Autómatas Celulares Off-Lattice

Simulación de bandadas de agentes autopropulsados

Juan Bautista Albertoni Salini — 64189
Santiago Devesa — 64223
Junior Rambau — 64461

(72.25) Simulación de Sistemas — ITBA

Septiembre 2026

Contenidos

Introducción / Sistema Real

Implementación

Simulaciones

Resultados

Desempeño del CIM

Conclusiones

Introducción / Sistema Real

Sistema

- Partículas autopropulsadas a rapidez constante en una caja periódica
- Interacción local dentro de r_c: Vicsek (promedio) o Votante (copia)
- El ruido η controla la transición entre orden colectivo y desorden

Modelo matemático: vecindad y regla de Vicsek

Conjunto de vecinos

$$\mathcal{N}_i(t) = \{j : |\mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_i(t)| < r_c\} \cup \{i\}$$

Dirección promedio (Vicsek)

$$\bar{\theta}_i(t) = \operatorname{atan2}\left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i(t)} \sin\theta_j(t), \sum_{j \in \mathcal{N}_i(t)} \cos\theta_j(t) \right)$$

Modelo matemático: regla de votante y actualización

Regla de votante

$$\bar{\theta}_i(t) = \theta_j(t), \qquad j \sim \mathcal{U}(\mathcal{N}_i(t))$$

Dirección

$$\theta_i(t+1) = \bar{\theta}_i(t) + \eta\, \xi_i(t)$$

Ruido

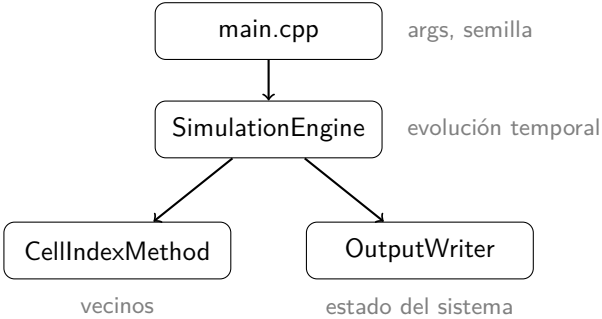
$$\xi_i(t) \sim \mathcal{U}\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

Posición

$$\mathbf{r}_i(t+1) = \mathbf{r}_i(t) + v \begin{pmatrix} \cos\theta_i(t+1) \\ \sin\theta_i(t+1) \end{pmatrix}$$

Implementación

Arquitectura del código



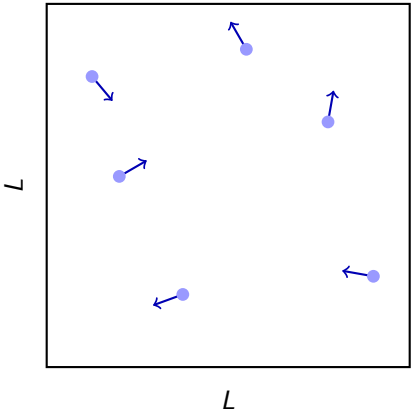
Método del Índice Celular (CIM)

- Grilla $M \times M$, celdas de tamaño $\geq r_c$
- Listas enlazadas con arreglos planos (cache-friendly)
- Solo se inspeccionan 9 celdas vecinas $\Rightarrow$ búsqueda en $\mathcal{O}(N)$
- Contornos periódicos con envoltura modular

Simulaciones

Geometría del sistema

- Caja cuadrada $L \times L$, $L = 1 \times 10^1\ \mathrm{m}$
- Contornos periódicos (topología toroidal)
- Radio de interacción $r_c = 1\ \mathrm{m}$
- Velocidad constante $v = 3 \times 10^{-2}\ \mathrm{m/s}$
- Paso temporal $\Delta t = 1\ \mathrm{s}$



Parámetros del estudio

Parámetro	Valores	Descripción
η (Estándar)	0; 0.25; ...; 5	21 valores
η (Votante)	0; 0.05; ...; 1	21 valores
ρ (densidad)	2; 4; 8 m^{-2}	Pedidas por el enunciado
ρ (baja)	$1/\pi$; $1/2\pi$; $1/3\pi$ m^{-2}	Régimen diluido
$N = \rho L^2$	1×10^1 a 8×10^2	Partículas
L	1×10^1 m	Fijo
r_c	1 m	Fijo
v	3×10^{-2} $\mathrm{m/s}$	Fijo
Pasos	3×10^4	Por corrida
Repeticiones	1	Semilla fija

Con una sola realización, la barra de error es la fluctuación temporal del observable dentro del estacionario.

