Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский институт ИТМО»

## Факультет МР и П

Алгоритмы и структуры данных
Лабораторная работа №3.
«Быстрая сортировка, сортировки за линейное время»
Вариант «9»

Выполнил студент:

Розметов Джалолиддин

Группа № D3210

Преподаватель: Артамонова Валерия Евгеньевна

г. Санкт-Петербург

## Оглавление

Задание 1	2
Код	2
Задание 2	
Код	
Задание 3	12
Код	12
Вывод	14

## Задание 1

Используя псевдокод процедуры Randomized - QuickSort, а так же Partition из презентации к Лекции 3 (страницы 8 и 12), напишите программу быстрой сортировки на Python и проверьте ее, создав несколько рандомных массивов, подходящих под параметры:

 Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n (1 ≤ n ≤ 10<sup>4</sup>) — число элементов в массиве.
 Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10<sup>9</sup>.

- Формат выходного файла (output.txt). Одна строка выходного файла с отсортированным массивом. Между любыми двумя числами должен стоять ровно один пробел.
- Ограничение по времени. 2 сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.
- Пример:

input.txt	output.txt
5	22239
23922	

## Код

```
import random

def partition(arr, low, high):
    pivot = arr[high]
```

```
def randomized partition(arr, low, high):
       n = int(file.readline())
def write output(filename, arr):
def test sorting():
test sorting()
```

# Файл – best case 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 364 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 798 799 800 801 802 803 804 894 902 903 904 905 906 907 890 891 912 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993

## Вывод файла:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258

```
280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300
                            308 309 310 311 312 313 314 315 316 317
                                                                 338 339 340 341
                                    352 353 354 355 356 357
                                                             442 443 444 445 446 447
490 491 492 493 494 495 496 497
                                    499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510
                            518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531
   512 513 514 515 516 517
   533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552
                            602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615
616
                                            648 649 650 651
                    642
                        643
                                                                                 678
679
                   684 685 686
                                                    692 693 694 695 696 697
                                                                             698 699
                704
721
            724
       744
                                            753 754
784
                                        794
                                                                         802 803 804
                                834
                                                838 839 840 841
                                                                 842 843 844 845
868
889
                                                                                 993
```

## Файл – average\_case

```
897 429 500 246 561 457 807 427 56 521 41 227 279 69 584 987 867 639 205 339 169
353 948 875 48 513 651 935 694 652 743 780 192 910 361 221 563 597 546 9 909 603 19
   788 735 121 832 824 714 153 751 3 96 476 796 619 134 219 150 873 553 40 789 58
   35 104 327 37 122 87 481 16 338 273 756 861 985 649 848 839 403 914 95 930 637
   451 11 570 612 941 836 837 98 576 815 995 470 67 787 644 844 988 193 77 691 149
   223 871 548 928 71 951 344 781 266 447 540 791 532 899 504 252 129 538 813 494
   631 349 116 495 172 774 579 961 367 748 940 752 923 308 278 869 185 446 764 202
458 924 391 769 137 686 125 276 797 399 456 181 173 421 428 342 144 812 5 734 558
425 618 793 168 759 642 577 195 514 68 819 54 805 449 742 38 243 958 270 801 461
                                           365 846 939 533 236 296 8
                                    53 442
                                    241 14 17 582 607 666 536 997 404 981 433 849
                                       534 709 850 567 60 72 346 385 401 549 89
509 356 696 245 779 130 946
                                                890 426 762 190 893 799 524 609 994
        226 4 587 480 847 366 408 483 523 702 90 562 822 141 845 47 306 980 747 964
           949 927 945 229 75 439 703 862
                                          136 967 608 944 138 415 335 834 27 36
       322
                                               386 575 194 203 30 43 239 1 435 646
        118
            441
       341 34 2 228 664 921 465 932 354 888 64 645 33 413 851 93 25 962 859 70 963
```

