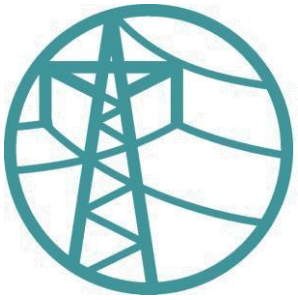


WYDZIAŁ
ELEKTROTECHNIKI
I INFORMATYKI
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Algorytmy i struktury danych.

Jakub Wójcik 179992

Zadanie 1 Inżynieria i analiza danych L8

Spis treści

1. Temat zadania

Dla tablicy MxN wypełnionej zerami lub jedynkami, znajdź pole największego prostokąta zbudowanego z jedynek.

Przykład:

Wejście:

[0, 1, 0, 0, 0]
[1, 1, 1, 0, 0]
[1, 1, 1, 1, 0]
[1, 1, 1, 1, 1]
[0, 1, 0, 1, 0]
Wyjście:
9 (Jedynki w wierszach 2-4, kolumnach 1-3)

2. Analiza problemu

2.1. Pseudokod:

FUNKCJA znajdzNajwiekszyProstokat(macierz):
JEŚLI macierz jest pusta:
ZWRÓĆ 0

```
wiersze = liczba wierszy w macierzy
kolumny = liczba kolumn w macierzy
maxPole = 0
// Inicjalizacja DP tablicy do przechowywania szerokości jedynek
UTWÓRZ dp[wiersze][kolumny] wypełnioną zerami

DLA każdego wiersza i w kolumnie w macierzy:
JEŚLI macierz[i][j] == 1:
JEŚLI to pierwsza kolumna:
dp[i][j] = 1
W PRZECIWNYM PRZYPADKU:
dp[i][j] = dp[i][j-1] + 1
minSzerokosc = dp[i][j]
// Przejście wstecz w wierszach, aby znaleźć maksymalny prostokąt
DLA każdego k OD i DO 0:
 minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j])
wysokosc = i - k + 1
pole = minSzerokosc * wysokosc
JEŚLI pole > maxPole:
maxPole = pole
ZAPISZ współrzędne prostokąta (k, j - minSzerokosc + 1) do (i, j)
ZWRÓĆ maxPole oraz współrzędne prostokąta
```

2.2. Złożoność obliczeniowa algorytmu:

Iterujemy przez każdą komórkę macierzy w poszukiwaniu jedynek co daje nam złożoność obliczeniową na poziomie O(wiersze*kolumny). Musimy jednak jeszcze przeszukać wiersze znajdujące się nad przeszukiwanym obecnie wierszem więc złożoność obliczeniowa w najgorszym wypadku gdzie jedynki ciągnęłyby się do samej góry wynosiłaby O(wiersze*wiersze*kolumny) gdzie każda z nich jest jakąś liczbą więc złożoność czytelnie jest na poziomie $\boldsymbol{O(N^3)}$.

2.3. Algorytm:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
#include <iomanip> // Do ustawiania precyzji
using namespace std;

