

Refuerzos para la PAA

Euclides 4

26 de julio de 2024

Tabla de contenido

1 Álgebra

- Desigualdades lineales
- Valor absoluto
- Ecuaciones racionales

2 Geometría

- Círculos
- Perímetros de figuras

Desigualdades lineales

Definición: Una desigualdad lineal es una expresión matemática que compara dos expresiones lineales usando uno de los signos de desigualdad: $<$, \leq , $>$, \geq .

Ejemplo

Resolver la desigualdad $2x - 3 < 5$.

- **Paso 1:** Sumamos 3 a ambos lados de la desigualdad:

$$2x - 3 + 3 < 5 + 3 \implies 2x < 8$$

- **Paso 2:** Dividimos ambos lados por 2:

$$\frac{2x}{2} < \frac{8}{2} \implies x < 4$$

Solución: $x < 4$

Representación gráfica:



Problema 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $2x - 3 < 7$.

- a) $x < 2$
- b) $x < 5$
- c) $x \leq 5$
- d) $x < 4$

Solución 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $2x - 3 < 7$.

a) $x < 2$

b) $x < 5$

c) $x \leq 5$

d) $x < 4$

Problema 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $-3x + 2 \leq 11$.

- a) $x \geq -3$
- b) $x \leq 3$
- c) $x \geq -2$
- d) $x \leq -3$

Solución 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $-3x + 2 \leq 11$.

a) $x \geq -3$

b) $x \leq 3$

c) $x \geq -2$

d) $x \leq -3$

Problema 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $4x + 5 > 9$.

a) $x > 1$

b) $x > \frac{1}{2}$

c) $x > \frac{3}{4}$

d) $x > \frac{2}{3}$

Solución 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $4x + 5 > 9$.

a) $x > 1$

b) $x > \frac{1}{2}$

c) $x > \frac{3}{4}$

d) $x > \frac{2}{3}$

Problema 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $-2x + 4 \geq -6$.

- a) $x \leq 5$
- b) $x \geq 1$
- c) $x \leq -1$
- d) $x \geq -5$

Solución 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $-2x + 4 \geq -6$.

- a) $x \leq 5$
- b) $x \geq 1$
- c) $x \leq -1$
- d) $x \geq -5$

Problema 5

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $\frac{3x}{4} - 1 < 2x + 1$.

- a) $x < 3$
- b) $x > \frac{8}{5}$
- c) $x > -\frac{8}{5}$
- d) $x > 3$

Solución 5

Seleccione el resultado que hace verdadera la desigualdad $\frac{3x}{4} - 1 < 2x + 1$.

- a) $x < 3$
- b) $x > \frac{8}{5}$
- c) $x > -\frac{8}{5}$
- d) $x > 3$

Definición: El valor absoluto de un número real a , denotado $|a|$, es la distancia de a al origen en la recta numérica. Se define como:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Resolver la ecuación $|2x - 3| = 5$.

■ **Caso 1:** $2x - 3 = 5$

$$2x - 3 = 5 \implies 2x = 8 \implies x = 4$$

■ **Caso 2:** $2x - 3 = -5$

$$2x - 3 = -5 \implies 2x = -2 \implies x = -1$$

Solución: $x = 4$ o $x = -1$

Representación gráfica:



Problema 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|x - 3| = 5$.

- a) $x = 8$ o $x = -2$
- b) $x = -8$ o $x = 2$
- c) $x = 2$ o $x = 8$
- d) $x = 7$ o $x = -8$

Solución 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|x - 3| = 5$.

a) $x = 8$ o $x = -2$

b) $x = -8$ o $x = 2$

c) $x = 2$ o $x = 8$

d) $x = 7$ o $x = -8$

Problema 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|2x + 1| = 3$.

- a) $x = 1$ o $x = -2$
- b) $x = -1$ o $x = -3$
- c) $x = -2$ o $x = -1$
- d) $x = 2$ o $x = -2$

Solución 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|2x + 1| = 3$.

a) $x = 1$ o $x = -2$

b) $x = -1$ o $x = -3$

c) $x = -2$ o $x = -1$

d) $x = 2$ o $x = -2$

Problema 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|4x - 4| = 3$.

