PLANOWANIE TRASY ROBOTA MOBILNEGO

Spis treści

- „podstawowy" problem planowania ruchu i jego sprowadzenie do **planowania ścieżki** (trasy geometrycznej);
- ujęcie formalne **przestrzeni konfiguracyjnej** (jako przestrzeni, której punkty opisują możliwe konfiguracje robota, a do której można odwzorować przeszkody); Def. konfiguracji robota i przestrzeni wszystkich konfiguracji *C*; ścieżka w przestrzeni *C*; odwzorowanie przeszkód do przestrzeni *C*; przestrzeń swobodna C_{free} i „Spójny Region C_{free}";
- pojęcie **siatki punktów decyzyjnych**;
- etapy planowania: siatka punktów decyzyjnych- graf- przeszukiwanie grafu- algorytmy heurystyczne szukania A i A* oraz algorytm „wszerz";
- rodzaje ścieżek wynikające z kryteriów optymalności: najkrótsza, bezpieczna, najtańsza energetycznie;
- niepewność pozycji („too near" problem)

Problem Podstawowy planowania ruchu – Planowanie trasy

Jedno z możliwych podejść do rozwiązania zadania sterowania lokomocją robota prowadzi do sterowania opartego na planie.
Planowanie ruchu lokomocyjnego nie jest pojedynczym, dobrze określonym problemem, lecz raczej ***zbiorem wielu różnych problemów*** (wynikających m.in. z własności kinematyki i dynamiki robota oraz interakcji z otaczającymi go stacjonarnymi i ruchomymi obiektami).
Aby ułatwić rozwiązywanie problemu planowania należy z tego zbioru wyodrębnić pewne zagadnienia podstawowe. Można to osiągnąć przez przyjęcie określonych założeń upraszczających.

> Taki uproszczony problem planowania ruchu określamy mianem ***Problemu Podstawowego***.

W podejściu podstawowym przyjmujemy, że:

- robot jest jedynym poruszającym się obiektem w przestrzeni roboczej oraz ignorujemy jego własności dynamiczne (unikając problemów czasowych);
- ograniczamy taki ruch do bezkontaktowego, tak że problemy związane z interakcją mechaniczną pomiędzy dwoma obiektami można pominąć.

Te założenia zmieniają zasadniczo problem planowania „fizycznego" ruchu, na problem planowania czysto ***geometrycznej ścieżki***.
Problem geometryczny można dalej uprościć, zakładając że:

- robot jest pojedynczym, sztywnym obiektem (tj. takim, którego punkty są wzajemnie ustalone), poruszającym się swobodnie (bez ograniczeń kinematycznych), czyli jego ruchy są ograniczone jedynie przez przeszkody.

Wynikający z takich uproszczeń ***Podstawowy Problem Planowania Ruchu*** można postawić następująco:
Niech robot A będzie pojedynczym sztywnym obiektem poruszającym się w Przestrzeni Euklidesowej W, zwanej przestrzenią roboczą, reprezentowanej przez $\boldsymbol{R}^N$, N=2 lub 3.
Niech $B_1,...,B_q$ będą sztywnymi obiektami umiejscowionymi w W, na stałe, stanowiącymi przeszkody dla ruchu robota. Nazywamy je przeszkodami.
Geometria obiektów A, $B_1,...,B_q$ oraz ich lokalizacja w W (za wyjątkiem A) są dokładnie znane. Załóżmy ponadto, że żadne inne ograniczenia nie krępują ruchu A (A jest swobodnie poruszającym się obiektem).

Problem: Mając początkową i końcową pozycję (położenie i orientację) A w W, należy określić ścieżkę τ opisującą ciągłą sekwencję pozycji A unikających kontaktu z przeszkodami B_i , prowadzącą od pozycji początkowej do końcowej, lub zasygnalizować jej brak - gdy taka ścieżka nie istnieje.

