

METODY DEKOMPOZYCJI KOMÓRKOWEJ

Podejście dekompozycji komórkowej polega na podziale przestrzeni swobodnej na proste obszary, zwane **komórkami** k , $k \subset C_{free}$, o takiej własności, że we wnętrzu (interior) $\text{int}(k_s)$, każdej komórki można łatwo określić ścieżkę τ łączącą dowolne dwie konfiguracje $q_i, q_j \in k_s$.

Następnie można określić i przeszukiwać nieskierowany graf G reprezentujący sąsiedztwo komórek k . Taki graf jest nazywany **grafem spójności**. Jego węzłami są komórki wolnej przestrzeni. Dwa węzły są połączone łukiem, wtedy i tylko wtedy, gdy odpowiadające im komórki sąsiadują ze sobą.

Wynikiem przeszukiwania grafu spójności jest sekwencja komórek zwana **korytarzem**. Na podstawie tej sekwencji komórek można wyliczyć ciągłą ścieżkę swobodną.

Metody dekompozycji komórkowej można podzielić na:

- (a) **metody rzeczywistej dekompozycji komórkowej** – dzielące przestrzeń swobodną na komórki, których kształt odwzorowuje konfigurację ograniczeń przestrzeni swobodnej C_{free} , a ich suma: $\bigcup_i k_i = C_{free}$ daje całą przestrzeń.

Do tej grupy metod należą m.in.:

- dekompozycja trapezoidalna (wertykalna);
- metoda c-komórek;
- metoda maksymalnych obszarów wypukłych,

- (b) **metody przybliżonej dekompozycji komórkowej** – dzielące całą przestrzeń konfiguracyjną C na komórki o z góry ustalonym kształcie (komórki rastra); kształt ten nie zależy kształtu ograniczeń przestrzeni; suma komórek reprezentujących przestrzeń swobodną jest podzbiorem tej przestrzeni

$$\bigcup_i k_i \subset C_{free}.$$

Do tej grupy metod należy dekompozycja „quad tree” (drzewa czwórkowego).

Należy zauważyć, że metody zarówno *rzeczywistej* jak i *przybliżonej* dekompozycji komórkowej transformują pierwotny opis geometryczny otoczenia na graf możliwych korytarzy w tym otoczeniu, który można następnie przeszukiwać dla określenia optymalnej ścieżki.

Natomiast metody **rastrowe**, które stosują podobny podział przestrzeni konfiguracyjnej C na komórki równomiernej siatki, jak w metodzie przybliżonej dekompozycji komórkowej, reprezentują spójność przestrzeni C_{free} i sposób poruszania się robota w każdym jej punkcie (przebieg optymalnej ścieżki) poprzez odpowiednie kodowanie komórek rastra.

Przyjmując, że dysponujemy zarówno właściwymi technikami przeszukiwania grafu, jak i poprawnymi metodami obliczeń numerycznych, metody rzeczywistej dekompozycji komórkowej są zupełne (kompletne) – tj. gwarantują znalezienie ścieżki o ile tylko ona istnieje.

Metody przybliżonej dekompozycji mogą nie być zupełne, jednak dla większości z nich precyzja aproksymacji może być strojona i arbitralnie mała (ze względu na koszt czasu obliczeń), tak, że metody te są nazywane „rozkładowo-zupełne”. Z drugiej strony, z wyjątkiem bardzo prostych przypadków, metody rzeczywiste są pod względem matematycznym bardziej wymagające niż metody przybliżone. Tak więc te ostatnie są łatwiejsze do implementacji.

Wieloboczna dekompozycja wypukła

Algorytmy pozwalające wyodrębnić komórki k przestrzeni swobodnej C_{free} bazują na modelu geometrycznym przestrzeni, w którym przeszkody są reprezentowane za pomocą wieloboków. Przestrzeń swobodna robota $C_{free} = C \setminus CB$ jest ograniczona zewnętrznym również wielobokiem.