// Funkcja do generowania losowej macierzy 0 i 1
vector<vector<int>> generujLosowaMacierz(int wiersze, int kolumny) {
    vector<vector<int>> macierz(wiersze, vector<int>(kolumny));
    srand(time(0));
    for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
        for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
            macierz[i][j] = rand() % 2; // Losuj 0 lub 1
        }
```

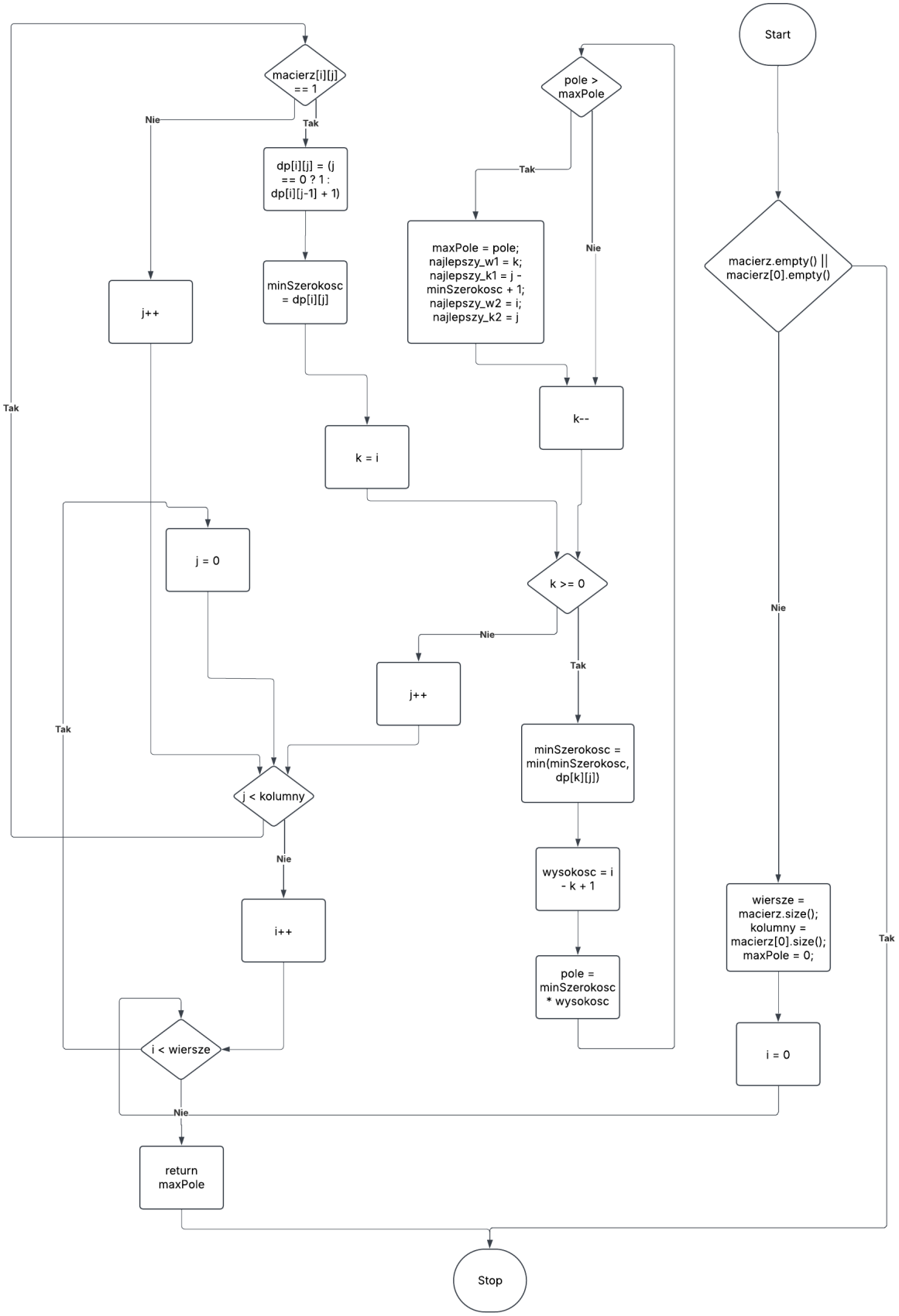
```
    }
    return macierz;
}

// Funkcja do wyświetlania macierzy
void wypiszMacierz(const vector<vector<int>>& macierz) {
    for (const auto& wiersz : macierz) {
        for (int komorka : wiersz) {
            cout << komorka << " ";
        }
        cout << endl;
    }
}

// Funkcja obliczająca największe pole prostokąta z jedynek (dynamiczne programowanie)
int znajdzNajwiekszyProstokat(const vector<vector<int>>& macierz, int& najlepszy_w1, int&
najlepszy_k1, int& najlepszy_w2, int& najlepszy_k2) {
    if (macierz.empty() || macierz[0].empty()) return 0;

    int wiersze = macierz.size();
    int kolumny = macierz[0].size();
    int maxPole = 0;

    // DP tablica do przechowywania szerokości jedynek dla każdego punktu
    vector<vector<int>> dp(wiersze, vector<int>(kolumny, 0));

    for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
        for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
            if (macierz[i][j] == 1) {
                // Obliczamy szerokość jedynek w bieżącym wierszu
                dp[i][j] = (j == 0 ? 1 : dp[i][j - 1] + 1);