Observables: polarización

Polarización

$$v_a(t) = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \begin{pmatrix} \cos\theta_i(t) \\ \sin\theta_i(t) \end{pmatrix} \right|$$

Promedio estacionario

$$\langle v_a \rangle = \frac{1}{t_{\text{fin}} - t_{\text{ini}} + 1} \sum_{t=t_{\text{ini}}}^{t_{\text{fin}}} v_a(t)$$

Observables: cluster más grande

Fracción del cluster más grande

$$S(t) = \frac{N_{\text{cluster}}(t)}{N}$$

Promedio estacionario

$$\langle S \rangle = \frac{1}{t_{\text{fin}} - t_{\text{ini}} + 1} \sum_{t=t_{\text{ini}}}^{t_{\text{fin}}} S(t)$$

Resultados

Animación — Estándar

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

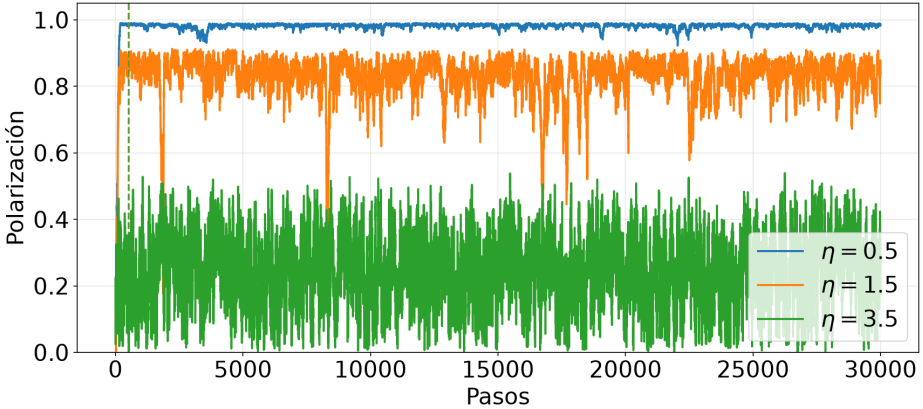
$\eta = 3.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización vs tiempo — Estándar

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$



Animación — Votante

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.05$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

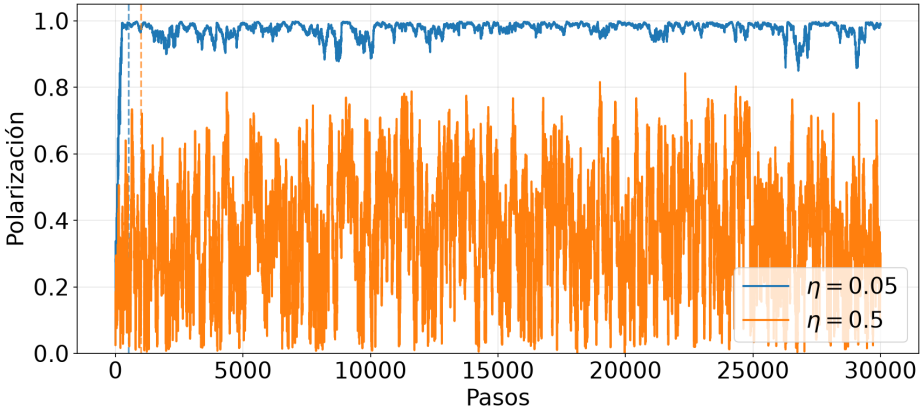
$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

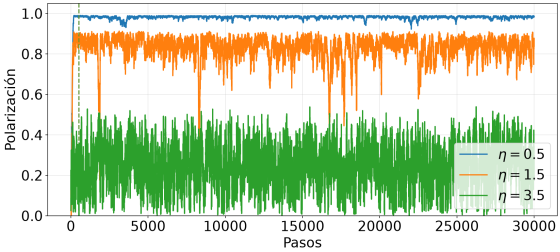
Polarización vs tiempo — Votante

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$

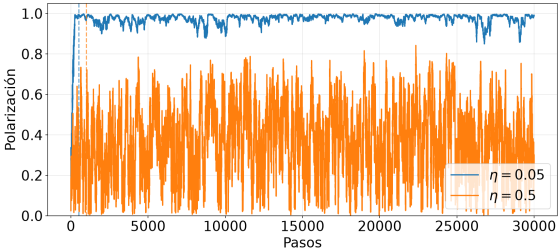


Comparación Estándar vs Votante — $v_a(t)$

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\rho = 4\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