Oczywiście Problem Podstawowy jest bardzo uproszczony. Mimo to jest problemem trudnym. Wiele jego rozwiązań daje się rozszerzyć na bardziej szczegółowe problemy.

Co więcej jego rozwiązanie ma praktyczne zastosowania. Np. pewne problemy nawigacji robotów mobilnych można wyrazić realistycznie jako przykłady Problemu Podstawowego.

Pewne aspekty przedstawionej definicji, choć intuicyjnie proste są za mało formalne i muszą zostać sprecyzowane. Np. koncepcja swobodnie poruszającego się obiektu prawdopodobnie nie jest zbyt jasna. Jedno z możliwych formalnych sformułowań problemu jest znane pod nazwą Przestrzeni Konfiguracyjnej.

Przestrzeń Konfiguracyjna

Koncepcja Przestrzeni Konfiguracyjnej polega na reprezentowaniu robota jako punktu w odpowiedniej przestrzeni - właśnie Przestrzeni Konfiguracyjnej Robota - oraz odwzorowaniu przeszkód do tej przestrzeni.
To odwzorowanie transformuje Problem Planowania Ruchu Obiektu Wymiarowego w Problem Planowania Ruchu Punktu. To z kolei powoduje, że ograniczenia ruchu robota stają się bardziej jawne.

Ujęcie formalne Przestrzeni Konfiguracyjnej

Rozważmy Problem Podstawowy. Niech robot $A \subset W$ będzie zwartym (tj. domkniętym i ograniczonym) podzbiorem przestrzeni roboczej $W = \boldsymbol{R}^N$, N= 2 lub 3, a także niech przeszkody $B_1,\dots,B_q \subset W$ będą domkniętymi podzbiorami W.
Dodatkowo niech F_A i F_W będą kartezjańskimi układami współrzędnych odniesienia, związanymi odpowiednio z A i W.
F_A jest układem ruchomym a F_W ustalonym.
Z definicji, ponieważ A jest ciałem sztywnym, każdy punkt $a \in A$ ma stałą pozycję w F_A. Natomiast pozycja a w W zależy od położenia i orientacji F_A względem F_W.
Ponieważ $B_1,\dots, B_q$ są zarówno sztywne jak i ustalone w W, każdy punkt danej przeszkody B_i ma ustaloną pozycję w F_W.

Konfiguracja obiektu jest ***specyfikacją pozycji wszystkich punktów*** tego obiektu w ustalonym (zafiksowanym) układzie odniesienia. Stąd, **konfiguracja q** obiektu A jest specyfikacją pozycji (położenia τ i orientacji θ) układu F_A w F_W.
Podzbiór W zajmowany przez A w konfiguracji $\mathbf{q}$ oznaczmy $A(\mathbf{q})$. Podobnie punkt a ciała A w konfiguracji $\mathbf{q}$ oznaczmy $a(\mathbf{q})$ w W.

Przestrzeń konfiguracyjna C robota A jest to przestrzeń $C = \{\mathbf{q}\}$ wszystkich konfiguracji $\mathbf{q}$ obiektu A. (a nie przestrzeń W zajmowana przez robota w możliwych konfiguracjach $\mathbf{q}$)

Konfigurację można opisać listą parametrów rzeczywistych. Np. pozycję τ można opisać wektorem o N współrzędnych początku układu F_A w F_W. Orientację θ można opisać jako macierz $N \times N$, której kolumny są składnikami, w F_W, wektorów jednostkowych wzdłuż osi F_A. Wtedy, $\mathbf{q}=(\tau,\theta)$ jest jednoznacznie reprezentowana listą $N(N+1)$ parametrów.
Ta reprezentacja jest oczywiście nadmiarowa, gdyż macierz opisująca θ musi mieć ortonormalną kolumnę i wyznacznik +1. Stąd C jest jedynie podzbiorem $\boldsymbol{R}^{N(N+1)}$.