                // Minimalna szerokość w pionie (wysokość prostokąta)
                int minSzerokosc = dp[i][j];
                for (int k = i; k >= 0; k--) {
                    minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j]);
                    int wysokosc = i - k + 1;
                    int pole = minSzerokosc * wysokosc;
                    if (pole > maxPole) {
                        maxPole = pole;
                        najlepszy_w1 = k;
                        najlepszy_k1 = j - minSzerokosc + 1;
                        najlepszy_w2 = i;
                        najlepszy_k2 = j;
                    }
                }
            }
        }
    }
```

```
    return maxPole;
}

// Funkcja do wypisywania wyników
void wypiszWynik(int maxPole, int najlepszy_w1, int najlepszy_k1, int najlepszy_w2, int
najlepszy_k2) {
    if(maxPole!=0){
    cout << "Najwieksze pole prostokata: " << maxPole << endl;

    // Wypisanie wierszy i kolumn tworzących największy prostokąt
    cout << "Jedynki tworzace najwiekszy prostokat znajduja sie w:" << endl;
    cout << "Wiersze: " << (najlepszy_w1 + 1) << "-" << (najlepszy_w2 + 1) << endl; // Zakres
wierszy
    cout << "Kolumny: " << (najlepszy_k1 + 1) << "-" << (najlepszy_k2 + 1) << endl; // Zakres
kolumn
}
else cout<<"Utworzona macierz nie posiada jedynek z ktorych mozna obliczyc pole
prostokata"<<endl;}
int main() {
    int wiersze, kolumny;
    cout << "Podaj liczbe wierszy: ";
    cin >> wiersze;
    cout << "Podaj liczbe kolumn: ";
    cin >> kolumny;

    vector<vector<int>> macierz = generujLosowaMacierz(wiersze, kolumny);

    cout << "Wygenerowana macierz:" << endl;
    wypiszMacierz(macierz);

    int najlepszy_w1 = 0, najlepszy_k1 = 0, najlepszy_w2 = 0, najlepszy_k2 = 0;

    // Mierzenie czasu wykonania
    clock_t start = clock();

    int maxPole = znajdzNajwiekszyProstokat(macierz, najlepszy_w1, najlepszy_k1,
najlepszy_w2, najlepszy_k2);

    clock_t end = clock();

    wypiszWynik(maxPole, najlepszy_w1, najlepszy_k1, najlepszy_w2, najlepszy_k2);

    // Wypisanie czasu wykonania w milisekundach
    double czas_wykonania = (double)(end - start) / CLOCKS_PER_SEC * 1000.0; // Czas w
milisekundach
    cout << "Czas wykonania programu: " << fixed << setprecision(3) << czas_wykonania <<
" ms" << endl;
return 0;}
```

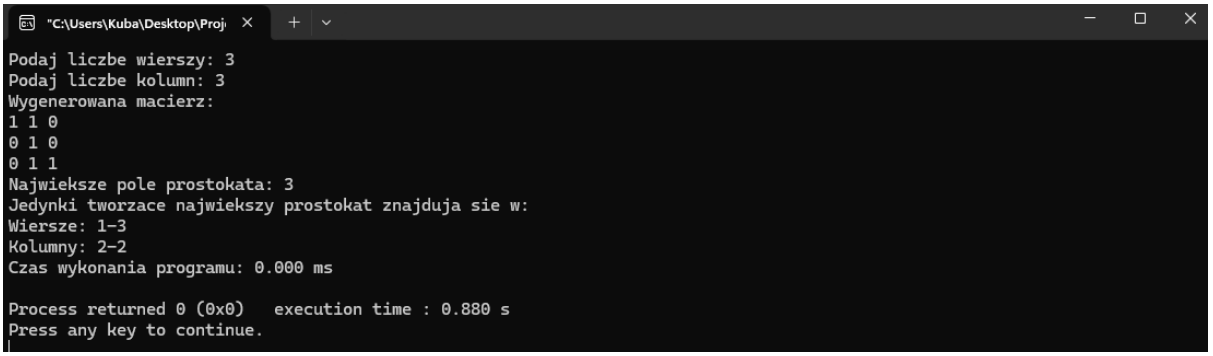
```cpp
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
#include <iomanip> // Do ustawiania precyzji
using namespace std;
// Funkcja do generowania losowej macierzy 0 i 1
vector<vector<int>> generujLosowaMacierz(int wiersze, int kolumny) {
    vector<vector<int>> macierz(wiersze, vector<int>(kolumny));
    srand(time(0));
    for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
        for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
            macierz[i][j] = rand() % 2; // Losuj 0 lub 1
        }
    }
    return macierz;
}
// Funkcja do wyświetlania macierzy
void wypiszMacierz(const vector<vector<int>>& macierz) {
    for (const auto& wiersz : macierz) {
        for (int komorka : wiersz) {
            cout << komorka << " ";
        }
        cout << endl;
    }
}
// Funkcja obliczająca największe pole prostokąta z jedynek (dynamiczne programowanie)
int znajdzNajwiekszyProstokat(const vector<vector<int>>& macierz, int& najlepszy_w1, int& najlepszy_k1, int& najlepszy_w2, int& najlepszy_k2) {
    if (macierz.empty() || macierz[0].empty()) return 0;
    int wiersze = macierz.size();
    int kolumny = macierz[0].size();
    int maxPole = 0;
// DP tablica do przechowywania szerokości jedynek dla każdego punktu
    vector<vector<int>> dp(wiersze, vector<int>(kolumny, 0));

