

Programme de colles en mathématiques

BCPST1B Clémenceau

semaine 6 du 8 au 12 novembre 2021

1 Sommes et produits finis

1.1 Notations

notation \sum et \prod

1.2 Sommes et produits usuels

1.2.1 somme ou produit d'une constante

1.2.2 sommes des premiers entiers, des premiers carrés

démo par sommation inverse pour la première, par récurrence pour la deuxième. Somme des 1ers termes d'une suite arithmétique.

1.2.3 sommes géométriques

formule, cas où la somme ne commence pas à 0, cas où la raison est égale à 1. Somme des 1ers termes d'une suite géométrique.

1.2.4 factorielle

définition, relation $(n+1)! = (n+1) * n!$

1.3 Propriétés de la somme et du produit

1.3.1 linéarité de la somme, multiplicativité du produit

1.3.2 relation de Chasles

1.3.3 changement d'indice

on se restreint aux changement d'indice par translation et par inversion des termes

1.3.4 sommes ou produits télescopiques

1.4 Le binôme de Newton

1.4.1 les coefficients binomiaux

définition à l'aide de la fonction factorielle, exemples, calcul pratique

1.4.2 propriétés

on démontre les formules $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$, triangle de Pascal

1.4.3 binôme de Newton

1.5 Sommes doubles

développement très succinct sur cette partie, on se contente d'expliquer comment intervertir deux sommes (sommes sur un rectangle ou sur un triangle)

2 Applications réelles

2.1 Vocabulaire des applications

2.1.1 définitions

application, ensemble de départ, d'arrivée, image, antécédent

2.2 représentation graphique

2.2.1 notion d'image directe

définition, exemples. On détermine une image directe principalement à l'aide de l'étude des variations de la fonction.

2.2.2 restriction et prolongement

on donne juste les définitions

2.3 Propriétés des applications

2.3.1 opérations sur les applications

2.3.2 composée de 2 applications

définition, comment démontrer qu'une composée est bien définie

2.3.3 parité, périodicité

2.3.4 applications monotones

2.4 Tracé de la courbe représentative

Domaine de définition, restriction éventuelle du domaine de définition, étude des variations, tracé des tangentes, définition d'une asymptote (on n'a rien vu sur le calcul de limites)

2.5 Applications bijectives

2.5.1 bijection

On donne la définition à partir de la notion d'application injective et surjective

2.5.2 bijection réciproque

définition, caractérisation d'une bijection, comment déterminer en pratique la bijection réciproque

Compétences attendues

1. Connaître les sommes usuelles
2. Savoir se ramener à une somme usuelles en utilisant les différents outils (linéarité, Chasles, changement d'indices)
3. Savoir calculer une somme ou un produit télescopique (un raisonnement avec des ... sera accepté)
4. Connaître la définition des $\binom{n}{k}$, connaître la relation du triangle de Pascal et la formule du binôme de Newton
5. utiliser également le binôme de Newton pour calculer des sommes
6. Déterminer une image directe à l'aide d'un tableau de variations
7. Montrer rigoureusement qu'une composée est bien définie
8. savoir faire preuve d'initiatives pour tracer le graphe d'une fonction
9. Maîtriser la définition d'injection/surjection/bijection (on évitera tout exercice trop théorique sur ces notions)
10. Connaître aussi le théorème de la bijection réciproque (on n'oubliera pas la partie, si il existe une fonction g telle que ..., alors f est bijective)
11. Savoir déterminer une bijection réciproque en résolvant une équation