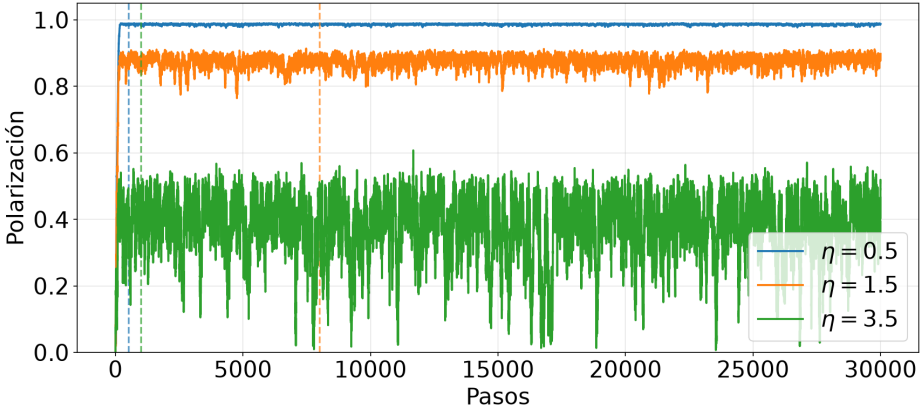
$\eta = 3.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización vs tiempo — Estándar

$\rho = 4\ \mathrm{m}^{-2}$



Animación — Votante

$\rho = 4\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.05$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

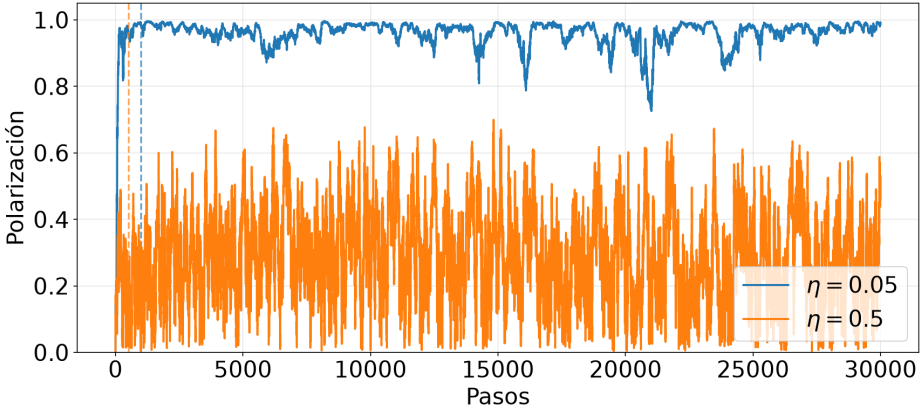
$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

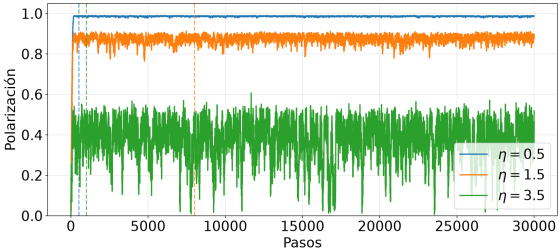
Polarización vs tiempo — Votante

$\rho = 4\ \mathrm{m}^{-2}$

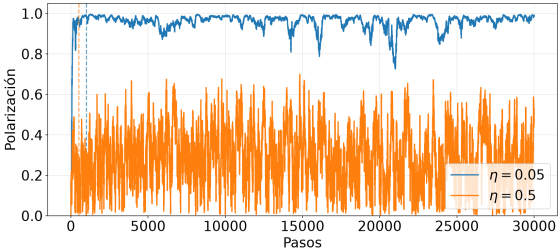


Comparación Estándar vs Votante — $v_a(t)$

$\rho = 4\ \mathrm{m}^{-2}$



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\rho = 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

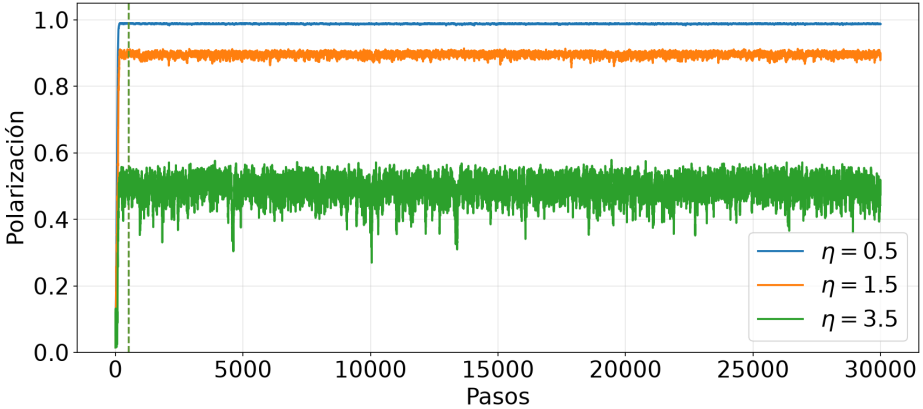
$\eta = 3.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización vs tiempo — Estándar