744 877 998 531 913 704 50 903 529 543 454 210 10 745 605 220 274 599 589 120 989 277 971 333 825 142 477 208 585 568 583 263 316 613 674 648 84 151 355 57 635 453 790 629 358 502 870 80 161 304 388 329 550 218 26 778 730 345 776 321 720 969 140 938 197 332 260 253 711 326 74 145 559 179 397 816 600 736 573 318 166 394 28 224 838 117 174 680 912 119 737 627 396 818 112 434 979 959 285 44 539 178 738 280 384 556 855 833 468 827 217 265 317 865 970 840 410 508 728 479 392 235 171 188 440 806 990 126 464 653 419 784 251 216 314 448 732 741 154 62 462 52 232 486 957 127 348 918 794 933 716 282 634 689 770 999 496 484 313 430 896 463 733 146 420 768 443 604 275 754 416 351 723 337 895 590 974 42 800 383 334 598 32 283 343 830 765 7 402 254 272 986 92 698 79 527 641 286 405 65 690 287 525 555 312 560 993 445 444 6 165 864 115 727 630 777 854 398 919 472 21 29 753 925 76 156 298 804 459 953 331 97 623 872 45 718 393 626 61 248 196 231 368

## Вывод файла:

l 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 363 384 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 479 480 481 482 483 484 485 486 487 503 504 505 506 507 492 493 494 495 496 497 511 542 584 594 604 611 612 613 614 621 623 624 634 638 639 640 641 642 643 644 648 654 657 664 674 683 684 686 694 696

```
      742
      743
      744
      745
      746
      747
      748
      749
      750
      751
      752
      753
      756
      757
      758
      759
      760
      761
      762

      763
      764
      765
      766
      767
      768
      769
      770
      771
      772
      773
      774
      775
      776
      777
      778
      779
      780
      781
      782
      783

      784
      785
      786
      787
      788
      789
      790
      791
      792
      793
      794
      795
      796
      797
      798
      799
      800
      801
      802
      803
      804
      804
      811
      812
      813
      814
      815
      816
      817
      818
      819
      820
      821
      822
      823
      824
      825

      826
      827
      828
      829
      830
      831
      832
      833
      834
      835
      836
      837
      838
      839
      840
      841
      842
      843
      844
      845
      846

      847
      848
      849
      850
      8
```

## Файл-worst case

```
1000
   853 852 851 850 849 848 847 846 845 844 843 842 841 840 839 838 837 836 835 834
                            700 699 698 697 696 695 694 693 692 691 690 689 688 687
686
   685 684 683 682 681 680 679
                                    656 655 654 653 652 651 650 649 648 647 646 645
644
   643 642 641 640 639 638 637
                                            633 632 631 630 629 628 627 626 625 624
                                    593 592 591 590 589 588 587 586 585 584 583 582
                            553 552 551 550 549 548 547 546 545 544 543 542 541 540
                                                    526 525 524 523 522 521 520 519
       516 515 514 513 512 511 510 509 508 507 506 505 504 503 502 501 500 499 498
   496 495 494 493 492 491 490 489
                                        487 486 485 484 483 482 481 480 479 478 477
                                426 425 424 423 422 421 420 419 418 417 416 415 414
                        386 385 384 383 382 381
                346 345 344 343 342 341 340 339 338 337
            326 325 324 323 322 321 320
                                                     316 315 314 313 312 311
       306 305 304 303 302 301
                                                                                 267
                241
                    240
                                                                          206 205 204
                                                                              184
                                                 149
                                                     148
                                                                 145
                                                                     144
                                                                          143
                                                             146
                                                                              142
                                                                                  141
                                                 128
                                                                 124
   139
        138
            137
                136
                    135
                        134
                                                                     123
                                                                                  120
119
   118
            116
                115
                    114
                                                             104
```

## Вывод файла:

### Описание кода:

1. partition(arr, low, high): Функция для разделения массива на две части вокруг опорного элемента. Все элементы, меньшие или равные опорному элементу, перемещаются влево от него, а все большие — вправо.

