

Colle 3 - Eva QUINCEROT

BCPST1B
Année 2021-2022

5 octobre septembre 2021

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation

$$x^4 - 3x^2 + 1 < 0.$$

Exercice 2. 1. Démontrer que

$$\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \sqrt{x^2 + 1} - x.$$

2. En déduire que si $x > 1000$ alors,

$$\sqrt{x^2 + 1} - x = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} < 0,0005.$$

Exercice 3. Résoudre

$$\sqrt{3}\cos(\theta) - \sin(\theta) = \sqrt{2}.$$

sous la forme d'un sinus.

Exercice 4. On considère la fonction $f: x \mapsto x - E(x)$ où E désigne la fonction partie entière.

1. Rappeler la définition de E .
2. Démontrer que pour tout nombre réel x , on a l'égalité suivante :

$$E(x + 1) = E(x) + 1 .$$

En déduire que f est périodique.

3. Tracer la partie de la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f dans la bande de plan d'inéquations

$$-2 \leq x < 3 .$$

Exercice 5. Soit $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = (x - 2)e^x + (x + 2)$. Démontrer que g est positive ou nulle sur \mathbb{R}^+ .