$\rho = 8\ \mathrm{m}^{-2}$



Animación — Votante

$\rho = 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.05$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

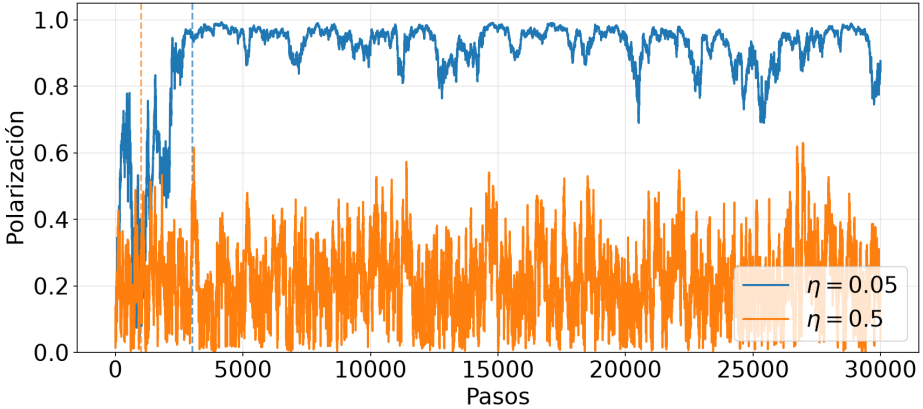
$\eta = 0.5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

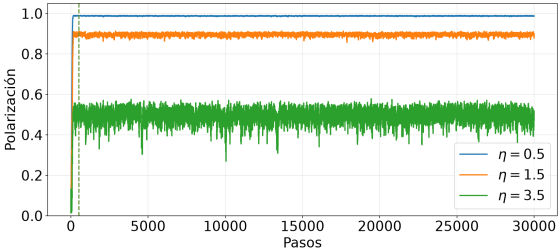
Polarización vs tiempo — Votante

$\rho = 8\ \mathrm{m}^{-2}$

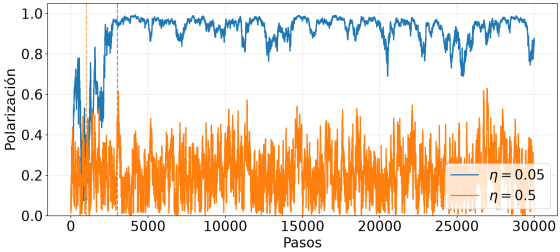


Comparación Estándar vs Votante — $v_a(t)$

$\rho = 8\ \mathrm{m}^{-2}$



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\rho = 2;\ 4;\ 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0$

Fotograma del video

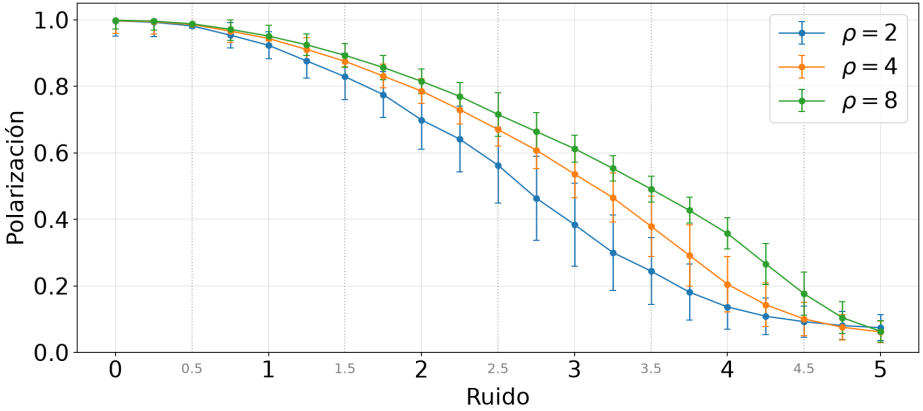
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización media vs ruido — Estándar



Animación — Votante

$\rho = 2;\ 4;\ 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0$

Fotograma del video

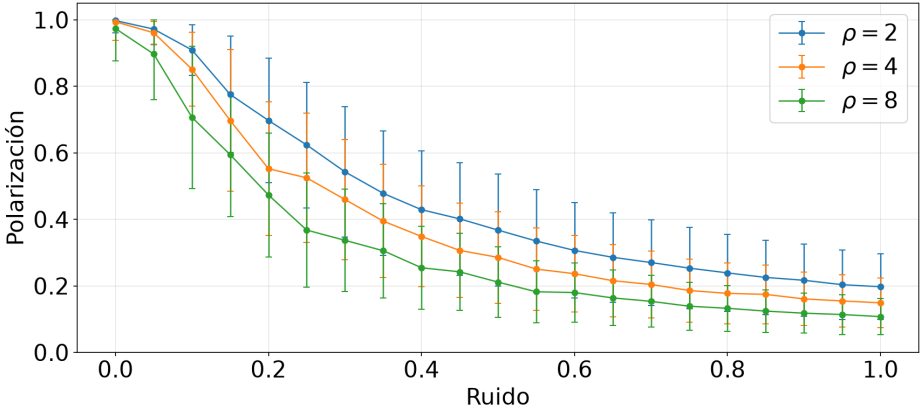
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 1$