- a) $x = \frac{7}{4}$ o $x = -\frac{1}{4}$
- b) $x = -\frac{7}{4}$ o $x = -\frac{1}{4}$
- c) $x = \frac{7}{4}$ o $x = \frac{1}{4}$
- d) $x = \frac{4}{7}$ o $x = \frac{3}{4}$

Solución 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|4x - 4| = 3$.

a) $x = \frac{7}{4}$ o $x = -\frac{1}{4}$

b) $x = -\frac{7}{4}$ o $x = -\frac{1}{4}$

c) **$x = \frac{7}{4}$ o $x = \frac{1}{4}$**

d) $x = \frac{4}{7}$ o $x = \frac{3}{4}$

Problema 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|3x - 1| = 7x - 3$.

a) $x = 2$ o $x = 3$

b) $x = \frac{2}{5}$ o $x = -\frac{1}{2}$

c) $x = -1$ o $x = \frac{8}{3}$

d) $x = \frac{2}{5}$ o $x = \frac{1}{2}$

Solución 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|3x - 1| = 7x - 3$.

a) $x = 2$ o $x = 3$

b) $x = \frac{2}{5}$ o $x = -\frac{1}{2}$

c) $x = -1$ o $x = \frac{8}{3}$

d) **$x = \frac{2}{5}$ o $x = \frac{1}{2}$**

Problema 5

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|3x + 2| = 2x$.

a) $x = -2$ o $x = -\frac{2}{5}$

b) $x = 2$ o $x = -\frac{2}{5}$

c) $x = 2$ o $x = \frac{2}{5}$

d) $x = -2$ o $x = \frac{2}{5}$

Solución 5

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $|3x + 2| = 2x$.

a) $x = -2$ o $x = -\frac{2}{5}$

b) $x = 2$ o $x = -\frac{2}{5}$

c) $x = 2$ o $x = \frac{2}{5}$

d) $x = -2$ o $x = \frac{2}{5}$

Definición: Una ecuación racional es una ecuación que involucra una fracción con polinomios en el numerador y/o el denominador.

Ejemplo

Resolver la ecuación $\frac{2x}{x-1} = 3$.

- **Paso 1:** Eliminar el denominador multiplicando ambos lados por $x - 1$:

$$\frac{2x}{x-1} \cdot (x-1) = 3 \cdot (x-1) \implies 2x = 3(x-1)$$

- **Paso 2:** Resolver la ecuación lineal resultante:

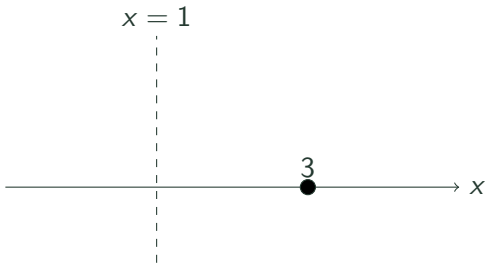
$$2x = 3x - 3 \implies 2x - 3x = -3 \implies -x = -3 \implies x = 3$$

- **Paso 3:** Verificar que $x = 3$ no hace que el denominador sea cero.

Solución: $x = 3$

Nota: Es importante verificar siempre que las soluciones no hagan que algún denominador sea cero.

Representación gráfica:



Problema 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{2x}{x-3} = 4$.

- a) $x = 6$
- b) $x = 3$
- c) $x = 4$
- d) $x = -6$

Solución 1

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{2x}{x-3} = 4$.

- a) $x = 6$
- b) $x = 3$
- c) $x = 4$
- d) $x = -6$

Problema 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{x+2}{2x-1} = 1$.

- a) $x = 3$
- b) $x = -2$
- c) $x = 1$
- d) $x = 0$

Solución 2

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{x+2}{2x-1} = 1$.

- a) $x = 3$
- b) $x = -2$
- c) $x = 1$
- d) $x = 0$

Problema 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{x}{x-4} = 2$.