Wielobok wypukły jest fragmentem płaszczyzny \mathbf{R}^2 ograniczonym przez odcinki prostych tak, że kąt pomiędzy każdą parą sąsiednich odcinków jest mniejszy od 180° (licząc od wnętrza wieloboku). Dla jednoznaczności pomiędzy przeszkodami wewnętrznymi a otaczającymi obszary ścianami, wierzchołek jest traktowany jako „wypukły”, jeżeli kąt mierzony w przestrzeni swobodnej jest większy od 180° . (Dla ścian zewnętrznych notacja pomiaru jest przeciwna, a dla przeszkód wewnętrznych zgodna z notacją geometryczną.)

Podobnie, **wielościan wypukły** jest regionem przestrzeni \mathbf{R}^3 lub \mathbf{R}^N ograniczonym dwu- wymiarowymi płaszczyznami (lub $N-1$ hiperpłaszczyznami), takimi, że kąt wewnętrzny pomiędzy dwoma sąsiadującymi płaszczyznami jest mniejszy od 180° .

Wypukłe wieloboki i wielościany mają taką właściwość, że każdą parę dowolnie wybranych punktów wewnętrznych można połączyć linią prostą leżącą całkowicie w regionie wewnętrznym. Ta własność powoduje, że wielościany wypukłe są dobrą reprezentacją przestrzeni swobodnej przy planowaniu drogi.

Niestety, dekompozycja na obszary wypukłe nie jest jednoznaczna, dla większości układów wieloboków istnieje wiele możliwych dekompozycji na obszary wypukłe.

Ograniczmy się do przypadku, gdy $C = \mathbf{R}^2$. Dekompozycję przestrzeni C_{free} i związany z nią graf spójności definiujemy następująco.

Def. 1

Wieloboczna dekompozycja wypukła K przestrzeni C_{free} jest skończonym zestawem wieloboków wypukłych, zwanych komórkami k , takich, że wnętrza żadnych dwu komórek nie przecinają się, a suma wszystkich komórek jest równa domknięciu $cl(C_{free})$. Dwie komórki k i $k' \in K$, są przyległe w.i t.w., gdy $k \cap k'$ jest odcinkiem o nie zerowej długości.

Def. 2

Graf spójności G , związany z wieloboczną dekompozycją wypukłą K przestrzeni C_{free} , jest nie skierowanym grafem określonym następująco:

- wężłami grafu są komórki w K ;
- pomiędzy dwoma wężłami w grafie istnieje połączenie w.i t.w., gdy odpowiadające im komórki są do siebie przyległe (posiadają wspólną krawędź).

Rozważmy konfigurację \mathbf{q}_{init} i \mathbf{q}_{goal} w C_{free} . Algorytm rzeczywistej dekompozycji komórkowej planujący ścieżkę swobodną łączącą te dwie konfiguracje przedstawia się następująco:

- przeprowadzić wieloboczną dekompozycją wypukłą K przestrzeni C_{free} ;
- skonstruować graf G wynikający z K ;
- poszukiwać w grafie sekwencji przyległych kolejno do siebie komórek pomiędzy \mathbf{q}_{init} i \mathbf{q}_{goal} ;
- gdy poszukiwanie zakończy się sukcesem podać wygenerowaną sekwencję, w przeciwnym przypadku zgłosić jej brak.