Można pokusić się o opis θ za pomocą listy parametrów o minimalnej liczności, tj. jednego kąta ϑ dla N=2 (np. kąt pomiędzy osiami x układów F_W i F_A) lub 3-kątów ϕ, ϑ, ψ gdy N=3 (np. kątów Eulera). Jednak taki minimalny opis nie jest injektywny (jednoznaczny) tj. tą samą konfigurację opisują różne wartości kątów (np. różniące się o wielokrotność 2π).

Opis konfiguracji jako listy m-niezależnych parametrów, z m=3 (gdy N=2) lub m=6 (gdy N=3) odpowiada reprezentacji C jako $\boldsymbol{R}^m$.
Jednak, choć C jest lokalne „jak" $\boldsymbol{R}^m$, to globalnie jest różna. To oznacza, że C można zdekomponować na skończony zestaw p (p>1) odrobinę zachodzących na siebie płatów (łat), z których każdy jest reprezentowany jako kopia $\boldsymbol{R}^m$ (zwana kartą lub mapą - **chart**). Tak więc, konfiguracja może być reprezentowana lokalnie jako nie nadmiarowa lista m rzeczywistych parametrów, jednak konieczne jest pewne zarządzanie przełączaniem pomiędzy reprezentacjami, gdy konfiguracja robota przemieszcza się z jednego płatu na drugi. Liczbę m nazywamy wymiarem C.

Zapis formalny ścieżki

Ścieżką τ obiektu A od konfiguracji $\mathbf{q}_{init}$ do $\mathbf{q}_{goal}$ jest odwzorowanie ciągłe

$$\tau : [0,1] \to C$$

przy czym: $\tau(0) = \mathbf{q}_{init}$, $\tau(1) = \mathbf{q}_{goal}$.

Ciągłość ścieżki wymaga, aby $\cdot s_0 \in [0,1]$: $\lim_{s \to s_0} \max_{a \in A} \| a(\tau(s)) - a(\tau(s_0)) \| = 0$,

przy: $s \in [0,1]$,
gdzie $\| x-x' \|$ oznacza dystans Euklidesowy dwu punktów x, $x' \in \boldsymbol{R}^N$.

Powiedzenie, że A jest „swobodnie przemieszczającym się obiektem" oznacza, że przy braku przeszkód, każda zdefiniowana w powyższy sposób ścieżka jest realizowalna.

Przeszkody w przestrzeni konfiguracyjnej

Teraz chcemy scharakteryzować zbiór ścieżek stanowiących rozwiązanie Problemu Podstawowego, gdy w przestrzeni roboczej znajdują się przeszkody. W tym celu odwzorujemy przeszkody do przestrzeni konfiguracyjnej C, i rozważymy podzbiór tej przestrzeni utworzony z konfiguracji wolnych od kontaktu z tymi przeszkodami.

Każda przeszkoda B_i z przestrzeni roboczej W, jest odwzorowana w C w region CB_i
zwany ***C-przeszkodą***: $B_i \to \quad CB_i = \{q \in C \,/\, A(q) \cap B_i \neq 0\}$

Połączenie wszystkich C-przeszkód: $\bigcup_{i=1}^{q} CB_i$, - daje ***obszar zabroniony***.

Natomiast zbiór:

$$C_{free} = C \setminus \bigcup_{i=1}^{q} CB_i = \{q \in C \,/\, A(q) \cap (\bigcup_{i=1}^{q} B_i) = \varnothing\},$$

jest nazywany ***przestrzenią swobodną***.

Każda konfiguracja w C_{free} jest nazywana ***konfiguracją swobodną***.

Ścieżka swobodna pomiędzy dwoma swobodnymi konfiguracjami $\mathbf{q}_{init}$ i $\mathbf{q}_{goal}$ jest odwzorowaniem ciągłym $\tau : [0,1] \to C_{free}$, przy czym $\tau(0)=\mathbf{q}_{init}$ i $\tau(1)=\mathbf{q}_{goal}$.