    for (int i = 0; i < wiersze; i++) {
        for (int j = 0; j < kolumny; j++) {
            if (macierz[i][j] == 1) {
                // Obliczamy szerokość jedynek w bieżącym wierszu
                dp[i][j] = (j == 0 ? 1 : dp[i][j - 1] + 1);

                // Minimalna szerokość w pionie (wysokość prostokąta)
                int minSzerokosc = dp[i][j];
                for (int k = i; k >= 0; k--) {
                    minSzerokosc = min(minSzerokosc, dp[k][j]);
                    int wysokosc = i - k + 1;
                    int pole = minSzerokosc * wysokosc;
                    if (pole > maxPole) {
                        maxPole = pole;
                        najlepszy_w1 = k;
                        najlepszy_k1 = j - minSzerokosc + 1;
                        najlepszy_w2 = i;
                        najlepszy_k2 = j;
                    }
                }
            }
        }
    }

```

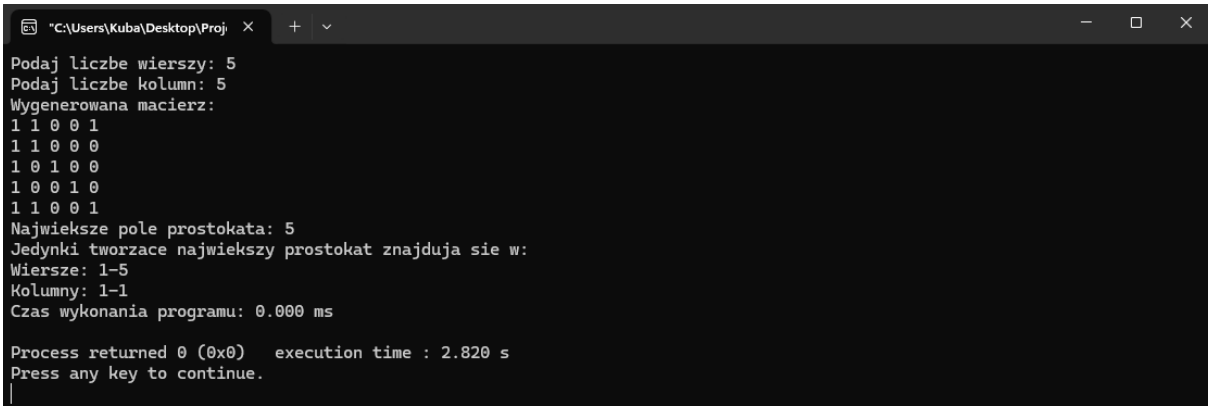
```
    return maxPole;
}
// Funkcja do wypisywania wyników
void wypiszWynik(int maxPole, int najlepszy_w1, int najlepszy_k1, int najlepszy_w2, int najlepszy_k2) {
    if(maxPole!=0){
    cout << "Najwieksze pole prostokata: " << maxPole << endl;