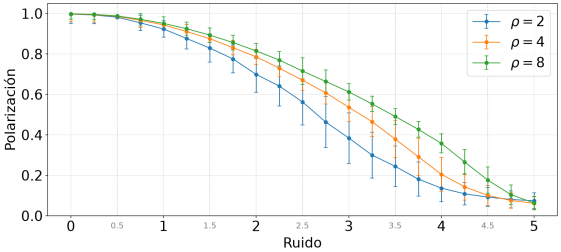
Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

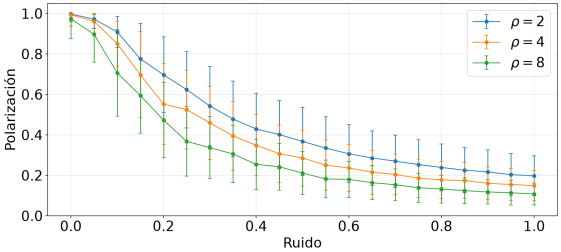
Polarización media vs ruido — Votante



Comparación Estándar vs Votante — $\langle v_a \rangle$ vs η



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\eta = 0$

Fotograma del video

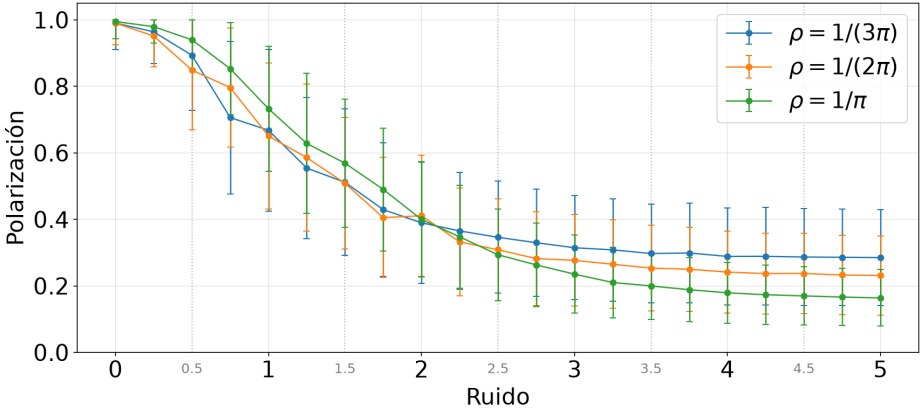
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización media vs ruido — Estándar



Animación — Votante

$\eta = 0$

Fotograma del video

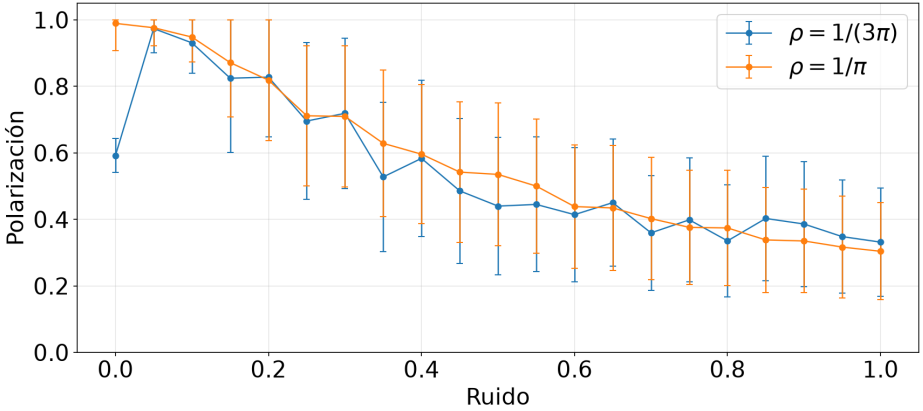
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 1$

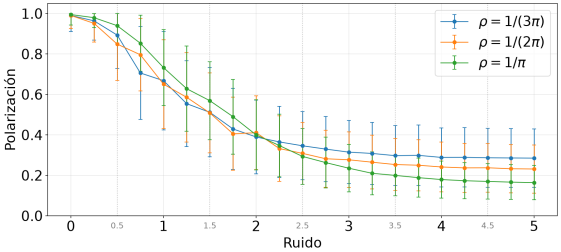
Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

