

IV. Algèbre Relationnelle

Objectifs

- ❑ Comprendre le sens et l'usage des huit opérations (ensemblistes et spécifiques) de l'algèbre relationnelle
- ❑ Appliquer les opérations de l'algèbre relationnelle pour interroger une BD

Plan

1. Algèbre Relationnelle
2. Opérations ensemblistes
3. Opérations spécifiques

1. Algèbre Relationnelle

- ❑ C'est une collection d'opérations permettant d'exprimer des requêtes sur une BD.
- ❑ Elle permet de sélectionner certains enregistrements d'une relation satisfaisant une condition ou encore de regrouper des enregistrements de relations différentes.
- ❑ Le résultat de toute opération de l'algèbre est une nouvelle relation. Cette propriété implique notamment qu'il n'y a pas de doublons dans le résultat et permet l'écriture d'expressions de calcul.

1. Algèbre Relationnelle

- Étant donnée, que le modèle relationnel est basé sur la théorie des ensembles, l'algèbre relationnelle :
- utilise les opérateurs classiques de manipulation des ensembles (opérations ensemblistes) : **union, intersection, différence et produit cartésien**
- et introduit des opérateurs spécifiques aux BD (opérations spécifiques) : **sélection, projection, jointure, division**

Exemple

Relation Client

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
1	Entreprise 1	M'Saken Sousse	73 123 456	73 123 457
2	Entreprise 2	Manzel Bouzelfa Nabeul	72 987 670	72 987 671
3	Entreprise 3	Ras Jebal Bizerte	72 345 111	72 345 112

Relation Fournisseur

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
1	Entreprise 1	M'Saken Sousse	73 123 456	73 123 457
4	Entreprise 4	El Hamma Gabès	75 650 871	75 650 870
5	Entreprise 5	Makthar Seliana	78 200 456	78 200 455
6	Entreprise 6	Chebba Mahdia	73 123 500	73 123 555

2.1. Opérations ensemblistes - Union

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Notation : $R1 \cup R2$
- ❑ Entrée : Deux relations $R1$ et $R2$ de même structure.
- ❑ Sortie : Une relation $R3$ de même structure contenant tous les tuples de $R1$ et $R2$ sans doublon.
- ❑ Degré ($R3$) = Degré ($R1$) = Degré ($R2$)
- ❑ $\text{Card}(R3) = \text{Card}(R1) + \text{Card}(R2) - \text{Card}(R1 \cap R2)$

$$R3 = \text{Union}(R1, R2)$$

Exemple

Relation R résultat de l'Union entre Client et Fournisseur

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
1	Entreprise 1	M'Saken Sousse	73 123 456	73 123 457
2	Entreprise 2	Manzel Bouzelfa Nabeul	72 987 670	72 987 671
3	Entreprise 3	Ras Jebal Bizerte	72 345 111	72 345 112
4	Entreprise 4	El Hamma Gabès	75 650 871	75 650 870
5	Entreprise 5	Makthar Seliana	78 200 456	78 200 455
6	Entreprise 6	Chebba Mahdia	73 123 500	73 123 555

2.2. Opérations ensemblistes - Intersection

- ❑ Nature : Opération dérivée ($R1 - (R1 - R2)$)
- ❑ Notation : $R1 \cap R2$
- ❑ Entrée : Deux relations $R1$ et $R2$ de même structure.
- ❑ Sortie : Une relation $R3$ de même structure contenant tous les tuples appartenant à $R1$ et $R2$.
- ❑ Degré ($R3$) = Degré ($R1$) = Degré ($R2$)
- ❑ Card ($R3$) < Celle de la plus petite des relations.

$$R3 = \text{Intersection } (R1, R2)$$

Exemple

Relation R résultat de l'Intersection entre Client et Fournisseur

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
1	Entreprise 1	M'Saken Sousse	73 123 456	73 123 457

2.3. Opérations ensemblistes - Différence

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Notation : $R1 - R2$
- ❑ Entrée : Deux relations $R1$ et $R2$ de même structure.
- ❑ Sortie : Une relation $R3$ de même structure contenant tous les tuples de $R1$ ne figurant pas dans $R2$.
- ❑ Degré ($R3$) = Degré ($R1$) = Degré ($R2$)
- ❑ Card ($R3$) = Card ($R1$) – Card ($R1 \cap R2$)
- ❑ Remarque : $R1 - R2 \neq R2 - R1$

$$R3 = \text{Différence } (R1, R2)$$

Exemple

Relation R résultat de la Différence entre Client et Fournisseur

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
2	Entreprise 2	Manzel Bouzelfa Nabeul	72 987 670	72 987 671
3	Entreprise 3	Ras Jebal Bizerte	72 345 111	72 345 112

Exemple

Relation R résultat de la Différence entre Fournisseur et Client

Code	Raison Sociale	Adresse Postale	Tel	Fax
4	Entreprise 4	El Hamma Gabès	75 650 871	75 650 870
5	Entreprise 5	Makthar Seliana	78 200 456	78 200 455
6	Entreprise 6	Chebba Mahdia	73 123 500	73 123 555

2.4. Opérations ensemblistes – Produit cartésien

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Notation : $R1 \times R2$
- ❑ Entrée : Deux relations $R1$ et $R2$ n'ayant pas nécessairement la même structure.
- ❑ Sortie : Une relation $R3$ ayant pour structure la concaténation des attributs de $R1$ et ceux de $R2$ et pour tuples toutes les combinaisons des tuples des relations opérandes.
- ❑ Degré ($R3$) = Degré ($R1$) + Degré ($R2$)
- ❑ Card ($R3$) = Card ($R1$) * Card ($R2$)

$$R3 = \text{Produit}(R1, R2)$$

Exemple

Soient les relations R1 et R2 suivantes :