    // Wypisanie wierszy i kolumn tworzacych najwiekszy prostokat
    cout << "Jedynki tworzace najwiekszy prostokat znajduja sie w:" << endl;
    cout << "Wiersze: " << (najlepszy_w1 + 1) << "-" << (najlepszy_w2 + 1) << endl; // Zakres wierszy
    cout << "Kolumny: " << (najlepszy_k1 + 1) << "-" << (najlepszy_k2 + 1) << endl; // Zakres kolumn
}
else cout<<"Utworzona macierz nie posiada jedynek z ktorych mozna obliczyc pole prostokata"<<endl;}

int main() {
    int wiersze, kolumny;
    cout << "Podaj liczbe wierszy: ";
    cin >> wiersze;
    cout << "Podaj liczbe kolumn: ";
    cin >> kolumny;

    vector<vector<int>> macierz = generujLosowaMacierz(wiersze, kolumny);

    cout << "Wygenerowana macierz:" << endl;
    wypiszMacierz(macierz);

    int najlepszy_w1 = 0, najlepszy_k1 = 0, najlepszy_w2 = 0, najlepszy_k2 = 0;
// Mierzenie czasu wykonania
    clock_t start = clock();

    int maxPole = znajdzNajwiekszyProstokat(macierz, najlepszy_w1, najlepszy_k1, najlepszy_w2, najlepszy_k2);

    clock_t end = clock();

    wypiszWynik(maxPole, najlepszy_w1, najlepszy_k1, najlepszy_w2, najlepszy_k2);

    // Wypisanie czasu wykonania w milisekundach
    double czas_wykonania = (double)(end - start) / CLOCKS_PER_SEC * 1000.0; // Czas w milisekundach
    cout << "Czas wykonania programu: " << fixed << setprecision(3) << czas_wykonania << " ms" << endl;