Dwie konfiguracje należą do tego samego ***spójnego składnika*** C_{free} witw., gdy są one połączone przez ścieżkę swobodną (spójny, przejezdny region W – generuje spójny składnik C_{free}).

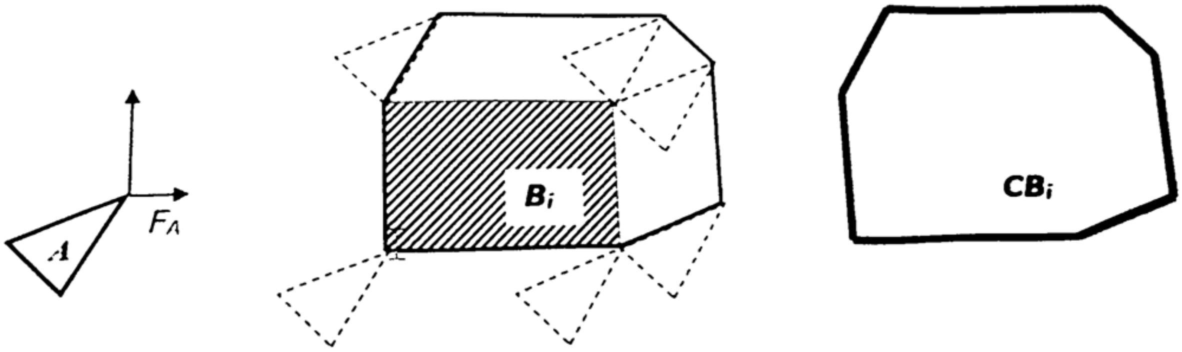
Mając konfigurację *początkową* i *końcową*, *Podstawowy Problem Planowania* polega na wygenerowaniu *ścieżki swobodnej* pomiędzy tymi dwoma konfiguracjami o ile należą one do tego samego *spójnego składnika* C_{free} lub też zasygnalizowaniu braku przejścia.

Wiele metod planowania generuje raczej „nie-w-pełni swobodne" ścieżki. Taka ścieżka jest odwzorowaniem ciągłym $\tau : [0,1] \rightarrow cl(C_{free})$, gdzie $cl(C_{free})$ oznacza domknięcie (closure) C_{free}. Robot może dotykać przeszkód. Przy prostym założeniu każdą nie-w-pełni swobodną ścieżkę τ można przetransformować w ścieżk swobodną dowolnie bliską τ.

Przypadek translacyjny

Gdy A jest pojedynczym punktem, bez sensu jest mówić o jego orientacji. Wtedy, tak jak przestrzeń robocza W, przestrzeń konfiguracji dla A jest kopią $\boldsymbol{R}^N$, a więc jest przestrzenią Euklidesową. C-przeszkody są identyczne z przeszkodami w W.

Gdy A jest dyskiem lub, gdy jest obiektem o określonych rozmiarach zdolnym do swobodnej translacji (tj. początek F_A może poruszać się po dowolnej ścieżce w W) bez rotowania (tzn. F_A ma ustaloną orientację względem F_W), to przestrzeń konfiguracyjna C jest także $\boldsymbol{R}^N$. W tym przypadku C-przeszkody są przeszkodami rozszerzonymi o kształt A, jak to pokazuje rysunek.



Siatka punktów decyzyjnych

Każdą rozpoznawalną pozycję robota w W, reprezentowaną przez $\mathbf{q}=(\tau, \theta)$ w C_{free}, można traktować jako stan (reprezentowany przez $\mathbf{q}$). Z pośród tych stanów wybieramy takie, dla których istnieje prosty sposób określenia działania prowadzącego do osiągnięcia sąsiedniego stanu: $\mathbf{q}'_i \xrightarrow{y} \mathbf{q}'_k$, $\mathbf{q}'_i, \mathbf{q}'_k \in S'$, gdzie: y - działanie, S'- zbiór wyróżnionych stanów spójnego regionu C_{free}.