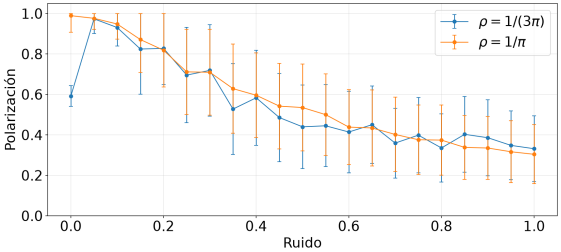
Polarización media vs ruido — Votante



Comparación Estándar vs Votante — $\langle v_a \rangle$ vs η



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\eta = 0.5$

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

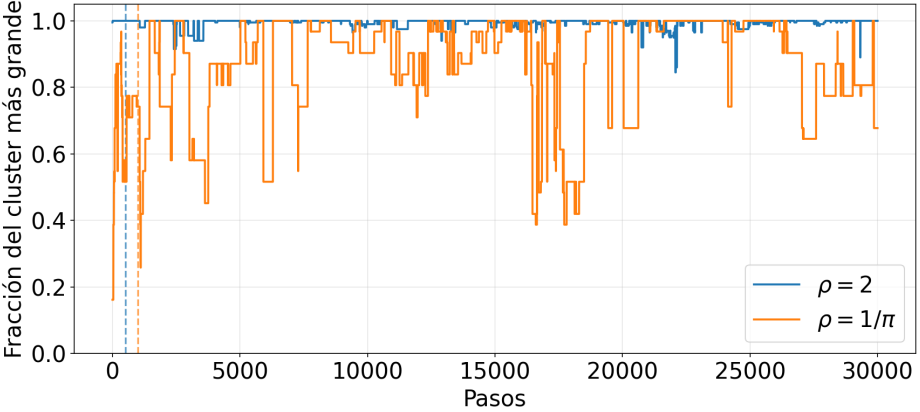
$\rho = 1/\pi\ \mathrm{m}^{-2}$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Cluster más grande vs tiempo — Estándar

$\eta = 0.5$



Animación — Votante

$\eta = 0.1$

$\rho = 2\ \mathrm{m}^{-2}$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

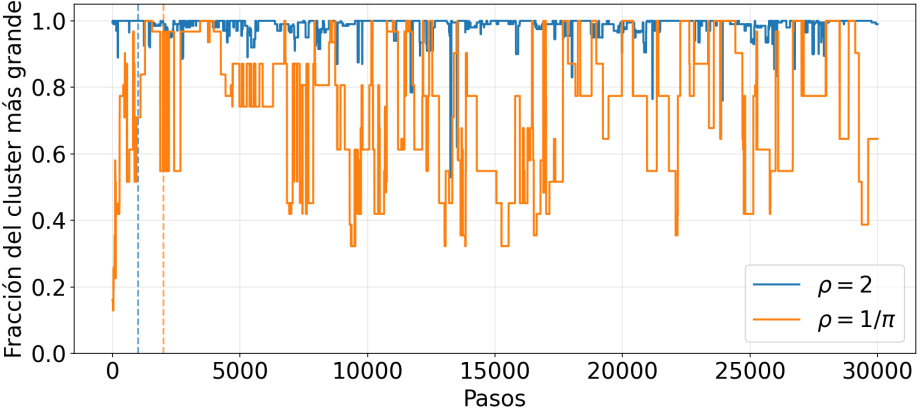
$\rho = 1/\pi\ \mathrm{m}^{-2}$

Fotograma del video

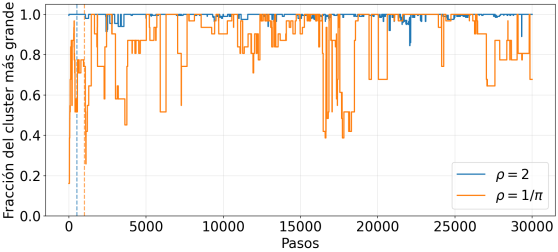
Video: https://youtu.be/XXXXX

Cluster más grande vs tiempo — Votante

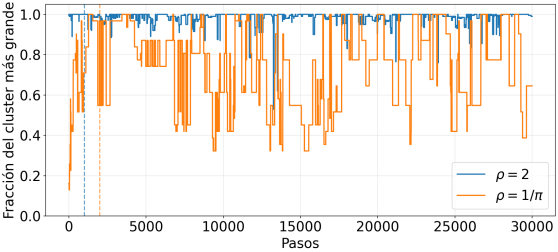
$\eta = 0.1$



Comparación Estándar vs Votante — $S(t)$



Estándar ($\eta = 0.5$)



Votante ($\eta = 0.1$)