    return 0;
}
```

2.4. Schemat blokowy

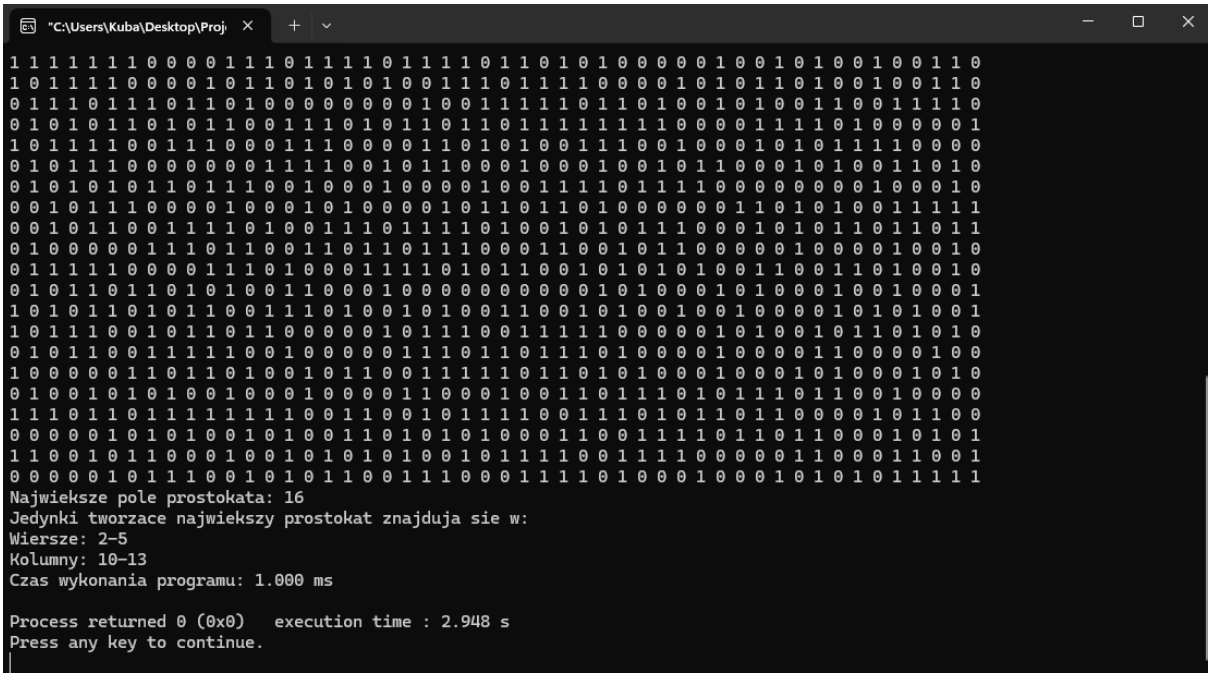


2.5. Przykładowe wyniki:

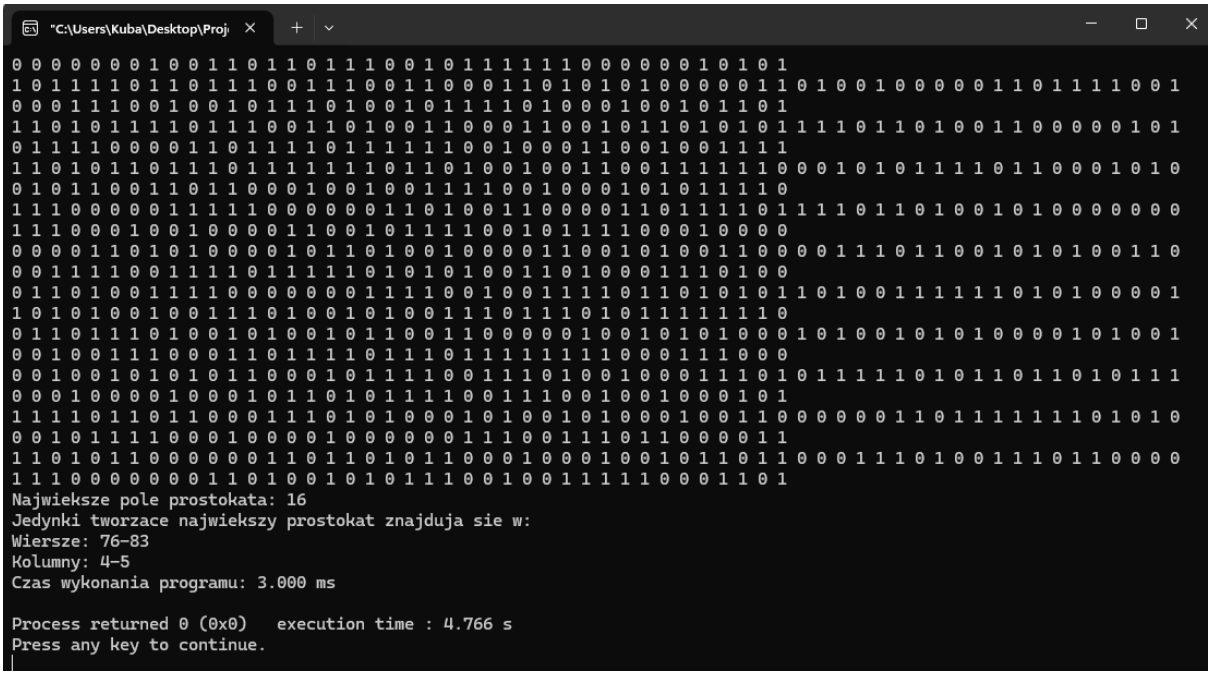




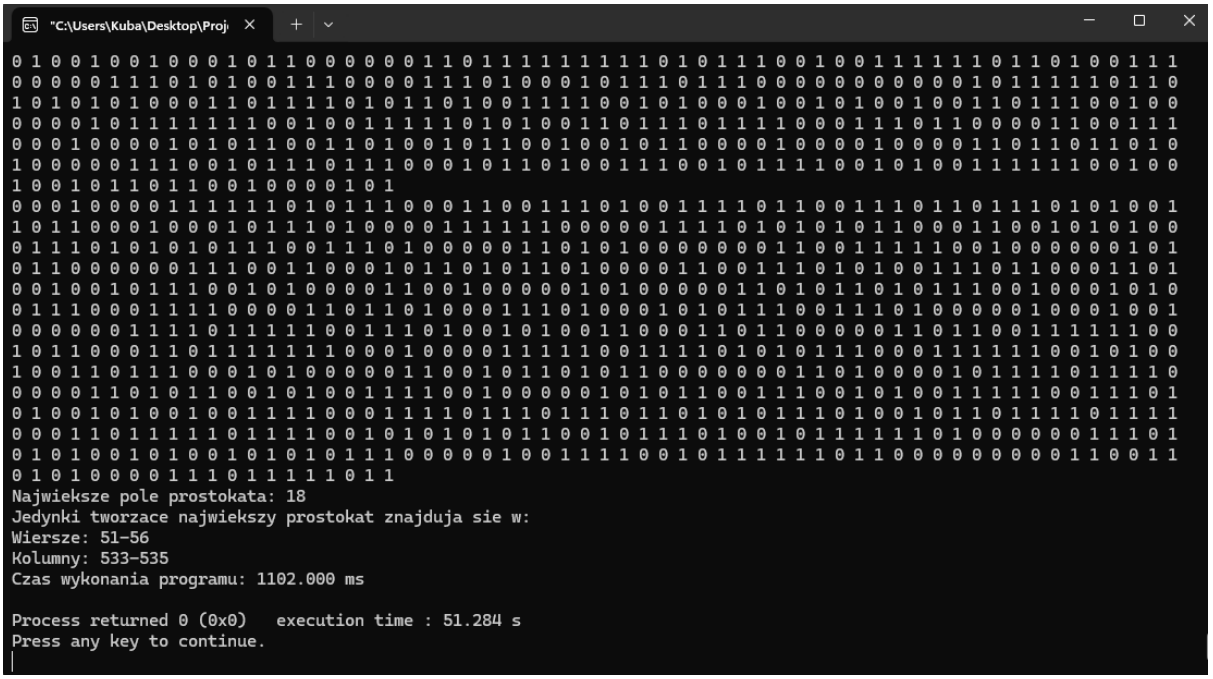
Macierz 50x50



Macierz 100x100



Macierz 1000x800



2.6. Analiza pomiarów czasowych

Tablica 3x3 – 0ms
Tablica 5x5 – 0ms
Tablica 50x50 – 1ms
Tablica 100x100 – 4ms
Tablica 1000x800 – 1102ms
Po wynikach widać, że czas wzrasta dosyć szybko przy czy coraz większych tablicach ale nie przesadnie więc złożoność obliczeniowa jest zgodna z zakładaną.

2.7. Ołówkowe sprawdzenie poprawności algorytmu.

Na przykładzie tablicy 3x3 wygenerowanej w przykładzie można sprawdzić poprawność wyniku oraz jak algorytm to policzył. Algorytm najpierw sprawdza wiersz i najdłuższy ciąg jedynek. W pierwszym wierszu sprawdzając znajduje największe pole 2 licząc w prawo [1 2 0]. Po napotkaniu 0 nie dodaje już kolejnej liczby czyli 0 bo nie jest jedynką. Aktualizuje więc największe pole, które teraz równe jest 2. W drugim wierszu licząc wygląda to tak:[0 2 0]. Jest tak, ponieważ w drugim wierszu sprawdza on również ilość jedynek znajdujących