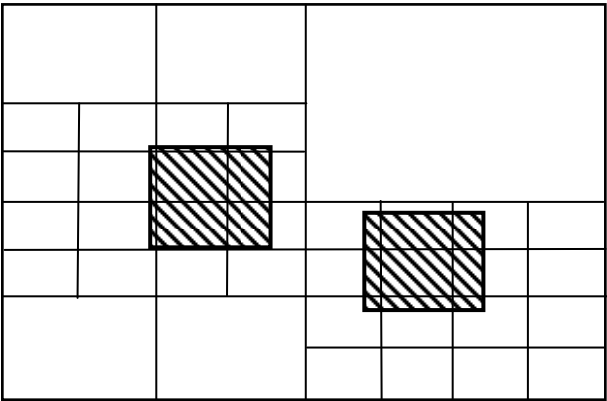
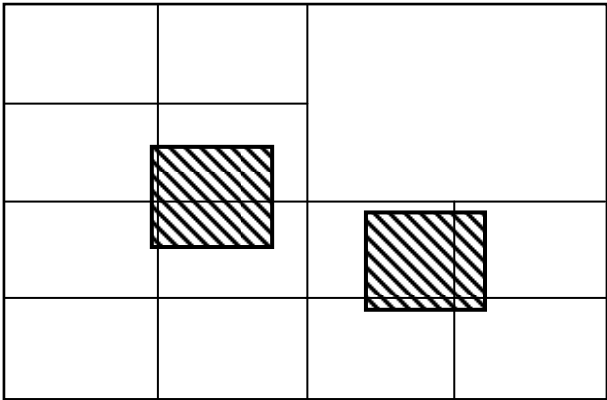
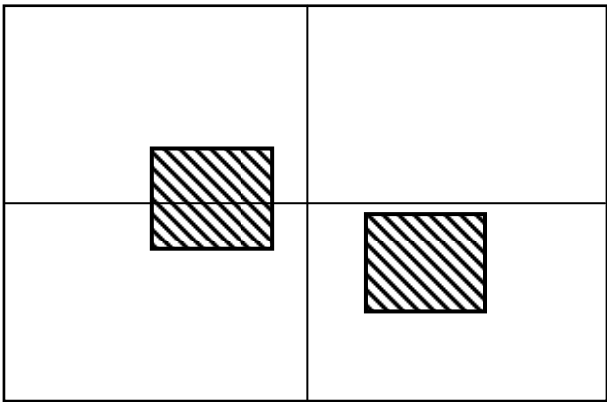
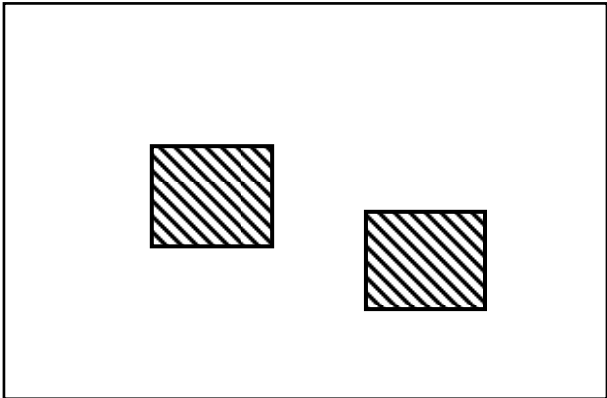
Wyjściem algorytmu jest sekwencja k_1, \dots, k_p komórek taka, że $\mathbf{q}_{\text{init}} \in k_1$, $\mathbf{q}_{\text{goal}} \in k_p$ i dla każdego $j \in [1, p-1]$, k_j i k_{j+1} są przyległe. Ta sekwencja jest nazywana **korytarzem**.

Wnętrze korytarza: $\text{int}\left(\bigcup_{j=1}^p k_j\right)$ - leży całkowicie w przestrzeni swobodnej.

Niech $\beta_j = \partial k_j \cap \partial k_{j+1}$, gdzie ∂k_j (odpowiednio ∂k_{j+1}) oznaczają granice komórki k_j (odpowiednio k_{j+1}). Jeden z prostych sposobów generowania ścieżki swobodnej, zawartej we wnętrzu korytarza otrzymanego w wyniku przeszukiwania grafu G , polega na wyznaczeniu, dla każdego odcinka β_j , punktu środkowego Q_j a następnie połączeniu punktów \mathbf{q}_{init} i \mathbf{q}_{goal} krzywa łamaną, której kolejnymi wierzchołkami są punkty Q_1, \dots, Q_{p-1} . Otrzymaną ścieżkę łamaną można następnie wygładzić przy zastosowaniu odpowiednich technik.

Można udowodnić, że złożoność obliczeniowa optymalnej dekompozycji wypukłej wieloboku o n wierzchołkach wynosi $O(n)$. Niestety obecność „dziur” w wieloboku powoduje, że problem podziału staje się problemem NP- trudnym. Tym nie mniej istnieje szereg efektywnych metod nieoptymalnej dekompozycji wypukłej.