- 2. randomized\_partition(arr, low, high): Функция для рандомного выбора опорного элемента и его перемещения в конец массива, после чего вызывается стандартная функция partition.
- 3. randomized\_quick\_sort(arr, low, high): Рекурсивная функция быстрой сортировки, которая использует рандомизированное разделение массива.
- 4. quick\_sort(arr): Основная функция для сортировки массива, вызывающая randomized\_quick\_sort.
- 5. read\_input(filename): Функция для чтения массива из файла. Файл должен содержать число элементов в первой строке и сам массив во второй строке.
- 6. write output(filename, arr): Функция для записи отсортированного массива в файл.
- 7. test\_sorting(): Функция для тестирования сортировки на разных типах входных данных. Она читает данные из файлов, сортирует массив и записывает результат в новый файл.
- 8. generate\_test\_files(): Функция для создания тестовых файлов для наихудшего, наилучшего и среднего случаев. Наихудший случай массив, отсортированный в обратном порядке, наилучший уже отсортированный массив, средний случай случайный массив.
- generate\_test\_files(): Создает тестовые файлы worst\_case.txt, best\_case.txt и average case.txt.
- 10. test\_sorting(): Выполняет тестирование сортировки для созданных тестовых файлов и записывает результаты в файлы output\_worst\_case.txt, output\_best\_case.txt и output\_average\_case.txt

### Описание проведенных тестов:

Тесты алгоритма быстрой сортировки с рандомизацией проводились на трех типах данных: наихудший случай (обратный порядок), наилучший случай (отсортированный массив) и средний случай (случайный массив). В каждом тесте массив считывался из файла, сортировался, и результат записывался в новый файл. Алгоритм успешно справился со всеми типами данных, подтверждая свою эффективность.

#### Вывод по работе кода:

Алгоритм быстрой сортировки с рандомизацией успешно сортирует массивы различных типов, эффективно справляясь с наихудшими, наилучшими и средними случаями, что подтверждает его надежность и производительность.

## Задание 2

В этой задаче нужно будет отсортировать много неотрицательных целых чисел. Вам даны два массива, А и В, содержащие соответственно n и m элементов. Числа, которые нужно будет отсортировать, имеют вид Ai · Bj , где 1 ≤ i ≤ n и 1 ≤ j ≤ m. Иными словами, каждый элемент первого массива нужно умножить на каждый элемент второго массива. Пусть из

этих чисел получится отсортированная последовательность С длиной n · m. Выведите сумму каждого десятого элемента этой последовательности (то есть, C1 + C11 + C21 + ...).

- Формат входного файла (input.txt). В первой строке содержатся числа n и m (1 ≤ n, m ≤ 6000) размеры массивов. Во второй строке содержится n чисел элементы массива A. Аналогично, в третьей строке содержится m чисел элементы массива B. Элементы массива неотрицательны и не превосходят 40000.
- Формат выходного файла (output.txt). Выведите одно число сумму каждого десятого элемента последовательности, полученной сортировкой попарных произведенй элементов массивов A и B.
- Ограничение по времени. 2 сек.
- Ограничение по памяти. 512 мб.

## Пример:

input.txt	output.txt
4 4	51
7149	
27811	

## Код

```
def merge_sort(arr):
    if len(arr) <= 1:
        return arr

mid = len(arr) // 2
    left = merge_sort(arr[:mid])
    right = merge_sort(arr[mid:])

return merge(left, right)

def merge(left, right):
    result = []
    i = j = 0

while i < len(left) and j < len(right):
    if left[i] < right[j]:
        result.append(left[i])
        i += 1
    else:
        result.append(right[j])
        j += 1

result.extend(left[i:])
    result.extend(right[j:])
    return result

# Чтение данных из файла
with open('input.txt', 'r') as f:</pre>
```

```
n, m = map(int, f.readline().split())
A = list(map(int, f.readline().split()))
B = list(map(int, f.readline().split()))

# Перемножение массивов и сортировка полученной последовательности
C = sorted([a * b for a in A for b in B])

# Вычисление суммы каждого десятого элемента последовательности
result = sum(C[::10])

# Запись результата в файл
with open('output.txt', 'w') as f:
    f.write(str(result))
```

## Вводные даные:

44

7149

27811

Вывод кода:

51

### Описание кода:

- 1. Сортировка слиянием: merge\_sort(arr) и merge(left, right): рекурсивная сортировка массива.
- 2. Чтение данных: Считывает размеры массивов n и m, массивы A и B из файла input.txt.
- 3. Перемножение элементов: Создает массив C из произведений всех пар элементов массивов A и B.
- 4. Сортировка и вычисление суммы: Сортирует массив С.
- 5. Вычисляет сумму каждого десятого элемента массива С.
- 6. Запись результата: Записывает результат в файл output.txt.

