

# Colle 1 - Auxane BAPTISTE

MPSI2

Année 2021-2022

21 septembre 2021

---

**Question de cours .** Donner des critères de colinéarité et d'orthogonalité à l'aide des nombres complexes. Prouvez-les.

**Exercice 1.** Trouver les entiers  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $(1 + i\sqrt{3})^n$  soit un nombre réel positif.

**Exercice 2.** On munit le plan d'un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ .

1. Déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe  $z$  vérifie la relation

$$\arg(iz) = \frac{\pi}{4} \quad [\pi].$$

2. Déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe  $z$  vérifie la relation

$$\frac{|z - 3 + i|}{|z + 5 - 2i|} = 1.$$

**Exercice 3.** Résoudre l'équation

$$z^6 = \frac{-4}{1 + i\sqrt{3}}.$$

**Exercice 4.** Soit  $z$  un nombre complexe,  $z \neq 1$ . Démontrer que :

$$|z| = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1+z}{1-z} \in i\mathbb{R}.$$

**Exercice 5.** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On note  $\mathbb{U}_n$  l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité. Calculer

$$\sum_{z \in \mathbb{U}_n} |z - 1|.$$