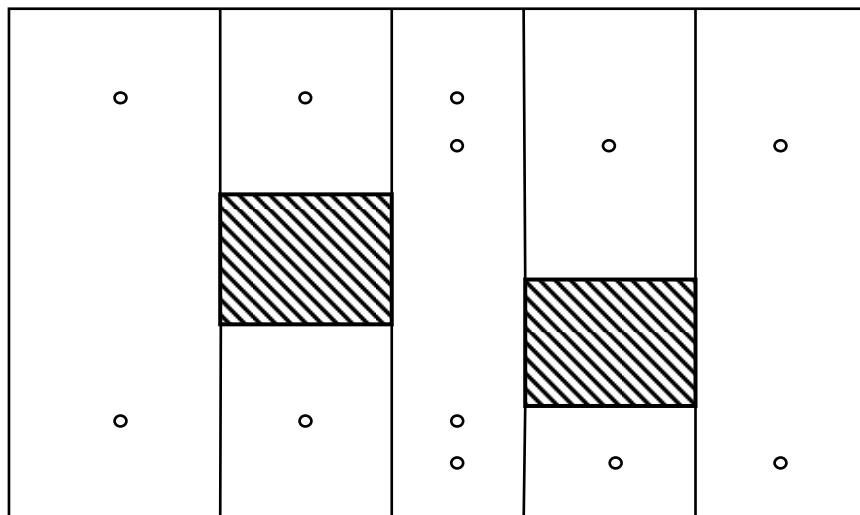
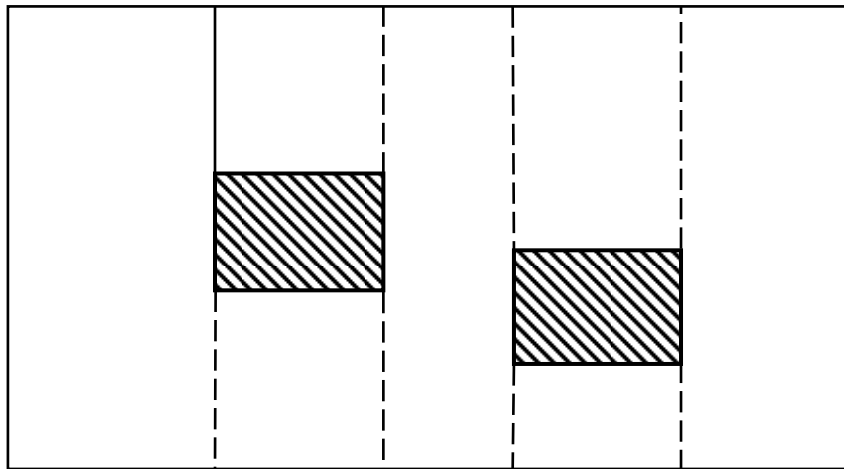
Dekompozycja „quad tree”

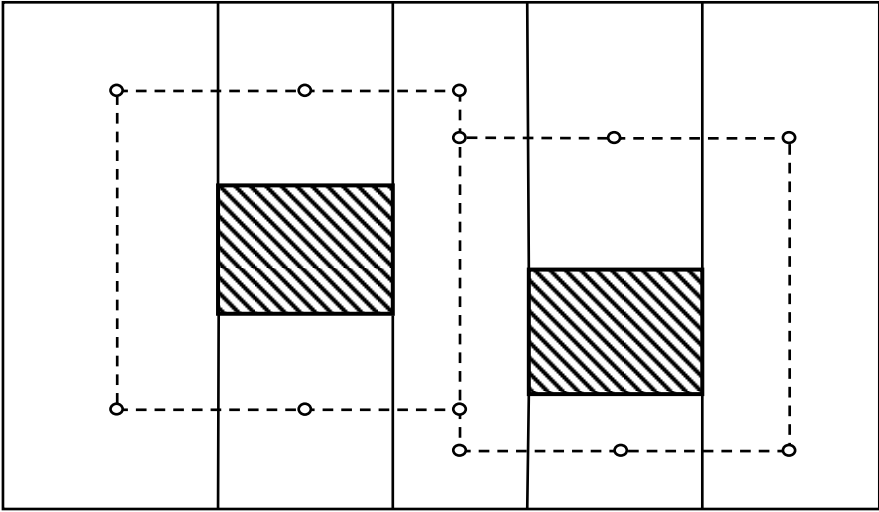


Dekompozycja trapezoidalna

Jednym z najprostszych algorytmów wyznaczania obszarów wypukłych jest metoda dekompozycji wertykalnej zaproponowana przez Chazelle'a (1987). Obszary wypukłe są tworzone przez poprowadzenie krawędzi podziału z każdego wierzchołka obrysu przeszkody wewnętrznej lub ograniczenia obszaru, do najbliższego brzegu przeszkody, równoległe do osi OY.

