3-1 3-2

2023年11月5日 0:26

1. (1) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}| \Leftrightarrow (\vec{a}+\vec{b})^2=(\vec{a}-\vec{b})^2$

$\Leftrightarrow \vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Leftrightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$

(2) $|\vec{a}+\vec{b}|=|a|+|b| \Leftrightarrow \vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=|a|^2+|b|^2+2|a||b|$

$\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=|a||b|$

$\Leftrightarrow \cos\theta=1$

$\Leftrightarrow \vec{a}$与$\vec{b}$平行 且 方向一致

3. $A'(2,4,1)$ $B'(2,4,-1)$

4. $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$

8. $\vec{a}=(3,0,-6)$ $\vec{b}=(2,-4,0)$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=6$

$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{6}{3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}}=\frac{1}{5}$

$\therefore \langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\arccos\frac{1}{5}$

9. (1) 原式 $=\vec{a}\times(\vec{a}-2\vec{b})+\vec{b}\times(\vec{a}-2\vec{b})$

$=\vec{a}\times\vec{a}-2\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{a}-2\vec{b}\times\vec{b}$

$=-3(\vec{a}\times\vec{b})$

(2) 原式 $=-4(\vec{a}\times\vec{b})+3(\vec{b}\times\vec{a})$

$=-7(\vec{a}\times\vec{b})$

10. $S_{\square ABCD}=|\vec{AB}\times\vec{AD}|$

$=|-(\vec{a}\times\vec{b})|$

$=|\vec{a}\times\vec{b}|=5\times3\times\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$

11. $\vec{a}=(2,3,1)$ $\vec{b}=(1,-1,3)$ $\vec{c}=(2,0,2)$

$\vec{a}\times\vec{b} = (10, -5, -5)$

$$\begin{cases} \vec{x} = \lambda(\vec{a}\times\vec{b}) \\ \vec{x}\cdot\vec{c} = -10 \end{cases} \Rightarrow 10\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = -1$$

$\therefore \vec{x} = (-10, 5, 5)$

12. $(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

$= (-1)^4 \times 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^6 \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$

$= 2 + 2 = 4$