się w poprzednich wierszach nad tymi które są ciągiem jedynek w sprawdzanym aktualnie wierszu. Ponieważ największe pole w tym wierszu wynosi tyle samo nie aktualizujemy największego pola. W 3 wierszu krok po kroku wygląda to tak:[0 1 2], [0 2 2], [0 3 2]. W pierwszej iteracji sprawdził cały wiersz a następnie zaczął sprawdzać do góry. Ponieważ w trzeciej kolumnie nad jedynką jest zero i nie wyszło pole równe 4, algorytm w drugiej kolumnie zaczął sprawdzać dalej do góry, aż do pierwszego wiersza gdzie kończy, ponieważ tutaj kończą się wiersze zadanej macierzy. Wychodzi mu po przemnożeniu pole równe 3 czyli do tej pory największe więc aktualizuje największe pole. Ponieważ został sprawdzony ostatni wiersz program zwraca największe znalezione pole czyli w tym wypadku równe 3.

3. Materiały przydatne do stworzenia sprawozdania

https://lucid.app/documents#/home?folder_id=recent

https://www.algorytm.edu.pl/matura-informatyka/zlozonosc-algorytmu

http://marbor.strony.prz.edu.pl/files/AiSD/jak_poprawnie_rozwiazac_zadanie.pdf

https://github.com

https://www.algorytm.edu.pl/matura-informatyka/algorytm/pseudokod