

Colle 6 - Kim PHAN NGUYEN

MPSI2

Année 2021-2022

9 novembre 2021

Question de cours . Que peut-on dire de l'intégrale d'une fonction paire sur un intervalle symétrique par rapport à 0. Démontrer.

Exercice 1. Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{8x^2}{(x^3 + 2)^3} \quad ; \quad g(x) = 3x\sqrt{1 - 2x^2}$$

$$h(x) = \sin(x)^2 \cos(x) \quad \text{et} \quad i(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}.$$

Exercice 2. Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{x}{\cos(x)^2} \quad ; \quad g(x) = x^2 e^{-3x} \quad \text{et} \quad h(x) = \sin(x) e^{2x}.$$

Exercice 3. Calculer

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{2x+1}} dx.$$

Exercice 4. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^n}.$$

1. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
2. En déduire la valeur de I_3 .

Exercice 5. Étudier la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f : x \mapsto \int_0^{\sin(x)^2} \arcsin(\sqrt{t}) dt + \int_0^{\cos(x)^2} \arccos(\sqrt{t}) dt.$$