- a) $x = 4$
- b) $x = 2$
- c) $x = 8$
- d) $x = -2$

Solución 3

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{x}{x-4} = 2$.

- a) $x = 4$
- b) $x = 2$
- c) $x = 8$
- d) $x = -2$

Problema 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{3x+3}{3} = 2x + 1$.

- a) $x = 1$
- b) $x = 0$
- c) $x = -1$
- d) No tiene solución

Solución 4

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{3x+3}{3} = 2x + 1$.

- a) $x = 1$
- b) $x = 0$
- c) $x = -1$
- d) No tiene solución

Problema 5

Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2x+2}$.

- a) $x = 1$
- b) $x = 0$
- c) $x = -1$
- d) No tiene solución

Solución 5

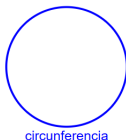
Seleccione el resultado que hace verdadera la ecuación $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2x+2}$.

- a) $x = 1$
- b) $x = 0$
- c) $x = -1$
- d) **No tiene solución**

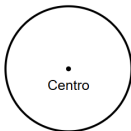
Partes del Círculo

Los elementos principales del círculo son:

- **Circunferencia:** Línea curva que forma el límite del círculo.

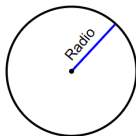


- **Centro:** Es el punto medio del círculo o centro de la circunferencia.



Partes del Círculo

- **Radio:** Es la línea que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.



- **Diámetro:** Línea recta que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. El diámetro equivale a dos veces el radio, en otras palabras, el radio es la mitad del diámetro.



Área de un círculo

El área de un círculo, denotado como A , se calcula mediante la fórmula:

$$A = \pi r^2$$

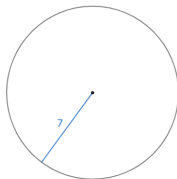
Donde:

r corresponde al radio.

π es el número $pi = 3,1416 \dots$

Ejemplo

Dado el círculo de la figura:



¿Cuál es el área del círculo?

- **Paso 1:** Encontrar r :

$$r = 7 \, u$$

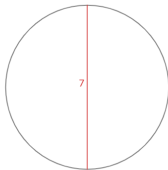
- **Paso 2:** Sustituir en la fórmula de área:

$$A = \pi(7 \, u)^2 \implies A = \pi(49) \, u^2$$

Solución: $A = 49\pi \, u^2$

Problema 1

Dado el círculo cuyo diámetro es 7 cm ¿Cuál es su área?

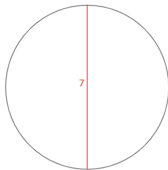


¿Cuál es el área del círculo?

- a) $7\pi \text{ cm}^2$
- b) $(3,5)^2\pi \text{ cm}^2$
- c) $21\pi \text{ cm}^2$
- d) $49\pi \text{ cm}^2$

Solución 1

Dado el círculo cuyo diámetro es 7 cm ¿Cuál es su área?

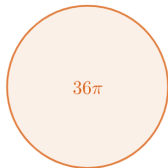


¿Cuál es el área del círculo?

- a) $7\pi \text{ cm}^2$
- b) $(3,5)^2\pi \text{ cm}^2$
- c) $21\pi \text{ cm}^2$
- d) $49\pi \text{ cm}^2$

Problema 2

El área del círculo es igual a $36\pi u^2$

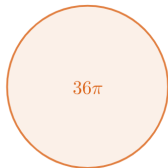


Calcula el radio del círculo.

- a) $18 u^2$
- b) $3 u^2$
- c) $36 u^2$
- d) $6 u^2$

Solución 2

El área del círculo es igual a $36\pi u^2$

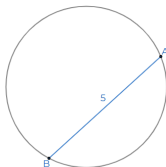


Calcula el radio del círculo.

