

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 4

Całkowanie numeryczne

5 czerwca 2024

Literatura

- *Wykład 4*: materiały na *Teams*

Przydatne funkcje (Matlab)

- `trapez`, `meshgrid`, `cumtrapz`
- `integral`, `integral2`, `integral3`
- `quad`, `quadgk`, `quadl`, `dblquad`

Przydatne funkcje (Python)

- `scipy.integrate`
- `quad`, `dblquad`, `tplquad`
- `trapezoid`, `simps`, `romberg`

Funkcje

1. $f_1(x) = e^{-x^2}(\ln x)^2$
2. $f_2(x) = \frac{1}{x^3 - 2x - 5}$
3. $f_3(x) = x^5 e^{-x} \sin x$
4. $f_4(x, y) = \frac{1}{(\sqrt{x+y})(1+x+y)}$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1 - x$
5. $f_5(x, y) = x^2 + y^2$, $-3 \leq x \leq 3$, $-5 \leq y \leq 5$

Zadanie 1 Próbki prędkości i przebyta droga

Napisz funkcję, która przyjmuje dwa wektory o równej długości:

- wektor prędkości chwilowych mierzonych prędkościomierzem (w km/h),
- wektor czasu (w sekundach),

a następnie oblicza przebytą drogę (w km) korzystając z metody trapezów (`cumtrapz`, `trapezoid`). Przedstaw przykładowe wyniki obliczeń za pomocą wykresów.

Zadanie 2 Złożona kwadratura Simpsona

Napisz funkcję, która przyjmuje dwa wektory o równej długości:

- wektor x - węzły równoodległe
- wektor y - wartości funkcji

a następnie oblicza wartość całki oznaczonej korzystając ze złożonej kwadratury Simpsona. Porównaj dokładność zaimplementowanej kwadratury z wybraną kwadraturą adaptacyjną dla przykładowych funkcji i przedziałów całkowania.

Zadanie 3 Oznaczone całki podwójne

1. Oblicz wartość oznaczonej całki podwójnej dla funkcji $f_4(x, y)$ i podanych granic całkowania (`integral2`, `dblquad`)
2. Oblicz wartość oznaczonej całki podwójnej dla funkcji $f_5(x, y)$ wykorzystując dwukrotnie metodę trapezów. Jak zmienia się dokładność względem liczby punktów siatki 2D? Przy jakim rozmiarze siatki dokładność jest podobna do dokładności uzyskanej za pomocą metody adaptacyjnej (`integral2`, `dblquad`)?

Przykładowe problemy

- Obliczanie powierzchni konturu zamkniętego (np. dłoni)
- Indoor Positioning System based on Gyroscope and Accelerometer