miércoles, 13 de diciembre de 2023 06:05 p. m.

Ejemplo: Relaciones implícitas o explícitas.

$y = \underbrace{x + 1}$ $\qquad\qquad$ $\exp(xy) + x = 2$

"y está defina explícitamente en términos de x" $\qquad$ "y está definida implícitamente en términos de $\underbrace{\quad}$"

$$\operatorname{sen}(xy) + e^{xy} + \cos(y) = 2$$

$x = 0,\quad \operatorname{sen}(0) + e^{0} + \cos(y) = 2$

$0 + 1 + \cos(y) = 2$

$\cos y = 1$

$\downarrow$

$y = \pi/2 + 2n\pi$

$$\exp(xy) = 2 - x$$
$$xy = \ln(2 - x)$$
$$y = \frac{1}{x}\ln(2 - x)$$

$\underline{(x, y)}$ : $y = f(x)$ (explícita)

$\underline{g(x, y) = 0}$ (implícita)

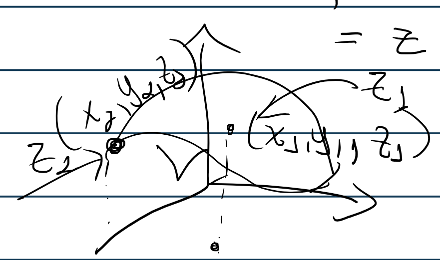
$$\boxed{\begin{aligned} x &= g(t) \\ y &= h(t) \end{aligned}}$$

Paramétrica ; $(x, y) = (\underset{\downarrow\, g(t)}{\cos t}, \underset{\downarrow\, h(t)}{\operatorname{sen} t})$ $\qquad t \in [0, 2\pi]$

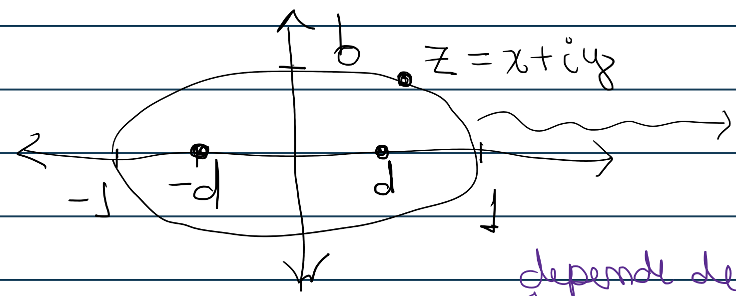
Parámetro enhanced ( $f(x, y, z)$, $x, y, z$ )

Define el color $f(x, y, z)$ en el punto $(x, y, z)$

$= z$



# Ejemplo 1




$$\frac{x^2}{1+b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$y^2 = b^2\left(1-\frac{x^2}{1+b^2}\right)$$

Determinar

$$\max_{x\in[0,\sqrt{1+b^2}]} \overbrace{|z-d|^2|z+d|^2}^{\text{depende de } x} = \max\{f(0),\ f(\sqrt{1+b^2})\}$$

$x+iy$ módulo complejo cabs

Teo. Valores extremos: Si f es diferenciable $[a,b]$ entonces f alcanza su máximo en a, b o donde f' se hace cero.

$$\boxed{f'(x)=0} \qquad x=\sqrt{b^2+1}\cdot\sqrt{2b^2d^2+d^2-b^2}$$

$$f(0) - f\left(\sqrt{b^2+1}\sqrt{2b^2d^2+d^2-b^2}\right) > 0$$

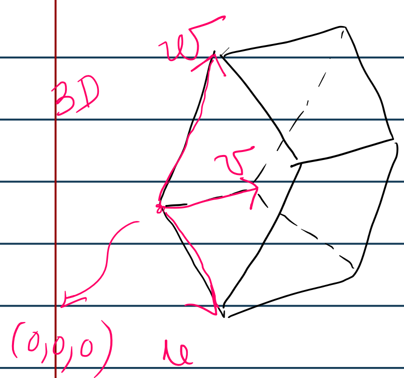
$$f(\sqrt{1+b^2}) - f\left(\sqrt{b^2+1}\sqrt{2b^2d^2+d^2-b^2}\right) > 0$$

$$f(0) - f\left(\sqrt{b^2+1}\sqrt{2b^2d^2+d^2-b^2}\right) = \left(2b^2d^2+d^2-b^2\right)^2 > 0$$

...