Wyróżnione stany $\mathbf{q}'$ określamy mianem ***punktów decyzyjnych***.

Dla potrzeb planowania trasy, ze zbioru wszystkich punktów decyzyjnych wybieramy najmniejszą liczbę punktów, które wyznaczają dozwolony sposób poruszania się w otoczeniu.

Przestrzenny układ tak wybranych stanów określamy mianem ***siatki punktów decyzyjnych*** i oznaczamy przez S^*.

Wiedza reprezentowana siatką punktów decyzyjnych S^*, może być wyrażona ***zbiorem reguł postępowania*** (R) lub jawnie ***grafem*** (G), którego wierzchołki odpowiadają wyróżnionym stanom $\mathbf{q}^* \in S^*$, a krawędzie działaniom $y \in Y$ (prowadzącym do osiągnięcia sąsiedniego stanu).

Planowanie trasy

Planowanie trasy polega zasadniczo na:

a) wygenerowaniu reprezentacji siatki S^* punktów decyzyjnych;
b) poszukiwaniu w oparciu o tą reprezentację ciągu przemieszczeń (działań) przeprowadzających robota z punktu $\mathbf{q}_{init}$ do punktu $\mathbf{q}_{goal}$, spełniającego przyjęte kryterium jakości ścieżki.

W większości przypadków najtrudniejszym problemem w procesie planowania jest dobór punktów decyzyjnych. Niektóre metody planowania generują bezpośrednio graf G.

Planowanie trasy przy wykorzystaniu grafu opiera się na algorytmach przeszukiwania grafów. Gdy jest dostępna ***heurystyczna funkcja kosztu*** ścieżki, algorytm przeszukiwania przyjmuje postać ***algorytmu A*** (Nilsona). Gdy heurystyczna funkcja kosztu ścieżki jest zawsze mniejsza od kosztu rzeczywistego, algorytm A gwarantuje ***optymalną ścieżkę*** ($A \rightarrow A^*$).
Przy planowaniu drogi – jako rzeczywisty koszt ścieżki można przyjąć sumę odległości wszystkich kolejnych punktów decyzyjnych na tej drodze. Natomiast jako heurystyczną funkcję kosztu przyjąć dystans Euklidesowy do celu. Wartość takiej funkcji jest zawsze mniejsza (lub równa) długości ścieżki, a więc zapewni heurystykę niezbędną dla istnienia algorytmu A^*.
Gdy brak oszacowania heurystycznego dla algorytmu A^*, algorytm przeszukiwan przyjmuje formę przeszukiwania „wszerz". Efektywnym algorytmem o nisk złożoności jest w tym przypadku ***algorytm Dijkstry***.

Kryteria jakości ścieżki

Istnieją trzy podstawowe koncepcje planowania geometrycznej trasy robota:

- planowanie ścieżki o najkrótszej drodze;
- planowanie ścieżki najbardziej bezpiecznej;
- planowanie ścieżki najtańszej energetycznie.

Koncepcja najkrótszej drogi wymaga prowadzenia ścieżki w pobliżu przeszkód, co na etapie realizacji działania, ze względu na niepewność pozycji robota, może prowadzić do konfliktu z przeszkodą. (Problem zbyt małej odległości - „too near" problem).

Koncepcja drogi bezpiecznej wymaga prowadzenia ścieżki z dala od przeszkód, najczęściej środkiem wolnej przestrzeni, co przy dużych odległościach pomiędzy przeszkodami nadmiernie wydłuża trasę. (Problem zbyt dużej odległości – („too far" problem.)

Koncepcja drogi optymalnej energetycznie prowadzi do ścieżki gładkiej, która może dodatkowo uwzględniać niepewność pozycji robota w pobliżu przeszkód. Jednak nakłady obliczeniowe są tu z reguły większe.