- a) $18 u^2$
- b) $3 u^2$
- c) $36 u^2$
- d) **$6 u^2$**

Problema 3

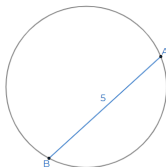
Dado el círculo en el dibujo. AB es la cuerda de longitud 5 cm. ¿Es posible calcular el área del círculo con los datos proporcionados?



- a) Sí, el área es 5 cm^2
- b) Sí, el área es $(2,5)^2\pi \text{ cm}^2$
- c) Sí, el área es $25\pi \text{ cm}^2$
- d) No es posible

Solución 3

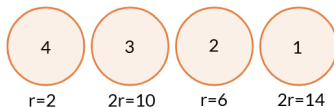
Dado el círculo en el dibujo. AB es la cuerda de longitud 5 cm. ¿Es posible calcular el área del círculo con los datos proporcionados?



- a) Sí, el área es 5 cm^2
- b) Sí, el área es $(2,5)^2\pi \text{ cm}^2$
- c) Sí, el área es $25\pi \text{ cm}^2$
- d) **No es posible**

Problema 4

Tenemos cuatro círculos con los siguientes datos:

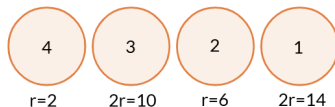


Elija el círculo con el área más pequeño.

- a) círculo 4
- b) círculo 3
- c) círculo 1
- d) círculo 2

Solución 4

Tenemos cuatro círculos con los siguientes datos:

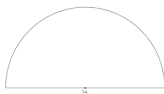


Elija el círculo con el área más pequeño.

- a) **círculo 4**
- b) círculo 3
- c) círculo 1
- d) círculo 2

Problema 5

Dado el semicírculo de diámetro 14 cm:

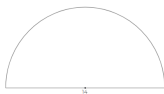


¿Cuál es el área?

- a) $7\pi \text{ cm}^2$
- b) $36\pi \text{ cm}^2$
- c) $24,5\pi \text{ cm}^2$
- d) $49\pi \text{ cm}^2$

Solución 5

Dado el semicírculo con diámetro 14 cm:



¿Cuál es el área?

- a) $7\pi \text{ cm}^2$
- b) $36\pi \text{ cm}^2$
- c) **$24,5\pi \text{ cm}^2$**
- d) $49\pi \text{ cm}^2$

Problema 6

¿Cuál el radio x de un círculo si el área es $50\pi \text{ } u^2$?

a) $\sqrt{25} \text{ } u$

b) $\sqrt{50} \text{ } u$

c) $25 \text{ } u$

d) $10 \text{ } u$

Solución 6

¿Cuál el radio x de un círculo si el área es $50\pi \text{ u}^2$?

a) $\sqrt{25} \text{ u}$

b) $\sqrt{50} \text{ u}$

c) 25 u

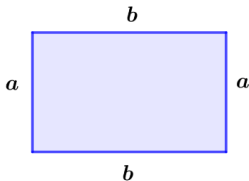
d) 10 u

Definición: El perímetro de una figura geométrica es definido como la distancia alrededor de los límites de la figura. Para calcular el perímetro, necesitamos sumar las longitudes de todos los lados de la figura.

Fórmulas del perímetro de figuras

Las fórmulas del perímetro dependen en el número de lados de la figura.

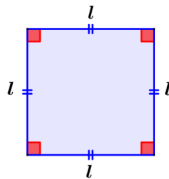
- **Perímetro de un rectángulo** Un rectángulo se caracteriza por tener ángulos internos de 90° . En un rectángulo, sus lados opuestos son paralelos y tienen la misma longitud.



$$\text{Fórmula del Perímetro} = a + a + b + b = 2(a + b)$$

Fórmulas del perímetro de figuras

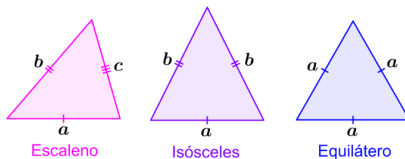
- **Perímetro de un cuadrado** Un cuadrado es técnicamente un tipo de rectángulo con la diferencia que sus cuatro lados tienen la misma longitud.



$$\text{Fórmula del Perímetro} = l + l + l + l = 4l$$

Fórmulas del perímetro de figuras

- **Perímetro de un triángulo** Un triángulo se caracteriza por tener tres lados. Existen tres tipos de triángulos dependiendo en las longitudes de sus lados.