# Ejemplo 2

miércoles, 13 de diciembre de 2023 07:33 p. m.

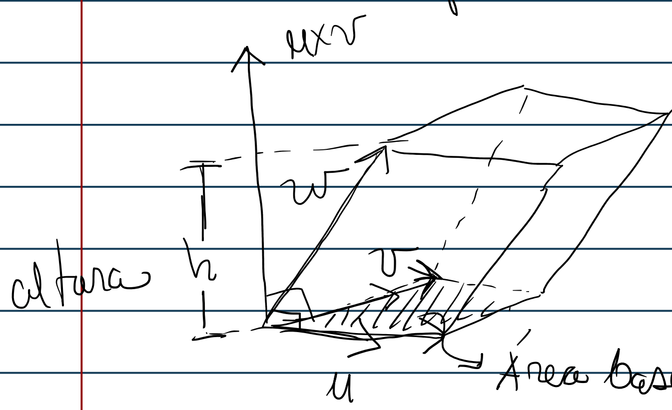



Paralelepípedo

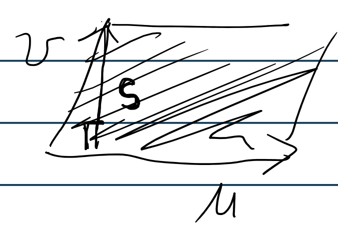
volumen del paralelepípedo definido por u, v y w es igual al determinante de la matriz M

$$M = \left| \begin{pmatrix} w \\ u \\ v \end{pmatrix} \right|$$

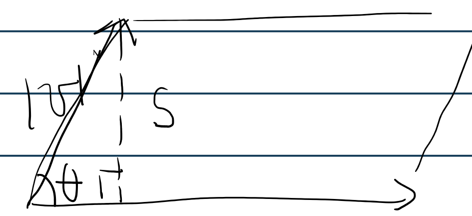
Realice una prueba de la afirmación anterior.




Volumen = $h \cdot A$




Paralelogramo




$$\frac{S}{|v|} = \operatorname{sen}\theta \Rightarrow S = |v| \operatorname{sen}\theta$$

$$A = |u| \cdot |v| \operatorname{sen}\theta.$$

h : Proyectamos w sobre u×v

$$h = \left| \frac{\langle u\times v, w\rangle}{|u\times v|^2}\, u\times v \right| = \frac{|\langle u\times v, w\rangle|}{|u\times v|^{\cancel{2}}}\, \cancel{|u\times v|}$$

$$= \frac{|\langle u\times v, w\rangle|}{|u\times v|}$$

$$\text{Volumen} = A\cdot h = \frac{|\langle u\times v, w\rangle|}{|u\times v|} \cdot |u|\cdot|v| \operatorname{sen}\theta$$

$$\text{Volumen}^2 = A^2 \cdot h^2 = \frac{|\langle u\times v, w\rangle|^2}{|u\times v|^2} |u|^2|v|^2 \operatorname{sen}^2\theta \quad ; \quad u\cdot v = |u||v|\cos\theta$$

$$\langle u,v\rangle^2 = |u|^2|v|^2\cos^2\theta$$

$$\langle u,v\rangle^2 = |u|^2|v|^2(1-\operatorname{sen}^2\theta)$$

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{|u|^2|v|^2 - \langle u,v\rangle^2}{|u|^2|v|^2}$$

$$\text{Volumen}^2 = \frac{|\langle u\times v, w\rangle|^2}{|u\times v|^2} |u|^2|v|^2 \left( \frac{|u|^2|v|^2 - \langle u,v\rangle^2}{|u|^2|v|^2} \right)$$

miércoles, 13 de diciembre de 2023 07:47 p. m.

$$\text{Volumen}^2 = \frac{|\langle u \times v, w\rangle|^2}{|u \times v|^2} |u|^2 |v|^2 \left( \frac{|u|^2 |v|^2 - \langle u, v\rangle^2}{|u|^2 |v|^2} \right)$$

$$= \frac{|\langle u \times v, w\rangle|^2}{|u \times v|^2} \left( |u|^2 |v|^2 - \langle u, v\rangle^2 \right)$$

$$\text{Volumen}^2 - \left[ \text{determinante} \begin{pmatrix} w \\ u \\ v \end{pmatrix} \right]^2 \overset{?}{=} 0$$