Charakterystyka metod planowania ścieżki

Istnieje duża różnorodność metod planowania ścieżki. Większość z nich transformuje pierwotny, geometryczny opis otoczenia na inną abstrakcyjną formę reprezentacji wiedzy, bardziej dogodną dla przyjętej koncepcji poszukiwania ścieżki.
Ze względu na sposób reprezentacji wiedzy o otoczeniu można wyróżnić pięć grup metod planowania:

- metody mapy dróg;
- metody dekompozycji komórkowej;
- metody rastrowe;
- metody pól potencjałów;
- metody wektorowe.

Pierwsze dwie grupy metod opierają się na transformacji geometrycznego opisu otoczenia na graf połączeń określający sieć możliwych dróg a następnie poszukiwaniu w takiej sieci najlepszego połączenia.
Operują opisami wysokiego poziomu, których struktura zależy bezpośrednio od konfiguracji przeszkód i natury otoczenia (wierzchołki grafu odpowiadają punktom decyzyjnym a krawędzie możliwym ruchom robota).

Podejście mapy dróg polega na uchwyceniu i odwzorowaniu spójności przestrzeni swobodnej za pomocą sieci 1-wymiarowych krzywych, zwanej ***mapą dróg R***, $R \subseteq C_{free}$. Planowanie ścieżki sprowadza się do połączenia konfiguracji początkowej $\mathbf{q}_{init}$ i końcowej $\mathbf{q}_{goal}$ z R i poszukiwaniu ścieżki w R. Do tej grupy metod należą m.in.:

- metoda grafu widzialności;
- metoda diagramu Voronoi'a;
- metoda uogólnionych cylindrów.

Podejście dekompozycji komórkowej polega na podziale przestrzeni swobodnej na regiony wypukłe, zwane ***komórkami K***, $K \subset C_{free}$, wewnątrz których ścieżka τ łącząca dwie dowolne konfiguracje $\mathbf{q}_i$, $\mathbf{q}_j \in K_i$ jest odcinkiem prostej. Sąsiedztwo komórek (K_i, K_j) opisuje graf spójności, w którym wierzchołki połączone krawędzią reprezentują sąsiednie komórki. Kształt komórek odwzorowuje rzeczywisty kształt fragmentów przestrzeni swobodnej C_{free}, a ich suma: $\bigcup_i K_i = C_{free}$ daje całą przestrzeń. Do tej grupy metod należą:

- metoda *c*-komórek;
- metoda maksymalnych obszarów wypukłych.

W przeciwieństwie do metod mapy dróg oraz dekompozycji komórkowej, ***metody rastrowe*** stosują podział całej przestrzeni konfiguracyjnej C na komórki równomiernej siatki i poprzez odpowiednie kodowanie tych komórek wyznaczają sposób poruszania się robota w każdym punkcie przestrzeni C_{free}. Komórki te mają z góry ustalony kształt, a suma komórek reprezentujących przestrzeń swobodną jest podzbiorem tej przestrzeni. Struktura mapy rastrowej nie zależy więc od konfiguracji przeszkód i natury otoczenia co powoduje, że jest ona stosunkowo mało wrażliwa na niepewność informacji o otoczeniu podczas transformacji pierwotnego opisu otoczenia na postać siatki, a ponadto umożliwia także proste modelowanie tej niepewności. Do tej grupy metod należą m.in.:

- metoda transformaty odległości;
- metoda transformaty drogi;
- metoda sztucznych pól potencjalnych.

Metody wektorowe nie wymagają transformacji pierwotnego opisu otoczenia, gdyż korzystają bezpośrednio z geometrycznego modelu sceny, w którym przeszkody są opisane za pomocą zorientowanych wieloboków. Do tej grupy metod należy m.in.:

- metoda prawej ręki;
- metoda labiryntowa.