Animación — Estándar

$\rho = 2$ y $1/\pi\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0$

Fotograma del video

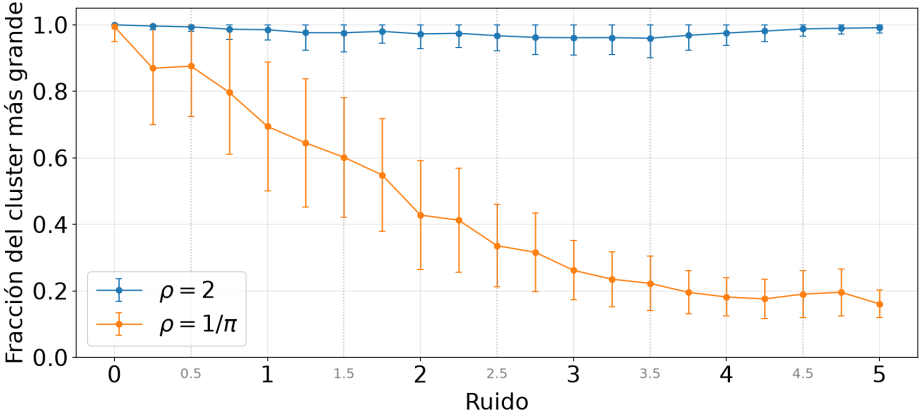
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Cluster más grande vs ruido — Estándar



Animación — Votante

$\rho = 2$ y $1/\pi\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0$

Fotograma del video

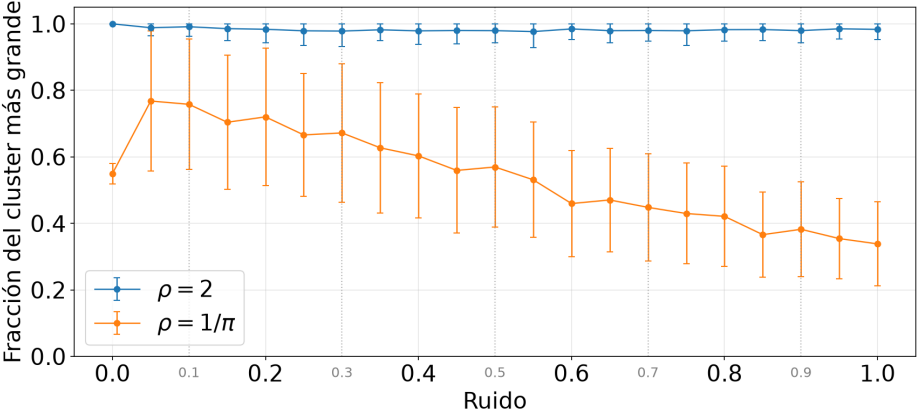
Video: https://youtu.be/XXXXX

$\eta = 1$

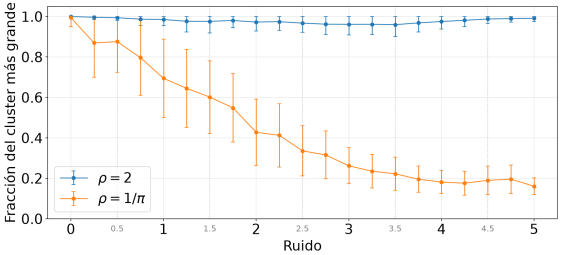
Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

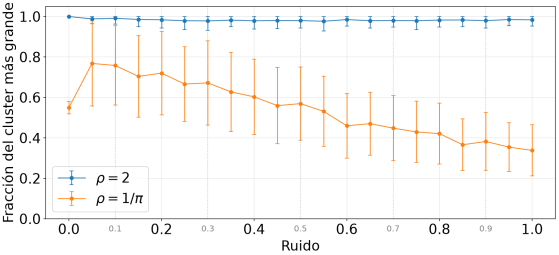
Cluster más grande vs ruido — Votante



Comparación Estándar vs Votante — $\langle S \rangle$ vs η



Estándar



Votante

Animación — Estándar

$\rho = 1/(3\pi);\ 1/\pi;\ 2;\ 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

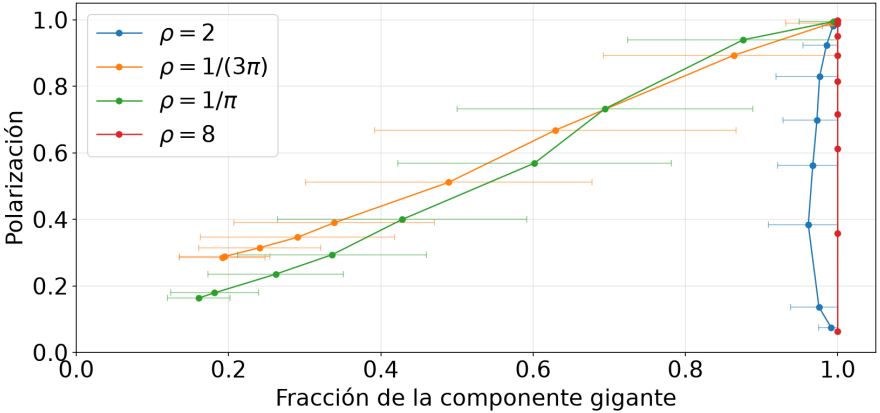
$\eta = 5$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización vs componente gigante — Estándar