W ogólnym przypadku krawędzie mogą być prowadzone równoległe do dowolnej, arbitralnie zorientowanej prostej stanowiącej dla nich wspólny kierunek odniesienia.

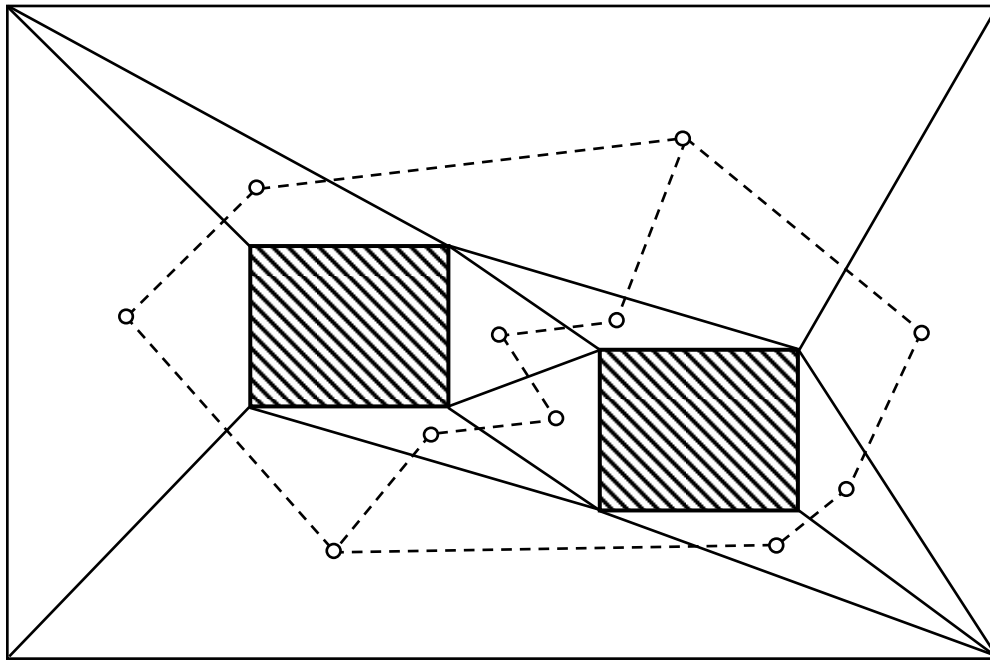




Metoda C- komórek

Chatila (1982) przedstawił metodę planowania ścieżki opartą na podziale znanej mapy terenu na obszary wypukłe zwane C-komórkami.

C-komórki są tworzone przez łączenie kolejnych par wierzchołków (począwszy od położonych najbliżej siebie) odcinkami prostymi, stanowiącymi krawędzie podziału przestrzeni swobodnej i sprawdzanie czy pozostały jeszcze regiony niewypukłe.



Pojawiająca się nadmiarowość podziału wynika z przyjętej kolejności tworzenia nowych krawędzi (wcześniej wprowadzona krawędź może niepotrzebnie rozdzielać większy region wypukły na dwa regiony).

Środki C-komórek stanowią punkty decyzyjne, przez które przechodzi planowana ścieżka. Odpowiadają one węzłom grafu spójności przestrzeni swobodnej.

Metoda C-komórek została wykorzystana do planowania trasy robota Hilare zbudowanego w laboratorium LAAS (Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systems) w Tuluzie.