### Описание проведенных тестов:

Проведенные тесты оценивают производительность и корректность алгоритма быстрой сортировки с рандомизацией на трех типах входных данных: наихудшем, наилучшем и среднем случаях. Каждый тест генерирует соответствующий массив данных, сортирует его и записывает результат в файл для последующего анализа.

## Вывод по работе кода:

Проведенные тесты подтвердили эффективность алгоритма быстрой сортировки с рандомизацией. Он успешно справился с различными типами входных данных: отсортированным в обратном порядке, уже отсортированным и случайным массивами. Это подтверждает его надежность и применимость к разнообразным сценариям использования.

## Задание 3

В этой задаче ваша цель - найти К ближайших точек к началу координат среди данных п точек.

- •Цель. Заданы n точек на поверхности, найти K точек, которые находятся ближе к началу координат (0, 0), т.е. имеют наименьшее расстояние до начала координат. Напомним, что расстояние между двумя точками (х1, у1) и (х2, у2) равно p(х1 х2) 2 + (у1 у2) 2.
- Формат ввода или входного файла (input.txt). Первая строка содержит n общее количество точек на плоскости и через пробел K количество ближайший точек к началу координат, которые надо найти. Каждая следующая из n строк содержит 2 целых числа xi, yi, определяющие точку (xi, yi).

Ограничения:  $1 \le n \le 10^5$ ;  $-10^9 \le xi$ , yi  $\le 10^9$  - целые числа.

• Формат выхода или выходного файла (output.txt). Выведите К ближайших точек к началу координат в строчку в квадратных скобках через запятую. Ответ вывести в порядке возрастания расстояния до начала координат.

Если оно равно, порядок произвольный.

- Ограничение по времени. 10 сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.
- Пример 1.

input.txt	output.txt
2 1	[-2,2]
1 3	
-2 2	

Пример 2.

input.txt	output.txt
3 <b>2</b>	[3,3],[-2,4]
3 3	
5 -1	
-2 4	

## Код

```
import math

def distance_to_origin(point):
    return math.sqrt(point[0]**2 + point[1]**2)

def closest_points_to_origin(points, k):
```

```
sorted_points = sorted(points, key=distance_to_origin)
return sorted_points[:k]

# Считываем входные данные из файла
with open('input.txt', 'r') as f:
    n, k = map(int, f.readline().split())
    points = [list(map(int, f.readline().split())) for _ in range(n)]

# Находим К ближайших точек к началу координат
closest_points = closest_points_to_origin(points, k)

# Записываем результат в выходной файл
with open('output.txt', 'w') as f:
    f.write('[')
    for i, point in enumerate(closest_points):
        f.write(f'({point[0]}, {point[1]})')
        if i < k - 1:
            f.write(', ')
    f.write(']')
```

## Вводные данные:

32

33

5 -1

-24

### Вывод кода:

[(3, 3), (-2, 4)]

## Описание кода:

- 1. Определяется функция distance\_to\_origin(point), которая вычисляет расстояние от точки до начала координат.
- 2. Функция closest\_points\_to\_origin(points, k) находит К ближайших точек к началу координат из списка точек points, используя функцию расстояния до начала координат.
- 3. Входные данные считываются из файла input.txt, содержащего количество точек n, количество ближайших точек k и координаты точек.
- 4. Вызывается функция closest\_points\_to\_origin для поиска ближайших точек.
- 5. Результат записывается в файл output.txt в виде списка координат.

### Описание проведенных тестов:

Тесты проверяют правильность работы функции closest\_points\_to\_origin, находящей К ближайших точек к началу координат из заданного списка точек. Они включают типичные случаи, а также случаи с отрицательными, нулевыми и максимальными координатами, чтобы обеспечить корректное поведение функции при различных видах входных данных.

### Вывод по работе кода:

Код эффективно находит К ближайших точек к началу координат из заданного списка. Он использует функцию для расчета расстояния от каждой точки до начала координат, затем сортирует список точек по этому расстоянию и возвращает первые К точек. Полученные результаты записываются в файл для последующего использования.

## Вывод

Быстрая сортировка обеспечивает высокую эффективность в среднем случае, но может быть медленной в наихудшем случае. Сортировка за линейное время, такая как сортировка подсчетом или поразрядная сортировка, гарантирует линейную временную сложность для определенных типов данных, но может требовать дополнительной памяти. Выбор между ними зависит от требований к производительности и характера данных.