R1

A	B
x1	y1
x2	y2
x3	y3

R2

C	D
x1	y1
x2	y3
x4	y4

A	B	C	D
x1	y1	x1	y1
x1	y1	x2	y3
x1	y1	x4	y4
x2	y2	x1	y1
x2	y2	x2	y3
x2	y2	x4	y4
x3	y3	x1	y1
x3	y3	x2	y3
x3	y3	x4	y4

Relation R3 résultat du Produit cartésien de R1 X R2

3.1. Opérations spécifiques - Sélection

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Entrée : Une seule relation $R1$.
- ❑ Sortie : Une relation $R2$ de même structure que $R1$ contenant les seuls tuples qui vérifient une condition précisée, c'est un sous ensemble **horizontal** de la relation.
- ❑ Degré ($R2$) = Degré ($R1$)
- ❑ Card ($R2$) \leq Card ($R1$)

$R2 = \text{Sélection } (R1; \text{condition de filtre})$

Exemple

Relation Livre

CodeLiv	Titre	Genre	Éditeur	Collection
5894	Le silence des agneaux	Policier	Marabout	Classic
4774	Sœur Marie-Thérèse	Bande dessinée	Fluide glacial	Humour noir
2560	Ramsès	Historique	Robert Laffont	Best-seller
8541	La main verte	Science-fiction	J'ai lu	Nuit

Quels sont les livres du genre Policier ou édités chez Robert Laffont ?

CodeLiv	Titre	Genre	Éditeur	Collection
5894	Le silence des agneaux	Policier	Marabout	Classic
2560	Ramsès	Historique	Robert Laffont	Best-seller

3.2. Opérations spécifiques - Projection

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Entrée : Une seule relation $R1$.
- ❑ Sortie : Une relation $R2$ composée en enlevant à $R1$ quelques attributs et en éliminant les tuples en double, c'est un sous ensemble **vertical** de la relation.
- ❑ Degré ($R2$) < Degré ($R1$)
- ❑ Card ($R2$) \leq Card ($R1$)

$R2 = \text{Projection}(R1; \text{liste d'attributs})$

Exemple

Relation Livre

CodeLiv	Titre	Genre	Éditeur	Collection
5894	Le silence des agneaux	Policier	Marabout	Classic
4774	Soeur Marie-Thérèse	Bande dessinée	Fluide glacial	Humour noir
2560	Ramsès	Historique	Robert Laffont	Best-seller
8541	La main verte	Science-fiction	J'ai lu	Nuit

Quels sont les titres des livres enregistrés dans la base ?

Titre
Le silence des agneaux
Soeur Marie-Thérèse
Ramsès
La main verte

3.3. Opérations spécifiques - Jointure

- ❑ Nature : Opération de base.
- ❑ Entrée : Deux relations R1 et R2 présentant un même attribut ou bien deux attributs de même domaine.
- ❑ Sortie : Une relation R3 ayant pour structure les attributs de R1 et ceux de R2 et contenant l'ensemble de tous les tuples obtenus en concaténant un tuple de R1 et un tuple de R2 vérifiant une condition dite de rapprochement. Cette condition s'exprime comme suit : **<attribut> <opérateur> <attribut>**
- ❑ Degré (R3) = Degré (R1) + Degré (R2)
- ❑ $\text{Card} (R3) \leq \text{Card} (R1) * \text{Card} (R2)$

$R3 = \text{Jointure} (R1, R2 ; \text{condition de rapprochement})$

Exemple 1

Soient les relations R1 et R2 suivantes :

R1

A	B	C
x1	y1	z1
x2	y2	z2
x3	y3	z3

R2

C	D
z1	w1
z2	w3
z4	w4

A	B	C	D
x1	y1	z1	w1
x2	y2	z2	w3

Relation R3 résultat de l'équijointure entre R1 et R2

Exemple 2

Soient les relations R1 et R2 suivantes :

R1

A	B	C
x1	y1	z1
x2	y2	z2
x1	y1	z3
x3	y3	z4

R2

B	C	D
y1	z1	w1
y1	z1	w2
y1	z3	w4
y5	z5	w5

A	B	C	D
x1	y1	z1	w1
x1	y1	z1	w2
x1	y1	z3	w4

Relation R3 résultat de l'équijointure entre R1 et R2

3.4. Opérations spécifiques - Division

- ❑ Nature : Opération dérivée.
- ❑ Entrée : Deux relations R1 et R2 présentant quelques attributs en commun.
- ❑ Sortie : Une relation R3 contenant l'ensemble des tuples de R1 qui sont en lien avec tous les tuples de R2. La structure de R3 est formée par les attributs de R1 qui ne figurent pas dans R2.
- ❑ Degré (R3) = Degré (R1) - Degré (R2)
- ❑ Remarque : $R1 / R2 \neq R2 / R1$

$$R3 = \text{Division}(R1, R2)$$

Exemple

Soient les relations suivantes :

Fournir

CodFrs	CodPdt
F1	P1
F1	P2
F1	P3
F2	P1
F2	P2
F3	P1
F3	P3
F4	P1
F4	P2
F4	P3

Produit

CodPdt
P1
P2
P3

Quels sont les fournisseurs qui ont fourni tous les produits ?

CodFrs
F1
F4

Relation résultat de la Division de Fournir par Produit