Laumond (1983) rozwinął tę koncepcję przez wprowadzenie hierarchii C-komórek dla reprezentowania odrębnych pomieszczeń lub większych części znanego obszaru. Ta hierarchia opiera się na wyznaczaniu (przy wykorzystaniu metod z teorii grafów) miejsc rozcięcia grafu spójności. Miejsce rozcięcia jest pojedynczym elementem (krawędzią lub węzłem), przez który przechodzi droga z jednej części grafu do drugiej. Podgrafy izolowane przez miejsca rozcięcia są redukowane do pojedynczych węzłów w grafie wyższego poziomu (miejsca rozcięcia odpowiadają krawędziom w takim grafie).

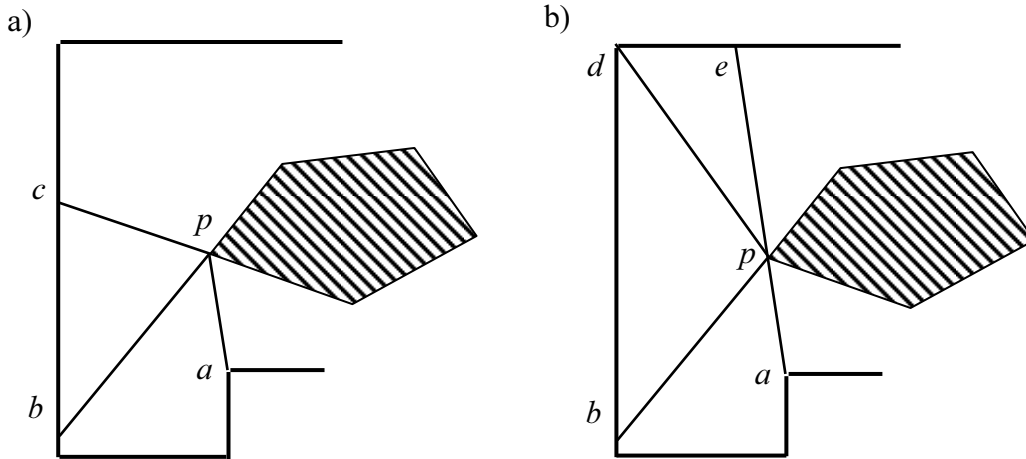
Planowanie ścieżki odbywa się najpierw w grafie wyższego poziomu a następnie w podgrafach niższego poziomu.

Metoda maksymalnych obszarów wypukłych

Crowley (1985) podał algorytm planowania drogi zapewniający podział przestrzeni swobodnej na maksymalne obszary wypukłe. W przyjętym modelu otoczenia zarówno przeszkody wewnętrzne jak i ograniczenie zewnętrzne obszaru (sceny) są wielobokami.

Podział przestrzeni swobodnej jest realizowany w wierzchołkach obrysu ograniczeń, wypukłych względem tej przestrzeni.

W każdym takim wierzchołku są rozpatrywane trzy możliwe krawędzie podziału: dwie utworzone na przedłużeniu krawędzi tworzących rozpatrywany wierzchołek (od wierzchołka do najbliższego brzegu przeszkody wewnętrznej lub obrysu sceny) oraz trzecia oparta na odcinku łączącym ten wierzchołek z najbliższym innym wierzchołkiem obrysu ograniczeń. Z tych trzech odcinków najkrótszy jest wybierany jako krawędź podziału przestrzeni.



Jeżeli nowa krawędź podziału tworzy z jedną z krawędzi rozpatrywanego wierzchołka kąt wypukły (jak na rys. 4a krawędź $\langle p, a \rangle$ z krawędzią tworzącą wierzchołek p), to proces podziału w tym wierzchołku jest powtarzany (rys 4b ilustruje trzy nowe krawędzie podziału $\langle p, b \rangle$, $\langle p, d \rangle$ i $\langle p, e \rangle$).

Podział przestrzeni jest realizowany do wyczerpania wypukłych wierzchołków.

Następnie obrys każdego ‘maksymalnego obszaru wypukłego’ jest pomniejszany o promień obrysu robota (plus czynnik tolerancji). Każdej krawędzi podziału zostaje przyporządkowana para połączonych punktów przejścia (drzwi) położonych po obydwu stronach krawędzi w jej środku. Punkty położone wewnątrz każdego obszaru łączymy ze sobą i otrzymujemy siatkę punktów decyzyjnych.

