
 92
            clock t end = clock();
 93
 94
            wypiszWynik(maxPole, najlepszy_wl, najlepszy_kl, najlepszy_w2, najlepszy_k2);
 95
 96
            // Wypisanie czasu wykonania w milisekundach
 97
            double czas wykonania = (double) (end - start) / CLOCKS_PER_SEC * 1000.0; // Czas w milisekundach
            cout << "Czas wykonania programu: " << fixed << setprecision(3) << czas_wykonania << " ms" << endl;
 98
99
100
        ŀ
101
102
```

# 2.4. Schemat blokowy



## 2.5. Przykładowe wyniki:

```
"C:\Users\Kuba\Desktop\Proj × + ~
Podaj liczbe wierszy: 3
Podaj liczbe kolumn: 3
Wygenerowana macierz:
1 1 0
0 1 0
Najwieksze pole prostokata: 3
Jedynki tworzace najwiekszy prostokat znajduja sie w:
Wiersze: 1-3
Kolumny: 2-2
Czas wykonania programu: 0.000 ms
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.880 s
Press any key to continue.
 "C:\Users\Kuba\Desktop\Proj X
Podaj liczbe wierszy: 5
Podaj liczbe kolumn: 5
 Wygenerowana macierz:
1 1 0 0 1
1 1 0 0 0
1 0 1 0 0
1 0 0 1 0
 11001
Najwieksze pole prostokata: 5
Jedynki tworzace najwiekszy prostokat znajduja sie w:
Wiersze: 1–5
Kolumny: 1-1
Czas wykonania programu: 0.000 ms
Process returned 0 (0x0) execution time : 2.820 s Press any key to continue.
```

#### Macierz 50x50

### Macierz 100x100



#### Macierz 1000x800



# 2.6. Analiza pomiarów czasowych

Tablica 3x3 – 0ms
Tablica 5x5 – 0ms
Tablica 50x50 – 1ms
Tablica 100x100 – 4ms
Tablica 1000x800 – 1102ms

Po wynikach widać, że czas wzrasta dosyć szybko przy czy coraz większych tablicach ale nie przesadnie więc złożoność obliczeniowa jest zgodna z zakładaną.

# 2.7. Ołówkowe sprawdzenie poprawności algorytmu.

Na przykładzie tablicy 3x3 wygenerowanej w przykładzie można sprawdzić poprawność wyniku oraz jak algorytm to policzył. Algorytm najpierw sprawdza wiersz i najdłuższy ciąg jedynek. W pierwszym wierszu sprawdzając znajduje największe pole 2 licząc w prawo [1 2 0]. Po napotkaniu 0 nie dodaje już kolejnej liczby czyli 0 bo nie jest jedynką. Aktualizuje więc największe pole, które teraz równe jest 2. W drugim wierszu licząc wygląda to tak:[0 2 0]. Jest tak, ponieważ w drugim wierszu sprawdza on również ilość jedynek znajdujących się w poprzednich wierszach nad tymi które są ciągiem jedynek w sprawdzanym aktualnie wierszu. Ponieważ największe pole w tym wierszu wynosi tyle samo nie aktualizujemy największego pola. W 3 wierszu krok po kroku wygląda to tak:[0 1 2], [0 2 2], [0 3 2]. W pierwszej iteracji sprawdził cały wiersz a następnie zaczął sprawdzać do góry. Ponieważ w trzeciej kolumnie nad jedynką jest zero i nie wyszło pole równe 4, algorytm w drugiej kolumnie zaczął sprawdzać dalej do góry, aż do pierwszego wiersza gdzie kończy, ponieważ tutaj kończą się wiersze zadanej macierzy. Wychodzi mu po przemnożeniu pole równe 3 czyli do tej pory największe więc aktualizuje największe pole. Ponieważ został sprawdzony ostatni wiersz program zwraca największe znalezione pole czyli w tym wypadku równe 3.

# 3. Materiały przydatne do stworzenia sprawozdania

https://lucid.app/documents#/home?folder\_id=recent

https://www.algorytm.edu.pl/matura-informatyka/zlozonosc-algorytmu

http://marbor.strony.prz.edu.pl/files/AiSD/jak poprawnie rozwiazac zadanie.pdf

https://github.com

https://www.algorytm.edu.pl/matura-informatyka/algorytm/pseudokod