Fórmula del Perímetro (P) de un triángulo

Escaleno: $P = a + b + c$

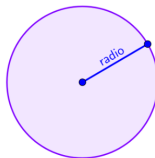
Isósceles: $P = a + 2b$

Equilátero: $P = 3a$

Fórmulas del perímetro de figuras

Es posible encontrar otros elementos del círculo, por ejemplo:

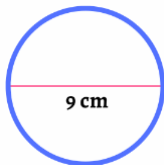
- **Perímetro de un círculo** El perímetro de un círculo es conocido como la circunferencia. El perímetro de un círculo es calculado usando la longitud del radio.



Fórmula del Perímetro $= 2\pi r = d\pi$, donde d es el diámetro.

Problema 1

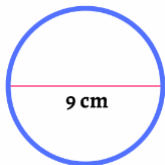
El perímetro del círculo es



- a) 9π cm
- b) $4,5\pi$ cm
- c) 18π cm
- d) 6π cm

Solución 1

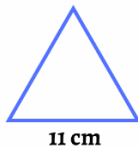
El perímetro del círculo es



- a) 9π cm
- b) $4,5\pi$
- c) 18π
- d) 6π

Problema 2

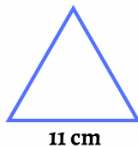
El perímetro del triángulo equilátero es



- a) 22 cm
- b) 66 cm
- c) 36 cm
- d) 33 cm

Solución 2

El perímetro del triángulo equilátero es



- a) 22 cm
- b) 66 cm
- c) 36 cm
- d) **33 cm**

Problema 3

El perímetro del cuadrado es



- a) 49 cm
- b) 14 cm
- c) 28 cm
- d) 21 cm

Solución 3

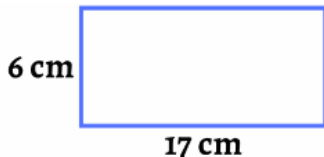
El perímetro del cuadrado es



- a) 49 cm
- b) 14 cm
- c) **28 cm**
- d) 21 cm

Problema 4

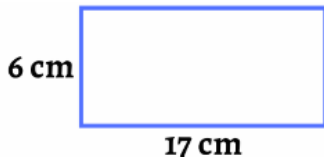
El perímetro del rectángulo es



- a) 12 cm
- b) 46 cm
- c) 23 cm
- d) 34 cm

Solución 4

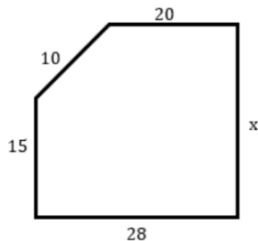
El perímetro del rectángulo es



- a) 12 cm
- b) **46 cm**
- c) 23 cm
- d) 34 cm

Problema 5

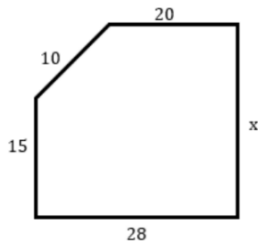
Si el perímetro en la figura es 94 cm, ¿Cuál es el valor de x ?



- a) 21 cm
- b) 31 cm
- c) 73 cm

Solución 5

Si el perímetro en la figura es 94 cm, ¿Cuál es el valor de x ?



- a) **21 cm**
- b) 31 cm
- c) 73 cm

Problema 6

¿Cuál es el valor de x de un rectángulo cuyo perímetro es 54 u si los lados del rectángulo son x y $2x$?

- a) 7 u
- b) 8 u
- c) 9 u
- d) 10 u

Solución 6

¿Cuál es el valor de x de un rectángulo cuyo perímetro es 54 u si los lados del rectángulo son x y $2x$?

- a) 7 u
- b) 8 u
- c) **9 u**
- d) 10 u