9 valores de η entre 0 y 5



Animación — Votante

$\rho = 1/(3\pi);\ 1/\pi;\ 2;\ 8\ \mathrm{m}^{-2}$

$\eta = 0.05$

Fotograma del video

Video: https://youtu.be/XXXXX

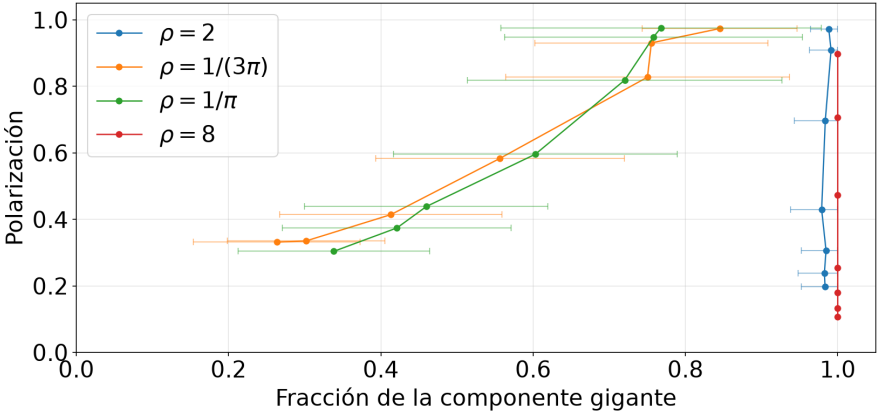
$\eta = 1$

Fotograma del video

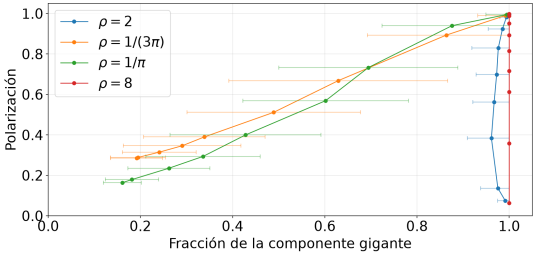
Video: https://youtu.be/XXXXX

Polarización vs componente gigante — Votante

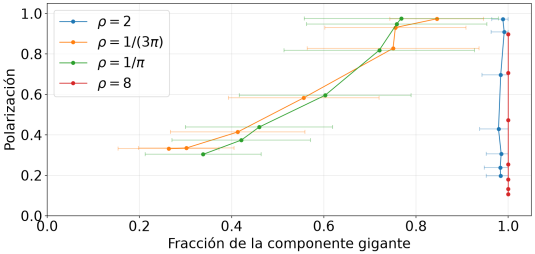
7 valores de η entre 0.05 y 1



Comparación Estándar vs Votante — $\langle v_a \rangle$ vs $\langle S \rangle$



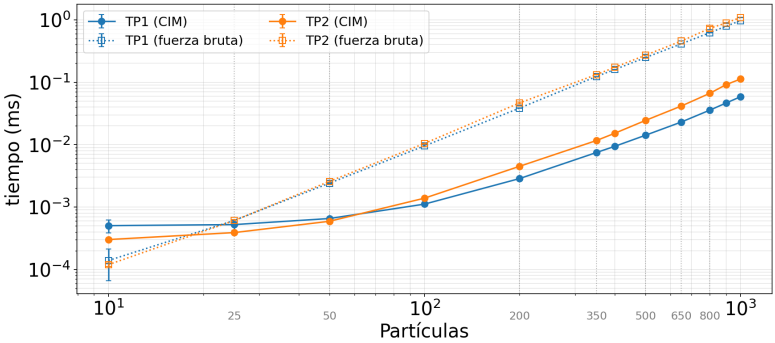
Estándar



Votante

Desempeño del CIM

Tiempos de ejecución del CIM



Condiciones
Igual N, $r_c = 1\ \mathrm{m}$ y contornos periódicos.

TP1
$L = 2 \times 10^1\ \mathrm{m}$
$M = 13$

TP2
$L = 1 \times 10^1\ \mathrm{m}$
$M = 10$

Fuerza bruta
$M = 1$

Conclusiones

Conclusiones

1.
2.
3.
4.
5.

Muchas Gracias

Simulación de Sistemas — ITBA

Septiembre 2026