11.14

2023年11月10日 11:37

1. (1) 1. 分割曲边梯形为多个条带状。

2. 近似代替，当分割成足够窄的条带时，将每个小的条带近似代替为矩形。

3. 求和，整个曲边梯形的面积就是每个条带面积的和。

4. 取极限，当分割成足够窄的条带时，求其面积就是取极限的过程

(2) 在求曲边梯形面积的过程中，近似代替的依据是用向前差商来近似代替导数，这就是欧拉算法实现的依据

(3) 在求非匀速直线运动的路程时，所采用的方法与求曲面梯形面积的方法有一个共同点，即都采用了近似代替的方法。在求非匀速直线运动的路程时，我们将曲线分割成多个小的区间，然后将每个小区间近似代替为匀速直线运动，最后将每个小区间的路程相加得到总路程。在求曲面梯形面积时，我们将曲面分割成多个小的条带状，然后将每个小的条带状近似代替为矩形，最后将每个小矩形的面积相加得到总面积

(4) 求曲边梯形面积和非匀速直线运动的路程都可以采用近似代替的方法。在求曲边梯形面积时，我们将曲面分割成多个小的条带状，然后将每个小的条带状近似代替为矩形，最后将每个小矩形的面积相加得到总面积。在求非匀速直线运动的路程时，我们将曲线分割成多个小的区间，然后将每个小区间近似代替为匀速直线运动，最后将每个小区间的路程相加得到总路程。在这两个问题中，近似代替的依据都是用欧拉算法来近似代替导数

(5) 求曲边梯形面积和非匀速直线运动的路程都可以采用近似代替的方法。在求曲边梯形面积时，我们将曲面分割成多个小的条带状，然后将每个小的条带状近似代替为矩形，最后将每个小矩形的面积相加得到总面积。在求非匀速直线运动的路程时，我们将曲线分割成多个小的区间，然后将每个小区间近似代替为匀速直线运动，最后将每个小区间的路程相加得到总路程。在这两个问题中，近似代替的依据都是用欧拉算法来近似代替导数

(6) 无关

(7) 1. 确定被积函数。

2. 确定积分上下限。

3. 求出积分的不定积分。

4. 代入积分上下限，求出定积分的值

(8) 被积函数与x轴围成面积的代数和

(9) 1. 线性性：设函数f(x)和g(x)在区间[a,b]上可积，k1和k2是常数，则函数k1f(x)+k2g(x)在[a,b]上可积，且满足∫[a,b][k1f(x)+k2g(x)]dx=k1∫[a,b]f(x)dx+k2∫[a,b]g(x)dx。

2. 积分中的常数因子可以外提，即∫[a,b]kf(x)dx=k∫[a,b]f(x)dx，k为常数。

3. 定积分的积分区间具有可加性，即∫[a,b]f(x)dx+∫[b,c]f(x)dx=∫[a,c]f(x)dx。

4. 若f(x)在[a,b]上连续，则∫[a,b]f(x)dx存在。

5. 若f(x)在[a,b]上连续，且f(x)≥0，则∫[a,b]f(x)dx≥0。

6. 若f(x)在[a,b]上连续，且f(x)≥g(x)，则∫[a,b]f(x)dx≥∫[a,b]g(x)dx。

7. 若f(x)在[a,b]上连续，则∫[a,b]f(x)dx=limn→∞∑i=1n f(xi)Δx，其中Δx=(b−a)/n，xi=a+iΔx。

8. 若f(x)在[a,b]上连续，则∫[a,b]f(x)dx=∫[a,c]f(x)dx+∫[c,b]f(x)dx，其中c∈(a,b)。

9. 若f(x)在[a,b]上连续，则∫[a,b]f(x)dx=∫[a,b]f(a+b−x)dx。

10. 若f(x)在[a,b]上连续，则∫[a,b]f(x)dx=∫[a,b]f(a+b−t)dt。

(10) 积分中值定理是微积分学中的一个重要定理，它描述了一个函数在某个区间上的平均值。设函数f(x)在区间[a,b]上连续，则存在一点c∈[a,b]，使得f(c)等于f(x)在[a,b]上的平均值，即f(c)=1/(b-a)∫[a,b]f(x)dx

2. $S = \frac{1}{2}(a+b)(b-a) = \frac{b^2-a^2}{2}$

3. $\sigma = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n}\left[(2i-1)\frac{5}{2n}-1\right]\cdot\frac{[4-(-1)]}{n}$

$= \frac{5}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(2i-1)\frac{5}{2n}-1\right]$

$$= \frac{5}{n}\sum_{i=1}\left[(2i-1)\frac{5}{2n}-1\right]$$

$$= \frac{5}{n}\left[\frac{5}{2n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)-n\right]$$

$$= \frac{25}{2n^2}\cdot n^2-5 = \frac{15}{2}$$