

Edwin Josué Brenes Cambronero, B51187.

Halle el dominio, los puntos críticos, los extremos locales e intervalos de crecimiento, puntos de inflexión, y analice la concavidad. Haga un bosquejo de la gráfica.

- $f(x) = 2 \operatorname{sen} x + \cos 2x; 0 \leq x \leq 2\pi$
- $f'(x) = 2 \cos x - 2 \operatorname{sen} 2x$
- $f''(x) = -2 \operatorname{sen} x - 4 \cos 2x$

1. Dominio de $f: D_f = [0, 2\pi]$
2. Puntos críticos de f (si $f'(c) = 0$ o $f'(c)$ no existe, entonces $x = c$ es un punto crítico): $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$
3. Extremos locales (con el criterio de la segunda derivada):
en $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}, -3\right)$ f alcanza mínimos relativos.
en $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right)$ y $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{3}{2}\right)$ f alcanza máximos relativos.
4. Intervalos de crecimiento. Para esto se analiza el signo de la primera derivada con una tabla de signos.

	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$f'(x)$	2	+	0	-	0	+	0	-	0	+	2
$f(x)$	1	crece	$\frac{3}{2}$	decrece	1	crece	$\frac{3}{2}$	decrece	-3	crece	1

5. Puntos de inflexión (donde $f''(x) = 0$)

Al despejar la ecuación se obtiene que $\operatorname{sen} x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{-8}$, entonces los puntos de inflexión son los valores de x en $[0, 2\pi]$ que satisfacen esa ecuación. Con ayuda de un software, determiné que

los puntos son: $x = 1.00297, x = \pi - 1.00297, x = \pi + 0.63487, x = 5.64832$

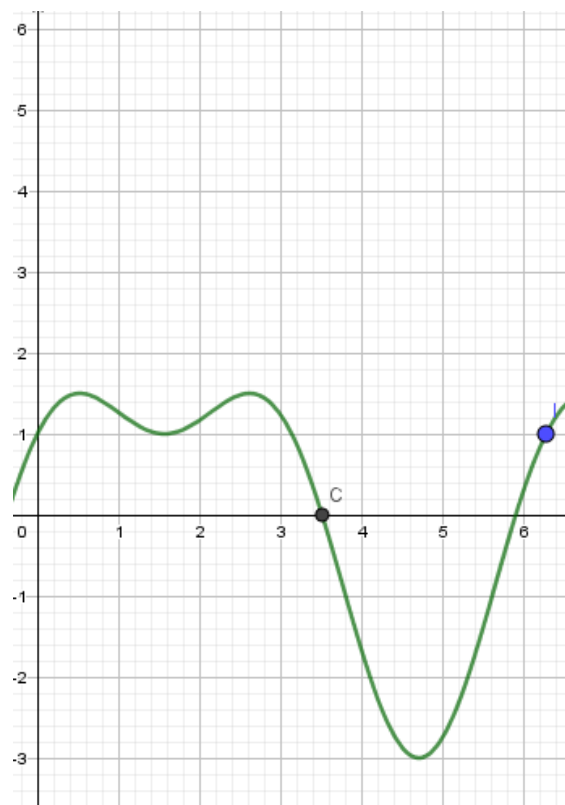
6. Resolviendo las inecuaciones correspondientes de donde la segunda derivada es positiva y negativa se obtiene que:

f es cóncava hacia arriba para $x \in [0, 2\pi]$ en tal que $\sin x \in \left[\frac{-1+\sqrt{33}}{-8}, \frac{-1-\sqrt{33}}{-8} \right[$

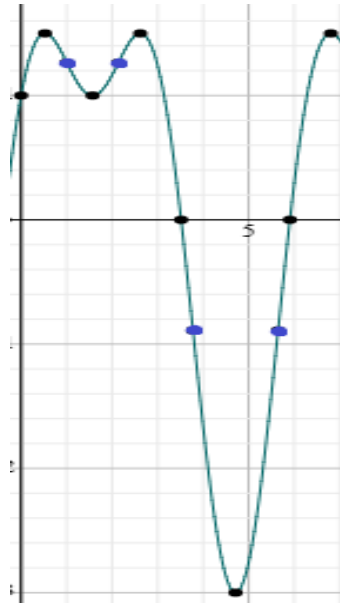
f es cóncava hacia abajo para $x \in [0, 2\pi]$ en tal que $\sin x \in \left] \frac{-1+\sqrt{33}}{-8}, -1 \right[\cup \left] \frac{-1-\sqrt{33}}{-8}, 1 \right[$

7. f interseca al **eje x** en $x = \pi + 0.37473$ y $x = 2\pi - 0.37473$ (determiné la precisión con ayuda de un software).
8. f interseca al **eje y** en $y = 1$
9. La función no posee asíntotas verticales, horizontales ni oblicuas.

Grafica de la función f en $[0, 2\pi]$ (termina en el punto azul)



En esta gráfica se observan los puntos de inflexión de la función f (están en color azul) y, los máximos y mínimos relativos (en negro).



Bosquejo de la función f

